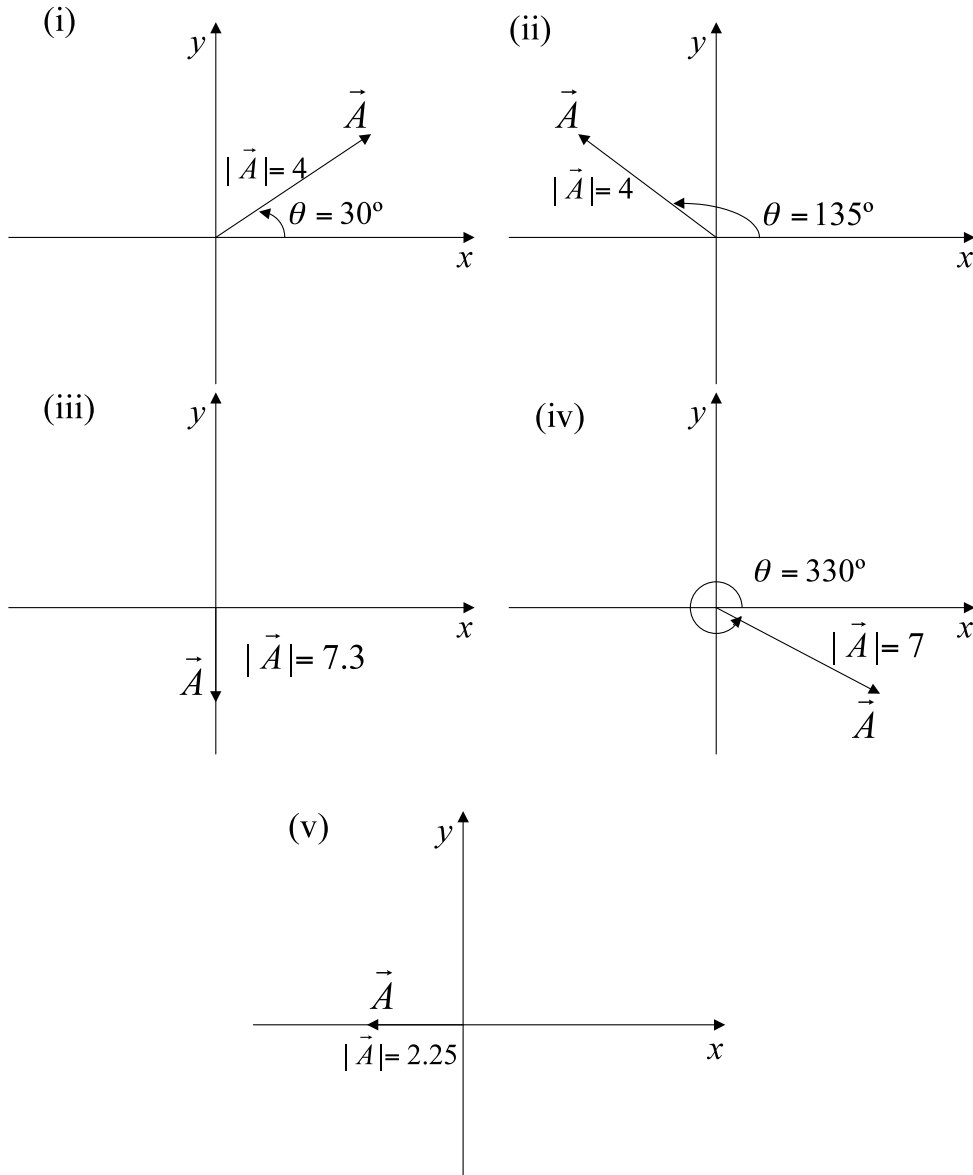


GUIA 0, Cátedra Leszek Szybisz

1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20,-5,8) y extremo en (-4,-3,2).

