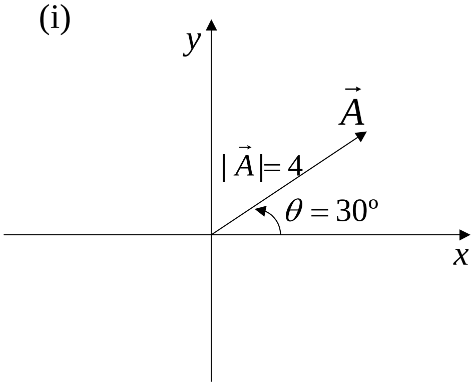
GUIA 0

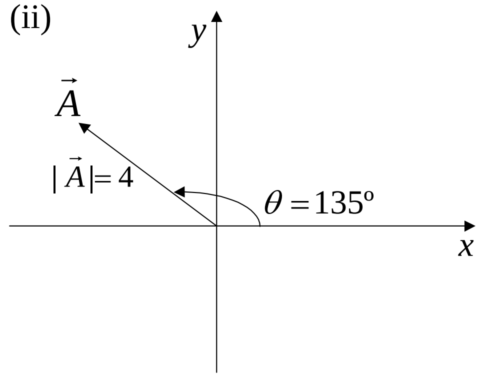
1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20,-5,8) y extremo en (-4,-3,2).

2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:

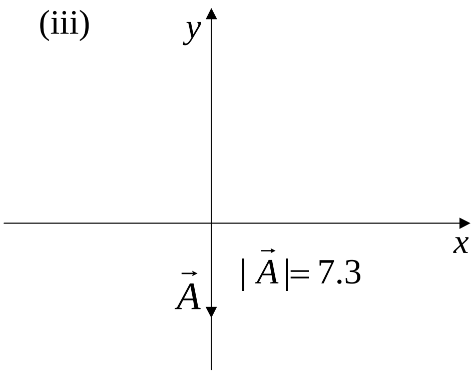
(i)



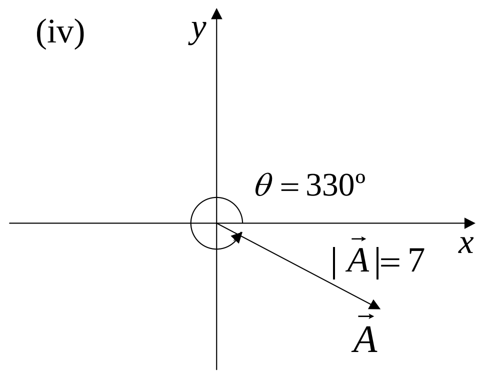
(ii)



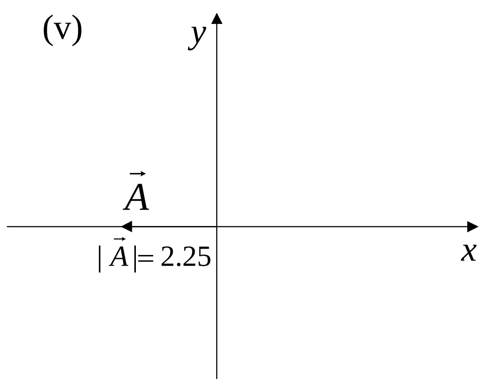
(iii)



(iv)



(v)



b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

(i) $\vec{A}$ = (3,3)

(ii) $\vec{B}$ = (-1.25,-2.16)

(iii) $\vec{C}$ = (-2.5,4.33)

(iv) $\vec{D}$ = (5,0)

(v) $\vec{E}$ = (0,3)

3 - Qué propiedades tienen los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tales que:

a) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ y $|\vec{A}|+|\vec{B}|=|\vec{C}|$

b) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$

c) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ y $A^2+B^2=C^2$

4 - Usando la definición de producto escalar, calcular

a) $\hat{i}\cdot\hat{j}$ e) $\hat{j}\cdot\hat{j}$

b) $\hat{i}\cdot\hat{k}$ f) $\hat{k}\cdot\hat{k}$

c) $\hat{j}\cdot\hat{k}$ g) $\hat{j}\cdot\hat{i}$

d) $\hat{i}\cdot\hat{i}$

donde $\hat{i}$ = (1,0,0), $\hat{j}$ = (0,1,0), $\hat{k}$ = (0,0,1).

