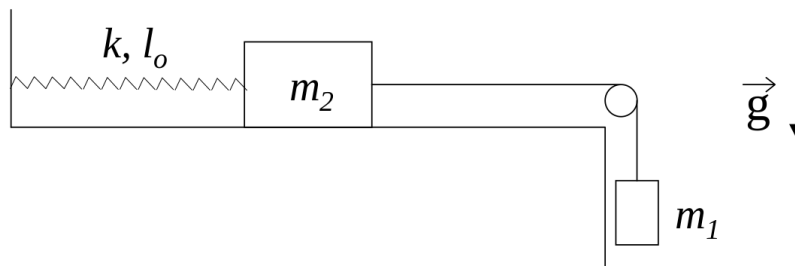
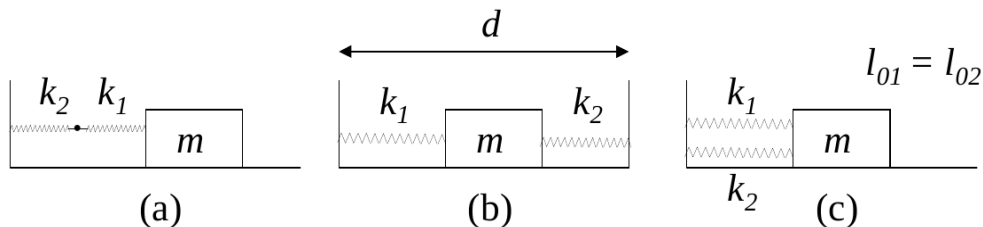


Guía N° 4: Movimiento Oscilatorio

- ① Considere una partícula de masa m suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 . Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en $t = 0$ la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo, con velocidad nula.
- ② El sistema de la figura, compuesto por dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 , se encuentra inicialmente en equilibrio. Se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo (no hay rozamiento).



- a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y para m_2 .
 - b) Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.
- ③ Sean dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2 , y un cuerpo de masa m , que desliza sin rozamiento, conectados como en las figuras a), b) y c).



- (i) Demostrar que la frecuencia de oscilación de m vale, en el caso a)

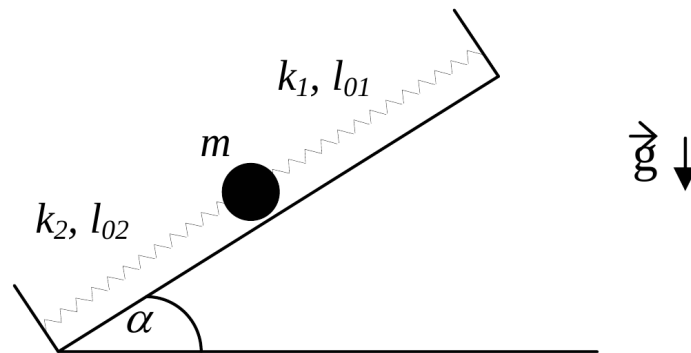
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} \quad (1)$$

y en los casos b) y c):

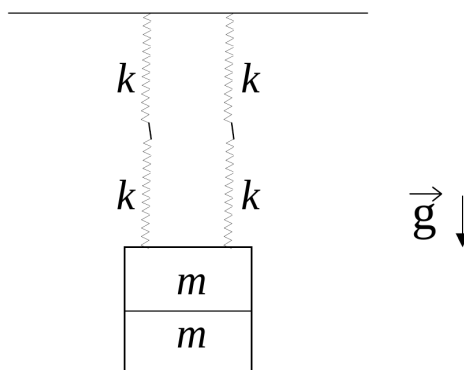
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \quad (2)$$

(ii) Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales l_{01} y l_{02} .

- ④ Una bolita de masa m se halla sobre un plano inclinado sostenida por dos resortes, de constantes elásticas k_1 y k_2 , y longitudes libres l_{01} y l_{02} , respectivamente, los cuales se encuentran fijados a dos paredes separadas una distancia L .

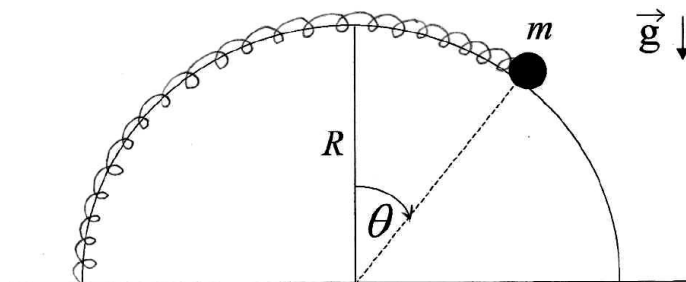


- a) Plantee la ecuación de Newton para la bolita y encuentre la ecuación de movimiento.
- b) Halle la posición de equilibrio y determine si es estable o inestable.
- c) Si partiendo de la posición de equilibrio el sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la bolita una velocidad v_0 hacia arriba, encuentre la posición de la bolita como función del tiempo.
- ⑤ Cuatro resortes idénticos de constante elástica k desconocida y longitud natural l_0 se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa m cada una, como muestra la figura.

