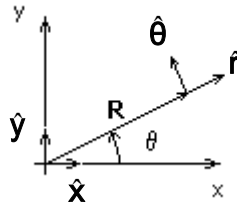


Guía 3: Movimiento Circular

- 1) **Coordenadas polares:** El radio vector \mathbf{R} en coordenadas cartesianas se escribe $\mathbf{R} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}}$. En función de los versores $\hat{\mathbf{r}}$ y $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, \mathbf{R} toma la forma: $\mathbf{R} = R\hat{\mathbf{r}}$.



Demuestre que:

- a) $\hat{\mathbf{r}} = \cos \theta \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \hat{\mathbf{y}}$ $\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\sin \theta \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \hat{\mathbf{y}}$
- b) $d\hat{\mathbf{r}}/d\theta = \hat{\boldsymbol{\theta}}$ $d\hat{\boldsymbol{\theta}}/d\theta = -\hat{\mathbf{r}}$
- c) A partir de $\mathbf{R} = R\hat{\mathbf{r}}$, pruebe que $\mathbf{v} = d\mathbf{R}/dt = \dot{R}\hat{\mathbf{r}} + R\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}}$
- d) Pruebe que $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2)\hat{\mathbf{r}} + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta})\hat{\boldsymbol{\theta}}$

Ayuda: utilice las relaciones

$$d\hat{\mathbf{r}}/dt = (d\hat{\mathbf{r}}/d\theta)(d\theta/dt) = \dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad d\hat{\boldsymbol{\theta}}/dt = (d\hat{\boldsymbol{\theta}}/d\theta)(d\theta/dt) = -\dot{\theta}\hat{\mathbf{r}}$$

Muestre además que en el caso de un movimiento cuya trayectoria es una circunferencia $R=\text{cte.}$ ($\dot{R}=\ddot{R}=0$) y por lo tanto:

$$\mathbf{r} = R\hat{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{v} = R\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad \mathbf{a} = -R\dot{\theta}^2\hat{\mathbf{r}} + R\ddot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

- 2) Un cuerpo realiza un movimiento circular de radio 50 cm sobre un plano horizontal. La velocidad angular del movimiento es $\omega = \dot{\theta} = 2$ 1/s y el sentido es antihorario.
- ¿Cuánto vale el período del movimiento?
 - Calcule y represente gráficamente \mathbf{r} , \mathbf{v} y \mathbf{a}
 - Halle la posición en la cual se encuentra el objeto al cabo de 10 s.
- 3) El movimiento de un péndulo que realiza pequeñas oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio describe una trayectoria circular cuya ecuación horaria es $\theta(t) = \theta_0 \cos(\sqrt{g/L}t)$.
- Halle la velocidad angular $\omega(t) = \dot{\theta}$ y la aceleración angular $\alpha(t) = \ddot{\theta}$
 - Halle $\mathbf{v}(t)$ y $\mathbf{a}(t) = a_r(t)\hat{\mathbf{r}} + a_\theta(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}$
 - ¿Cuánto tarda el péndulo en completar una oscilación?

- 4) Un cuerpo de masa $m=0.1$ kg, atado al extremo de una cuerda de longitud $R=1$ m, oscila describiendo una circunferencia vertical. Si su velocidad es $V=2$ m/s cuando la cuerda forma un ángulo $\theta=30^\circ$ con la vertical, halle:
- Las componentes normal y tangencial de su aceleración en ese instante.
 - La dirección y la magnitud de la aceleración resultante.
 - La tensión de la cuerda.

Resp.: a) 4m/s^2 , 4.9m/s^2 , c) $T=1.25\text{N}$

- 5) Las velocidades de las centrifugadoras están limitadas en parte por la solidez de los materiales usados en su construcción. Una centrifugadora hace girar a 600000 rpm una muestra de 10 g en un radio de 50 cm. ¿Qué fuerza ejerce la centrifugadora sobre la muestra? ¿Cuál sería la masa de la muestra en reposo con un peso igual a esta fuerza?

Resp. $2 \cdot 10^7\text{N}$, 2000 t

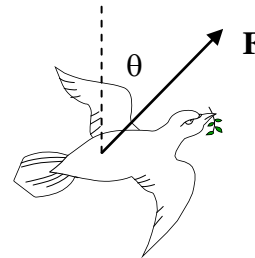
- 6) Un automóvil recorre una autopista que en un tramo tiene un radio de curvatura R . El automóvil se mueve con velocidad de módulo constante V . La autopista es horizontal (sin peralte).
- ¿Cuál debe ser el mínimo coeficiente de rozamiento para que el automóvil no deslice? Indique si se trata del coeficiente de rozamiento estático o dinámico y por qué.
 - ¿Con qué peralte le aconsejaría a un ingeniero que construya una autopista que en una zona tiene un radio de curvatura R ? Suponga que no hay rozamiento y que todos los autos tienen velocidad V .