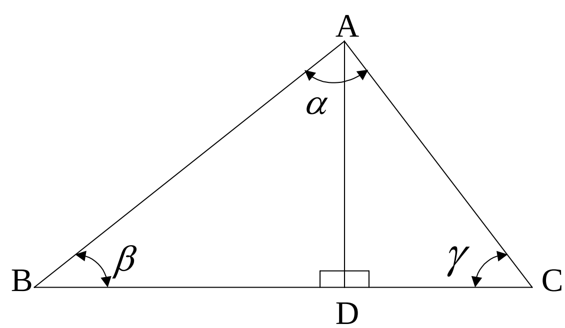
5 - Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma, $\vec{C}\cdot\left(\vec{E}+\vec{F}\right)=\vec{C}\cdot\vec{E}+\vec{C}\cdot\vec{F}$ y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si $\vec{A}=a_x\hat{i}+a_y\hat{j}+a_z\hat{k}$ y $\vec{B}=b_x\hat{i}+b_y\hat{j}+b_z\hat{k}$ entonces,

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z.$$

6 - a) Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el “Teorema del Coseno”:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\,BC\cos\beta,$$

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.



AYUDA: Considerar los triángulos rectángulos ABD y ADC.

b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que

$$AC/\mathrm{sen}\,\beta = AB/\mathrm{sen}\,\gamma,$$

y generalizar el resultado para demostrar el “Teorema del Seno”:

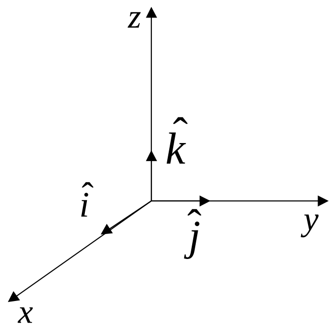
$$AC/\mathrm{sen}\,\beta = AB/\mathrm{sen}\,\gamma = BC/\mathrm{sen}\,\alpha.$$

7 - a) Sean $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$ los versores de la terna mostrada en la figura (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular

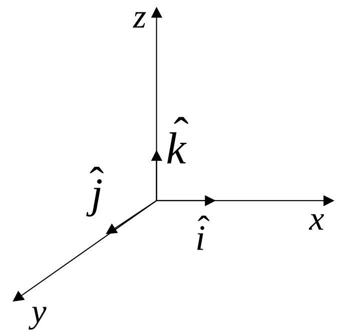
(i) $\hat{i} \times \hat{j}$ (ii) $\hat{k} \times \hat{i}$ (iii) $\hat{j} \times \hat{k}$

(iv) $\hat{i} \times \hat{i}$ (v) $\hat{j} \times \hat{j}$ (vi) $\hat{k} \times \hat{k}$

b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la figura (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.



(a)



(b)

NOTA: En lo sucesivo se convendrá en trabajar con ternas análogas a las del caso (a), en las cuales $\hat{i}$ x $\hat{j}$ = $\hat{k}$, que se denominan “Ternas Derechas”.

8 - a) Demostrar que el producto vectorial no es asociativo y que dados los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, se cumple:

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\vec{B}\left(\vec{A}\cdot\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right).$$

a) Probar que cualesquiera que sean los vectores, se cumple:

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)+\vec{B}\times\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)+\vec{C}\times\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=0\,.$$

c) Demostrar que el producto mixto de tres vectores cualesquiera $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ es igual al volumen del paralelepípedo construido sobre los mismos una vez llevado a partir de su origen común.

d) Demostrar que la condición necesaria y suficiente para que tres vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ sean paralelos a un mismo plano es que su producto mixto sea nulo.