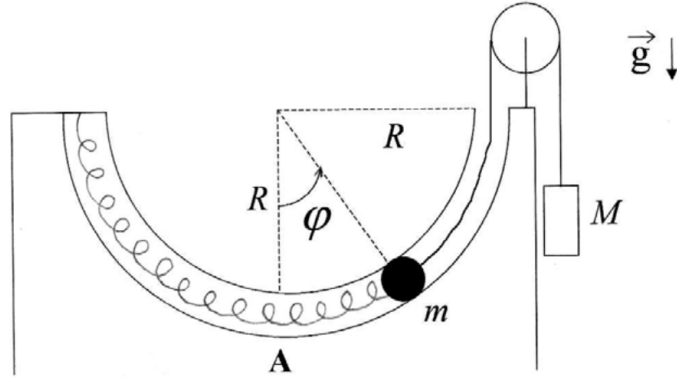


- a) Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia d del techo, encuentre el valor de k .

- b) Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
- Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.
 - Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.
- ⑥ Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud 80 cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo $\theta = \theta(t)$ el ángulo entre la vertical y el hilo.
- Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.
 - ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿qué período tiene?
 - Si en $t = 0$ es $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0,2 \text{ s}^{-1}$ ¿se satisface la aproximación de b) $\forall t$?
 - Usando las ecuaciones planteadas en a) halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.
- ⑦ Una bolita de masa m está enhebrada en un aro semicircular de radio R y sujeta a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, como muestra la figura.

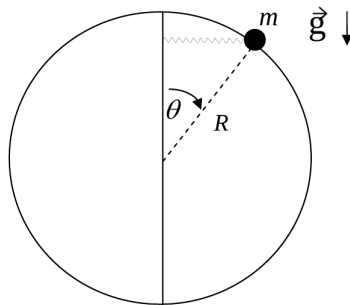


- Halle la ecuación de movimiento.
 - Encuentre posiciones de equilibrio.
 - Diga cuándo el equilibrio es estable.
- ⑧ Una bolita de masa m se mueve por un tubo delgado, carente de rozamiento, el cual describe una semicircunferencia de radio R . La bolita se halla sujeta por un extremo a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, y por el otro a una soga, deslizando ambos elementos por el interior del tubo, tal como muestra la figura. Del extremo de la soga pende, a través de una polea, otro cuerpo de masa M que actúa como contrapeso. Considere la soga inextensible, y las masas de soga, resorte y poleas despreciables. En el instante inicial la bolita se halla en el punto A ($\varphi=0$) con velocidad v_0 .



- Plantee las ecuaciones de Newton para cada una de las masas. Halle la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.
- Halle gráficamente la o las posiciones de equilibrio de la bolita, determinando si corresponden a posiciones de equilibrio estable o inestable.
- Halle la expresión de la fuerza de vínculo ejercida por el tubo sobre la bolita como función del ángulo φ .

- 9) Una masa m está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio R y unida al extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal (ver figura).



- Halle las ecuaciones de Newton para m .
- Si inicialmente la masa se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo θ .
- Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

- 10) Un péndulo simple de 10 g de masa tiene inicialmente un período de 2s y una amplitud de 2 grados. Luego se lo sumerge en un medio con rozamiento y después de dos oscilaciones completas la amplitud se reduce a 1,5 grados. Encuentre la constante de amortiguamiento r .

- 11) Una partícula de masa m está unida al extremo de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 . El otro extremo del resorte está unido a una pared que se mueve de acuerdo a la ley $x_p(t) = L \cos(\omega t)$. La partícula también está sometida a la acción de una fuerza viscosa tal que $\vec{F}_v = -r \dot{x}\vec{x}$.
- Escriba la ecuación de Newton para la partícula. Indique claramente cuáles son las fuerzas que actúan sobre ella.
 - Para el caso $\frac{k}{m} > (\frac{r}{2m})^2$, diga cual es la solución a la ecuación e movimiento $x(t)$. Para tiempos largos ($\beta t \gg 1$, con $\beta = r/2m$), diga en qué dirección se mueve la partícula cuando la pared se mueve hacia la derecha, si $\omega = \sqrt{k/m}$.
- 12) Considere una partícula de masa m que se mueve sobre una recta (x). La partícula está unida a un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 (tal como indica la figura). Hay rozamiento entre la partícula y el plano con coeficientes μ_e y μ_d . En el instante $t=0$ la partícula se encuentra en la posición $x_0 > l_0$ con velocidad nula.
- Describa cualitativamente el movimiento analizando cuidadosamente el efecto del rozamiento. Obtenga la ecuación diferencial que gobierna el movimiento (sugerencia: use el hecho de que el movimiento transcurre en una recta y distinga los dos sentidos del movimiento). Demuestre que, tal como ocurre en ausencia de rozamiento, el cuerpo tiene velocidad nula en todos los instantes $t_n = nT/2$, donde $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ y n es un número entero. Demuestre que la distancia recorrida entre dos detenciones sucesivas (separadas por un intervalo $T/2$) disminuye cada vez en una cantidad $2\mu_d \frac{mg}{k}$. Diga en qué momento se detiene definitivamente el movimiento del cuerpo.
 - Si se considera $x_0 = N\mu_d \frac{mg}{k} + l_0$ (donde N es un número entero), diga cuantas veces cambia el sentido de la velocidad del cuerpo antes de detenerse definitivamente (considere el caso $\mu_e < 2\mu_d$). Analice en particular los casos $N=4$ y $N=7$, grafique la función $x(t)$ y diga en qué lugar y en qué instante se detiene definitivamente el cuerpo.
 - Compare el movimiento del cuerpo con el caso en el que el rozamiento se origina en la fricción del cuerpo con el aire (que produce una fuerza proporcional a la velocidad).

