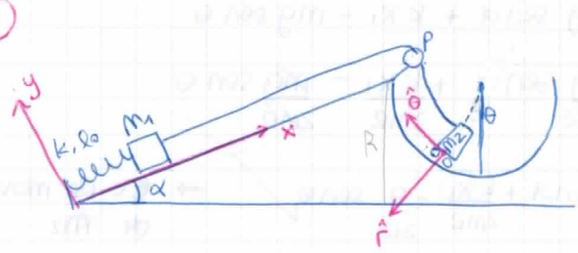
Sánchez Ana Belén

09-05-14

1° Parcial de Física 1

①

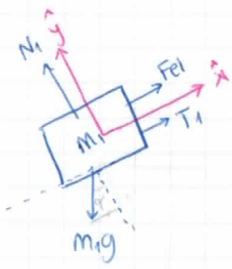


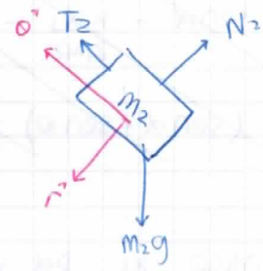
Llamo θ a φ

$l_0 = 0$, $L = R\frac{\pi}{2} + \frac{R}{\operatorname{sen}\alpha}$

Radio = R

a) Diagrama de cuerpo libre





Newton

① $\hat{x}$) $m_1 \ddot{x}_1 = -m_1 g \operatorname{sen}\alpha + T_1 + F_{el}$ (1) $\quad F_{el} = -k(l - \underbrace{l_0}_{=0}) = -k\, x_1$

$\hat{y}$) $m_1 \underbrace{\ddot{y}_1}_{0} = -m_1 g \cos\alpha + N_1$ (2)

② $\hat{r}$) $m_2 (\cancel{\ddot{r}} - r\dot{\theta}^2) = -N_2 + m_2 g \cos\theta$ (3)

$\hat{\theta}$) $m_2 (\cancel{2\dot{r}\dot{\theta}} + r\ddot{\theta}) = T_2 - m_2 g \operatorname{sen}\theta$ (4)

Vínculos

$L = (x_p - R\theta) + (x_p - x_1) \xrightarrow{\text{derivo}} -R\ddot{\theta} - \ddot{x}_1 = 0 \Rightarrow \boxed{-R\ddot{\theta} = \ddot{x}_1}$ (5)

T_1 P T_2 Newton para la polea $\underbrace{m_p}_{\cong 0} a = -T_1 + T_2 \Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 = T}$ (6)

$R = r = cte \Rightarrow \dot{r} = \ddot{r} = 0$

b) $m_1 = m_2 = m$

De (4) $mR\ddot{\theta} = T - mg \operatorname{sen}\theta$

De (1) $m\ddot{x}_1 = -mg \operatorname{sen}\alpha + T + kx_1$

$-mR\ddot{\theta} + mg \operatorname{sen}\alpha + kx_1 = T$

Remplazo esto en (4) $\quad mR\ddot{\theta} = -mR\ddot{\theta} + mg\,\text{sen}\,\alpha + kX_1 - mg\,\text{sen}\,\theta$

$$mR\ddot{\theta} + mR\ddot{\theta} = mg\,\text{sen}\,\alpha + kX_1 - mg\,\text{sen}\,\theta$$

$$2mR\ddot{\theta} = mg\,\text{sen}\,\alpha + kX_1 - mg\,\text{sen}\,\theta$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\cancel{m}g}{2\cancel{m}R}\,\text{sen}\,\alpha + \frac{kX_1}{2mR} - \frac{\cancel{m}g}{2\cancel{m}R}\,\text{sen}\,\theta$$

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\alpha + \frac{kX_1}{2mR} - \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\theta$$

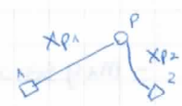
c) ~~Posición de equilibrio~~ $\Rightarrow$ $\ddot{\theta} = 0$

$$0 = \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\alpha - \frac{kX_1}{2mR} - \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\theta$$

