Un cuerpo de masa m está engarzado en un alambre rigido como muestra la figura 1. El cuerpo, que puede moverse sin rozamiento dentro de la longitud del alambre, está además unido a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = 0$. El resrote esta unido en su otro extremo al origen de coordenadas.

1. Realize el diagrama de cuerpo libre para la masa m, indicando todas las fuerzas que actúan sobre ella. Use el sistema de referencia que se indica en la figura.
2. Escriba la fuerza elástica del resorte que actúa sobre el cuerpo.
3. Escriba la ecuación de movimiento para $\vec{r}(t)$. Halle la fuerza de vínculo de la masa m con el alambre.
4. Encuentre la posición de equilibro, $\vec{r_{eq}}$. Indique que condiciones se debe cumplir $\vec{r_{eq}}$ para existir, en función de los datos del problema.
5. Se suelta la masa m, a $t = 0$, desde $x = L$ con velocidad nula. Encuentre la altura máxima a la que llega en su movimiento.

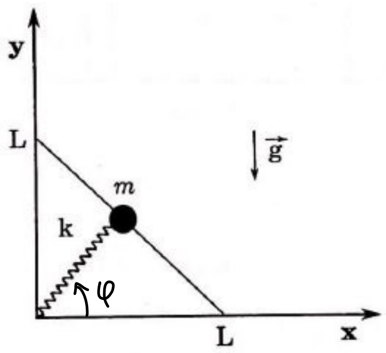
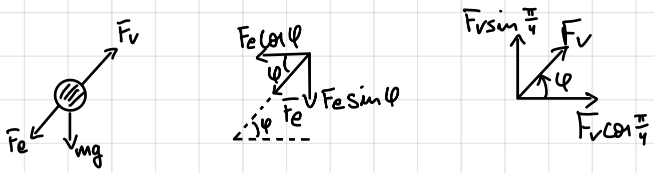


Figura 1

Podemos ver que la barra va de (0, L) a (L, 0) por lo tanto podemos encontrar fácilmente la equación de la recta

$$y = -x + L \rightarrow \text{Vínculo}$$

a)



b)

$$\bar{F}e = -k\sqrt{x^2+y^2}\cos\varphi\, \hat{e}_x - k\sqrt{x^2+y^2}\sin\varphi\, \hat{e}_y$$

$\sqrt{x^2+y^2} \rightarrow$ Estiramiento del resorte

$$\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\bar{F}e = -kx\hat{e}_x - ky\hat{e}_y$$

$$= -kx\hat{e}_x - k(-x+L)\hat{e}_y$$

$$\boxed{\bar{F}e = -kx\hat{e}_x - k(-x+L)\hat{e}_y}$$

c)

$$\begin{cases} \hat{e}_x: F_v \frac{\sqrt{2}}{2} - kx = m\ddot{x} & (1) \\ \hat{e}_y: F_v \frac{\sqrt{2}}{2} - k(-x+L) - mg = m\ddot{y} & (2) \end{cases}$$

$$\ddot{y} = -\ddot{x}$$

(1) + (2)

$$F_v \frac{\sqrt{2}}{2} - k\cancel{x} + F_v \frac{\sqrt{2}}{2} - k(-\cancel{x}+L) - mg = m\ddot{x} - m\ddot{x}$$

$$\sqrt{2} F_v - kL - mg = 0$$

$$\boxed{F_v = \frac{1}{\sqrt{2}}(kL + mg)}$$

(1) - (2)

$$\cancel{F_v \frac{\sqrt{2}}{2}} - kx - \cancel{F_v \frac{\sqrt{2}}{2}} + k(-x+L) + mg = m\ddot{x} + m\ddot{x}$$

$$-2kx + kL + mg = 2m\ddot{x}$$

$$\boxed{\ddot{x} = -\frac{k}{m}x + \frac{k}{2m}L + \frac{g}{2}} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Tenemos una posición de eq

$$\boxed{x_{eq} = \frac{L}{2} + \frac{mg}{2k}}$$

d)

Sabemos que necesariamente

$$x \leq L \Rightarrow x_{eq} \leq L \Rightarrow \frac{mg}{2k} \leq \frac{L}{2}$$

$$\boxed{\frac{mg}{kL} \leq 1}$$

e)

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi) + x_{eq}$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \rightarrow \dot{x}(t=0) = 0 \rightarrow \varphi = 0$$

$$x(t=0) = L = A + x_{eq} \rightarrow A = L - x_{eq}$$

$$= \frac{L}{2} - \frac{mg}{2k}$$

$$= \frac{L}{2}\left(1 - \frac{mg}{kL}\right)$$