2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

(i) $\vec{A} = (3,3)$

(iv) $\vec{D} = (5,0)$

(ii) $\vec{B} = (-1.25,-2.16)$

(v) $\vec{E} = (0,3)$

(iii) $\vec{C} = (-2.5,4.33)$

3 - Qué propiedades tienen los vectores \vec{A} y \vec{B} tales que:

a) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $|\vec{A}| + |\vec{B}| = |\vec{C}|$

b) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$
 c) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $A^2 + B^2 = C^2$

4 - Usando la definición de producto escalar, calcular

a) $\hat{i} \cdot \hat{j}$ e) $\hat{j} \cdot \hat{j}$
 b) $\hat{i} \cdot \hat{k}$ f) $\hat{k} \cdot \hat{k}$
 c) $\hat{j} \cdot \hat{k}$ g) $\hat{j} \cdot \hat{i}$
 d) $\hat{i} \cdot \hat{i}$

donde $\hat{i} = (1,0,0)$, $\hat{j} = (0,1,0)$, $\hat{k} = (0,0,1)$.

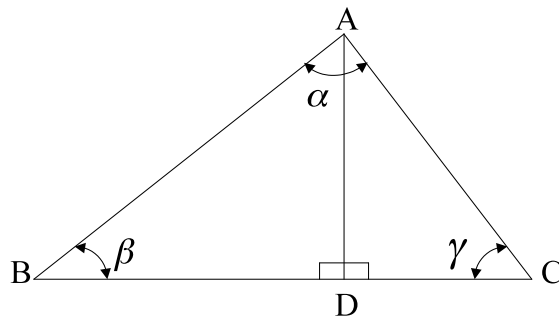
5 - Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma, $\vec{C} \cdot (\vec{E} + \vec{F}) = \vec{C} \cdot \vec{E} + \vec{C} \cdot \vec{F}$ y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si $\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ y $\vec{B} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$ entonces,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

6 - a) Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el “Teorema del Coseno”:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB BC \cos \beta,$$

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.



AYUDA: Considerar los triángulos rectángulos ABD y ADC.

b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que

$$AC/\text{sen } \beta = AB/\text{sen } \gamma,$$

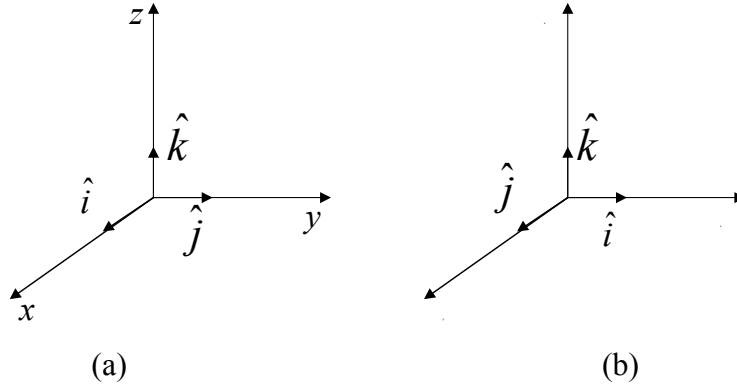
y generalizar el resultado para demostrar el “Teorema del Seno”:

$$AC/\text{sen } \beta = AB/\text{sen } \gamma = BC/\text{sen } \alpha.$$

7 - a) Sean \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} los versores de la terna mostrada en la figura (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular

- (i) $\hat{i} \times \hat{j}$ (ii) $\hat{k} \times \hat{i}$ (iii) $\hat{j} \times \hat{k}$
 (iv) $\hat{i} \times \hat{i}$ (v) $\hat{j} \times \hat{j}$ (vi) $\hat{k} \times \hat{k}$

b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la figura (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.



NOTA: En lo sucesivo se convendrá en trabajar con ternas análogas a las del caso (a), en las cuales $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, que se denominan “Ternas Derechas”.

8 - a) Demostrar que el producto vectorial no es asociativo y que dados los vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} , se cumple:

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}),$$

a) Probar que cualesquiera que sean los vectores, se cumple:

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0.$$

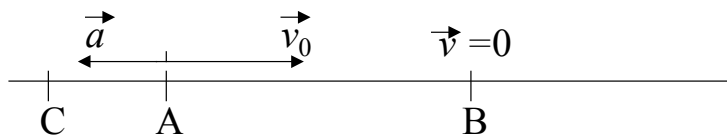
c) Demostrar que el producto mixto de tres vectores cualesquiera \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} es igual al volumen del paralelepípedo construido sobre los mismos una vez llevado a partir de su origen común.

d) Demostrar que la condición necesaria y suficiente para que tres vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} sean paralelos a un mismo plano es que su producto mixto sea nulo.