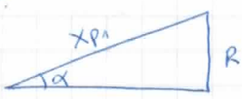
$$0 = \frac{g}{2R}(\text{sen}\,\alpha - \text{sen}\,\theta) - \frac{kX_1}{2mR}$$

Quiero encontrar X_1. Del vínculo obtengo que:

$$L = X_{p_1} - R\theta + X_{p_2} - X_1$$



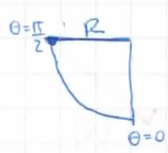
X_{p_1}



$$\text{sen}\,\alpha = \frac{R}{X_{p_1}}$$

$$\boxed{X_{p_1} = \frac{R}{\text{sen}\,\alpha}}$$

X_{p_2}



$$\boxed{X_{p_2} = R \cdot \frac{\pi}{2}}$$

Entonces:

$$L = R\frac{\pi}{2} + \frac{R}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{R}{\text{sen}\,\alpha} - R\theta + R\frac{\pi}{2} - X_1$$

$$\boxed{X_1 = -R\theta}$$

Mer

Sanchez Ana Belén

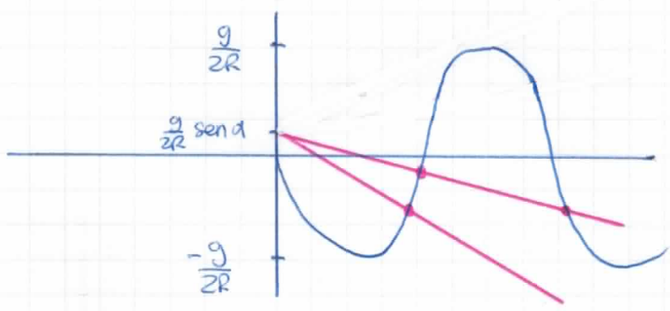
Finalmente la ecuación de movimiento de m_2 me queda:

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\alpha - \frac{k\cancel{R}\theta}{2m\cancel{R}} - \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\theta}$$

c) Posición de equilibrio $\Rightarrow$ $\ddot{\theta} = 0$

$$0 = \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\alpha - \frac{k\theta}{2m} - \frac{g}{2R}\,\text{sen}\,\theta$$

$$0 = \frac{g}{2R}\left(\text{sen}\,\alpha - \text{sen}\,\theta\right) - \frac{k\theta}{2m}$$



→ La intersección indica la existencia de un pto de equilibrio.

Con el gráfico puedo deducir que puede haber uno o dos puntos de equilibrio, dependiendo de la pendiente de la recta (que es $\frac{k}{2m}$). Si k es pequeña (o m grande) habrá dos puntos de equilibrio. De lo contrario, uno solo.

Estabilidad

$$\frac{dF}{d\theta} = -\frac{k}{2m} - \frac{g}{2R}\cos\theta < 0 \Rightarrow \text{es un EQUILIBRIO ESTABLE SIEMPRE}$$

↓

pues $\cos\theta$ con $\theta \in \underbrace{\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]}$ es siempre > 0

en este intervalo tiene sentido el problema!

Muy Bien

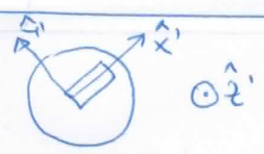
exacto!

Problema 2

¿Qué se evalúa?

1) Identificación de fuerzas reales (+escritura) $\bar{P}$, $\bar{N}$, $\bar{F}_e$, $\bar{F}_v$ } c/sistema de ref.
2) Identificación de pseudofuerzas (+escritura) C_o, C_f
3) Escribir ecs. de newton en un sistema "primado" $\rightarrow x'$, y', z'
4) Escribir vínculos $\rightarrow \ddot{z}' = 0$; $\ddot{y}' = 0$
5) Obtener ecs. de movimiento: $\ddot{x} + (\Omega^2 - \omega_0^2)\, x = cte.$
6) Describir (aunque sea verbalmente) los 3 posibles movimientos
   - $\rightarrow$ Osc. armónico
   - $\rightarrow$ Osc. antiarmónico
   - $\rightarrow$ MRU.