9 - Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

CINEMÁTICA

10 - Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto A, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v. Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B que está a distancia d de A.

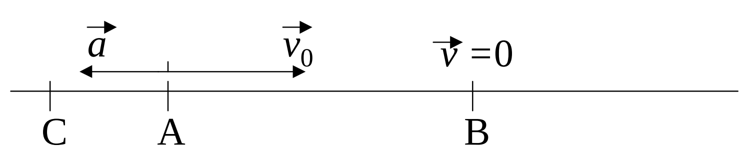
a) Halle v.
b) Dé dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, una considerando un sistema de coordenadas con origen en A y otra considerando un sistema de coordenadas con origen en B, y grafíquelas.

11 - Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que por A pasa a las 12 hs., por B a las 13 hs. y por C a las 15 hs. (AB = 50 km, BC = desconocido).
a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
b) Elija un instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.
c) Elija otro instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.
d) Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.

12 - Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B (distancia AB = 300 km) a 80 km/h y otro móvil 2 lo hace desde B hacia A a 50 km/h. El móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.
a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
b) Escriba los vectores velocidad $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ de los móviles 1 y 2, respectivamente.
c) En un mismo gráfico represente posición vs. tiempo para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.
d) En un mismo gráfico represente velocidad vs. tiempo para ambos móviles. ¿ Cómo encontraría en este gráfico el tiempo de encuentro ?.

13 - Repetir el problema anterior para el caso en que ambos móviles viajan desde A hacia B.

14 - Un cuerpo viaja en línea recta con aceleración constante de módulo desconocido a y dirección como la de la figura. En el instante $t = 0$ el móvil pasa por el punto A con velocidad $\vec{v}_0$ como la de la figura, en $t = t_0$ el móvil pasa por B y tiene velocidad nula y en $t = t_1$ el móvil pasa por C.



a) Elija un sistema de referencia y escriba las expresiones para la posición y la velocidad del móvil en función del tiempo, o sea $x(t)$ y $v(t)$.
b) Halle a y la distancia AB.

c) Calcule la distancia BC y la velocidad del móvil cuando pasa por C, ¿ puede usar para este cálculo las expresiones *x(t)* y *v(t)* que escribió en el inciso a) ?.
d) Halle la velocidad media entre A y B y entre A y C, ¿ coinciden estas dos velocidades medias ? ¿ por qué ?.

15 - Un auto viaja por una ruta a 20 m/seg, un perro se cruza a 50 m,

a) ¿cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?.
b) ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?.
c) Idem que (b) teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es 0.3 seg.
d) Muestre la situación calculada en (b) y (c) en un gráfico posición vs. tiempo.

16 - Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende con velocidad 12 m/seg.

a) Elija un sistema de referencia y escriba las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.
b) Calcule la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 seg.
c) Resuelva los incisos (a) y (b) considerando que el globo asciende a 12 m/seg.

17 - Una piedra en caída libre recorre 67 m en el último segundo de su movimiento antes de tocar el piso. Suponiendo que partió del reposo, determine la altura desde la cual cayó, el tiempo que tarda en llegar al piso y la velocidad de llegada.

18 - Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza hacia arriba una piedra con velocidad 15 m/seg.

a) ¿Con qué velocidad vuelve a pasar por el nivel de la terraza?.
b) ¿Cuándo llega al suelo?.
c) ¿Cuándo y dónde se encuentra con una piedra arrojada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 55 m/seg y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior?.
d) Represente gráficamente.

19 - Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un puesto caminero. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente de modo que alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 seg. Halle:

a) El tiempo que dura la persecución.
b) El punto en que el patrullero alcanza el automóvil.
c) La velocidad del patrullero en el punto de alcance.