- 7) Un coche recorre una curva plana de 0,25 km de radio. El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera es 0,4. ¿A qué velocidad en km/h empieza el coche a derrapar?

Resp. 114 km/h

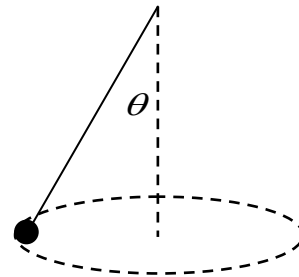
- 8) Un pájaro de masa 300 g describe en su vuelo una curva de 20 m de radio a una velocidad de 15 m/s. La altura del pájaro respecto del suelo se mantiene constante durante todo el movimiento.
- Determine la dirección y el sentido de la fuerza de sustentación (\mathbf{F}) ejercida por el aire sobre el pájaro.
 - ¿Cuál es la intensidad de esta fuerza de sustentación?

Resp. a) $\theta=48^\circ$ b) 4,5 N



- 9) Un cuerpo de masa m está suspendido de un hilo 2m de longitud y se mueve describiendo una circunferencia horizontal como muestra la figura (péndulo cónico) con velocidad angular $\omega=3.16$ 1/s. Calcule el ángulo θ para que dicho movimiento se mantenga.

Resp. 60°



- 10) Considere una partícula de masa 800 g sujeta a una varilla rígida de 50 cm de longitud que le comunica un movimiento circular uniforme en un plano vertical
- ¿Es cierto que la fuerza que la varilla ejerce sobre la partícula tiene dirección radial únicamente?
 - Calcule la fuerza de vínculo en el punto mas alto de la trayectoria circular si la velocidad angular es $\omega=6$ 1/s. Repita para $\omega=3$ 1/s y analice el cambio de sentido de la fuerza.
 - Halle la fuerza de vínculo entre la varilla y la partícula en función del ángulo que forma con la horizontal.

Resp. a) No; b) $\mathbf{F}=-6,4\text{ N } \hat{r}$ y $\mathbf{F}= 4,4\text{ N } \hat{r}$; c) $\mathbf{F}= -(m\omega^2 L - mg \text{ sen } \theta) \hat{r} + mg \text{ cos } \theta \hat{\theta}$

11) El radio de la Tierra es de 6400 km y gira sobre su eje con un período de 24 hs.

a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta en el ecuador?

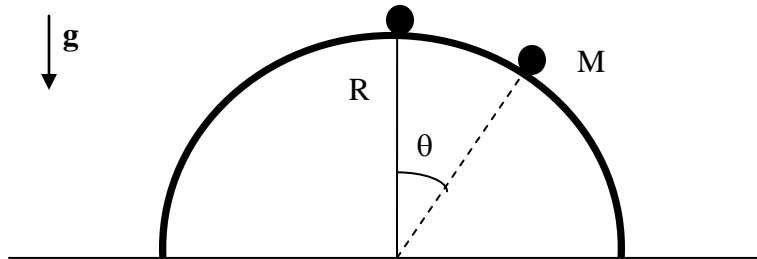
b) Si un hombre pesa 700 N en el Polo Norte, ¿cuál es su peso efectivo (lo que lee en la balanza) en el ecuador?

Resp. a) 0.034 m/s^2 , b) 697.9 N en el ecuador

12) Un cuerpo de masa M desliza sobre una semiesfera de radio R sin rozamiento.

a) Calcule el ángulo θ para el cual el cuerpo se separa de la superficie esférica si inicialmente es apartado, en un ángulo muy pequeño, de $\theta=0$ y su velocidad inicial es cero.

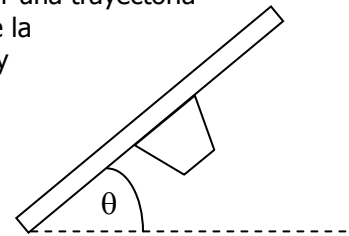
b) Si el cuerpo se engarza en un riel semicircular sin fricción de radio R , hallar la velocidad con que llega al suelo ¿Qué aceleración tangencial tiene el cuerpo en ese instante?



13) Para que un avión que vuela con velocidad de módulo constante V pueda realizar una trayectoria circular de radio R , debe inclinar el plano de sus alas en un ángulo θ respecto de la horizontal. La fuerza de empuje aerodinámico actúa generalmente hacia arriba y perpendicular al plano de las alas.

a) Obtenga la ecuación que da θ en términos de V , R y g .

b) Calcule este ángulo para $V=60 \text{ m/s}$ y $R= 1\text{km}$



14) Un avión que vuela a una velocidad de 400 m/s puede experimentar, dentro de los límites de seguridad, una aceleración de 8 veces la de la gravedad cuando toma una curva. ¿Cuánto tarda el avión en girar 180° en ese caso? ¿Con qué ángulo se inclina para dar ese giro? Aclaración: la altura del avión se mantiene constante durante todo el movimiento.

Resp. 15,7 seg y 83°