Resolución



$\hat{x}'\hat{y}'\hat{z}'x'y'$

Fuerzas Reales

$\bar{P} = mg(-\hat{z}')$

$\bar{N} = N\,\hat{z}'$

$\bar{F}_e = -k(x - l_0)\hat{x}'$

$\bar{F}_v = F_v\,\hat{y}'$

Pseudofuerzas

$\bar{F}_{co} = -2m\,(\bar{\Omega} \times \bar{v}') =$

$= -2m\,\Omega\hat{z}' \times \dot{x}'\hat{x}' = -2m\Omega\dot{x}\,\hat{y}$

$\bar{F}_{cf} = -m\,\bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}')$

$= -m\,\Omega\hat{z}' \times (\Omega\hat{z}' \times x'\hat{x}') =$

$= -\Omega m\,\Omega\hat{z} \times \Omega x'\hat{y}' = +m\Omega^2 x'\hat{x}$

b) Las ecuaciones de Newton son:

$$x') \quad -k(x'-l_0) + m\Omega^2 x' = m\ddot{x}''$$

$$y') \quad F_v - 2m\Omega\dot{x}' = m\ddot{y}' = 0 \Rightarrow F_v = -2m\Omega\dot{x}$$

$$z') \quad N - mg = m\ddot{z}' = 0 \Rightarrow N = mg$$

<u>vínculos</u> $\ddot{z} = 0 \qquad \ddot{y} = 0$

c)

$$-\frac{kx'}{m} + \frac{kl_0}{m} + \frac{\cancel{m}\Omega^2 x'}{\cancel{m}} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}}\ddot{x}''$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)x' = \frac{kl_0}{m}} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\ddot{x} + (\omega_0^2 - \Omega^2)x' = \frac{kl_0}{m}$$

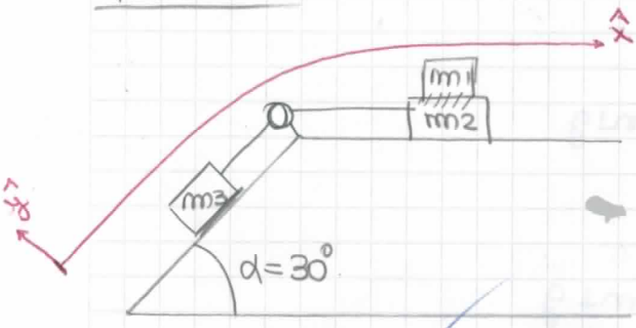
Si $\omega_0^2 > \Omega^2 \Rightarrow x(t) =$ oscilatorio armónico

Si $\omega_0^2 < \Omega^2 \Rightarrow x(t) =$ antioscilatorio

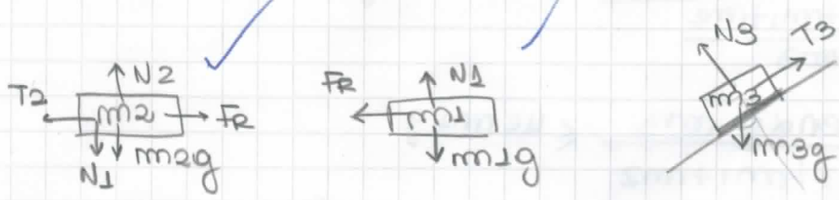
Si $\omega_0^2 = \Omega^2 \Rightarrow x(t)$ MRU.

Leila Quintanilla

Problema 3



a)



Newton para m2

$\hat{x}$) $F_r - T_2 = m_2 \ddot{x}_2$ (3)

$\hat{y}$) $N_2 - N_1 - m_2 g = 0$

Newton para m3

$\hat{x}$) $T_3 - \operatorname{sen}\alpha\, m_3 g = m_3 \ddot{x}_3$ (2)

$\hat{y}$) $-\cos\alpha\, m_3 g + N_3 = 0$

Newton para m1

$\hat{x}$) $-F_R = m_1 \ddot{x}_1$ (1)

$\hat{y}$) $N_1 - m_1 g = 0$

vínculo

$L = x_2 - x_3$.