9 - Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

CINEMÁTICA

- 10 - Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto A, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v . Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B que está a distancia d de A.
- Halle v .
 - Dé dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, una considerando un sistema de coordenadas con origen en A y otra considerando un sistema de coordenadas con origen en B, y gráfíquelas.
- 11 - Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que por A pasa a las 12 hs., por B a las 13 hs. y por C a las 15 hs. (AB = 50 km, BC = desconocido).
- Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
 - Elija un instante t_0 ¿cuánto vale x_0 ? Escriba la ecuación de movimiento.
 - Elija otro instante t_0 ¿cuánto vale x_0 ? Escriba la ecuación de movimiento.
 - Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.
- 12 - Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B (distancia AB = 300 km) a 80 km/h y otro móvil 2 lo hace desde B hacia A a 50 km/h. El móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.
- Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
 - Escriba los vectores velocidad \vec{v}_1 y \vec{v}_2 de los móviles 1 y 2, respectivamente.
 - En un mismo gráfico represente posición vs. tiempo para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.
 - En un mismo gráfico represente velocidad vs. tiempo para ambos móviles. ¿Cómo encontraría en este gráfico el tiempo de encuentro ?.
- 13 - Repetir el problema anterior para el caso en que ambos móviles viajan desde A hacia B.
- 14 - Un cuerpo viaja en línea recta con aceleración constante de módulo desconocido a y dirección como la de la figura. En el instante $t = 0$ el móvil pasa por el punto A con velocidad \vec{v}_0 como la de la figura, en $t = t_0$ el móvil pasa por B y tiene velocidad nula y en $t = t_1$ el móvil pasa por C.



- Elija un sistema de referencia y escriba las expresiones para la posición y la velocidad del móvil en función del tiempo, o sea $x(t)$ y $v(t)$.
- Halle a y la distancia AB.

- c) Calcule la distancia BC y la velocidad del móvil cuando pasa por C, ¿ puede usar para este cálculo las expresiones $x(t)$ y $v(t)$ que escribió en el inciso a) ?.
- d) Halle la velocidad media entre A y B y entre A y C, ¿ coinciden estas dos velocidades medias ? ¿ por qué ?.

15 - Un auto viaja por una ruta a 20 m/seg, un perro se cruza a 50 m,

- a) ¿cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?.
- b) ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?.
- c) Idem que (b) teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es 0.3 seg.
- d) Muestre la situación calculada en (b) y (c) en un gráfico posición vs. tiempo.

16 - Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende con velocidad 12 m/seg.

- a) Elija un sistema de referencia y escriba las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.
- b) Calcule la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 seg.
- c) Resuelva los incisos (a) y (b) considerando que el globo asciende a 12 m/seg.

17 - Una piedra en caída libre recorre 67 m en el último segundo de su movimiento antes de tocar el piso. Suponiendo que partió del reposo, determine la altura desde la cual cayó, el tiempo que tarda en llegar al piso y la velocidad de llegada.

18 - Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza hacia arriba una piedra con velocidad 15 m/seg.

- a) ¿Con qué velocidad vuelve a pasar por el nivel de la terraza?.
- b) ¿Cuándo llega al suelo?.
- c) ¿Cuándo y dónde se encuentra con una piedra arrojada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 55 m/seg y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior?.
- d) Represente gráficamente.

19 - Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un puesto caminero. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente de modo que alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 seg. Halle:

- a) El tiempo que dura la persecución.
- b) El punto en que el patrullero alcanza el automóvil.
- c) La velocidad del patrullero en el punto de alcance.

- a) ¿Cuál es la velocidad mínima del autito en la parte superior del "loop" para que no se caiga?
- b) Suponiendo que el juguete es de buena calidad, y que el rozamiento es despreciable, ¿cuál es la altura h desde la que se deberá dejar caer el auto?
- c) Después de haber usado este juguete varias veces, se observa que la altura h mínima requerida para que el auto dé la vuelta sin caerse, es 1,3 veces la calculada en b), ¿cuál es el trabajo de las fuerzas disipativas?