$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_3$

$T_3 = T_2$ de (4)

b) Para que no deslizen $\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1$ y además $|F_r| \leq \mu_E N_1$

(1) $F_R = -m_1 \ddot{x}_1 < \mu_E m_1 g$ de(2) $\ddot{x}_3 = \dfrac{T_3 - \operatorname{sen}\alpha\, m_3 g}{m_3}$ (5)

usando (4) de(3) $T_3 = T_2 = F_R - m_2 \ddot{x}_2$

$\overset{(1)}{=} -m_1 \ddot{x}_1 - m_2 \ddot{x}_2$ $(\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2)$

$= (-m_1 - m_2)\ddot{x}_1$ $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_3$

en(5) $\ddot{x}_3 = \dfrac{(-m_1 - m_2)\ddot{x}_3 - \operatorname{sen}\alpha\, m_3 g}{m_3}$

$$\ddot{x}_3 + \frac{(+m_1+m_2)}{m_3}\ddot{x}_3 = -\operatorname{sen}\alpha\, g$$

$$\ddot{x}_3 = \frac{-\operatorname{sen}\alpha\, g}{1+\left(\frac{+m_1+m_2}{m_3}\right)}$$

Por (1) $\quad +m_1\left(\dfrac{\operatorname{sen}\alpha\, g}{1+\frac{(m_1+m_2)}{m_3}}\right) \leq \mu_E m_1 g$

y sabiendo que $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_3$

$$\frac{m_1 \operatorname{sen}\alpha\, g}{\frac{m_3+m_1+m_2}{m_3}} \leq \mu_E m_1 g$$

$$\frac{m_1 \operatorname{sen}\alpha\, g\, m_3}{m_3+m_1+m_2} \leq \mu_E m_1 g$$

$$m_1 \operatorname{sen}\alpha\, \cancel{g}\, m_3 \leq \mu_E m_1 m_3 \cancel{g} + \mu_E m_1^2 \cancel{g} + \mu_E m_1 \cancel{g} m_2$$

$$-\mu_E m_1^2 - \mu_E m_1 m_2 \leq (\mu_E m_1 - m_1 \operatorname{sen}\alpha)\, m_3$$

$$\frac{-\mu_E m_1^2 - \mu_E m_1 m_2}{\mu_E m_1 - m_1 \operatorname{sen}\alpha} \geq m_3$$

como $\mu_E m_1 - m_1 \operatorname{sen}\alpha < 0$

$0{,}3 - \operatorname{sen} 30° < 0$

$0{,}3 - 0{,}5 < 0$

$$\frac{-\mu_E m_1 - \mu_E m_2}{\mu_E - \operatorname{sen}\alpha} \geq m_3$$

puede tomar como máximo $\dfrac{-\mu_E m_1 - \mu_E m_2}{\mu_E - \operatorname{sen}\alpha}$

c) Si es estática se deberá cumplir las relaciones de b)

$$\frac{-0{,}3\,1kg - 0{,}3\,2kg}{0{,}3 - \operatorname{sen} 30°} \geq 3kg$$

$$4{,}5kg \geq 3kg$$

$\Rightarrow \quad F_{roz} \leq \mu_E N_1 = 0{,}3 \cdot (1kg \cdot 10 m/seg^2) \leq 3N$

Cualquier F_{roz} que cumpla con esto garantiza que sea estática y por lo tanto que m_1 y m_2 no deslizen entre sí.

Lola Quintanilla.

3) b) $-T_2 = m_2 \ddot{x}_2 + m_1 \ddot{x}_1$ de (1) y (3)

$$-T_2 = (m_2 + m_1)\ddot{x}_1$$

$$-m_3 \ddot{x}_1 + \operatorname{sen}\alpha\, m_3 g = (m_2 + m_1)\ddot{x}_1$$

$$T_3 = T_2 = m_3 \ddot{x}_1 + \operatorname{sen}\alpha\, m_3 g$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha\, m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x}_3$$

$2{,}5\ \frac{m}{s^2}$