

Guía 3: Movimiento Circular

Coordenadas polares

1) El radio vector \mathbf{R} tiene las componentes cartesianas $\mathbf{R} = x\hat{i} + y\hat{j}$. En función de los versores $\hat{\theta}$ y \hat{r} , \mathbf{R} toma la forma: $\mathbf{R} = R \hat{r}$.

Demuestre que:

$$a) \hat{r} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j} \quad \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$$

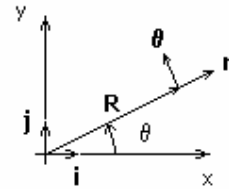
$$b) d\hat{r}/d\theta = \hat{\theta} \quad d\hat{\theta}/d\theta = -\hat{r}$$

$$c) \text{ A partir de } \mathbf{R} = R \hat{r}, \text{ pruebe que } \mathbf{v} = d\mathbf{R}/dt = \dot{R} \hat{r} + R\dot{\theta} \hat{\theta}$$

$$d) \text{ Pruebe que } \mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2) \hat{r} + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta}) \hat{\theta}$$

Ayuda: utilice las relaciones

$$d\hat{r}/dt = (d\hat{r}/d\theta) (d\theta/dt) = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad d\hat{\theta}/dt = (d\hat{\theta}/d\theta) (d\theta/dt) = -\dot{\theta} \hat{r}$$



Cinemática del Movimiento Circular

En el caso de un movimiento cuya trayectoria es una circunferencia $R=\text{cte.}$ ($\dot{R} = \ddot{R} = 0$) y por lo tanto la posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares vienen dada por

$$\mathbf{r} = R \hat{r}, \quad \mathbf{v} = R \dot{\theta} \hat{\theta}, \quad \mathbf{a} = -R\dot{\theta}^2 \hat{r} + R\ddot{\theta} \hat{\theta}$$

2) Un cuerpo realiza un movimiento circular de radio 50 cm sobre un plano horizontal. La velocidad angular del movimiento es $\omega = \dot{\theta} = 2 \text{ 1/s}$ y el sentido es antihorario.

- ¿Cuánto vale el período del movimiento?
- Calcule y represente gráficamente \mathbf{r} , \mathbf{v} y \mathbf{a}
- Halle la posición en la cual se encuentra el objeto al cabo de 10 s.

3) El movimiento de un péndulo que realiza pequeñas oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio describe una trayectoria circular cuya ecuación horaria es $\theta(t) = \theta_0 \cos(\sqrt{g/L} t)$.

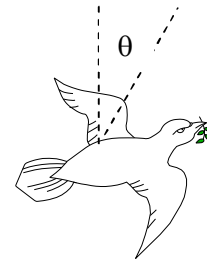
- Halle la velocidad angular $\omega(t) = \dot{\theta}$ y la aceleración angular $\alpha(t) = \dot{\omega}$
- Halle $\mathbf{v}(t)$ y $\mathbf{a}(t) = a_r(t) \hat{r} + a_\theta(t) \hat{\theta}$
- ¿Cuánto tarda el péndulo en completar una oscilación?

Dinámica del movimiento circular

- 4) Las velocidades de las centrifugadoras están limitadas en parte por la solidez de los materiales usados en su construcción. Una centrifugadora hace girar a 60000 rpm una muestra de 10 g en un radio de 50 cm. ¿Qué fuerza ejerce la centrifugadora sobre la muestra? ¿Cuál sería la masa de la muestra en reposo con un peso igual a esta fuerza?
Resp. $2 \cdot 10^7 \text{ N}$, 2000 t

- 5) Un coche recorre una curva plana de 0,25 km de radio. El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera es 0,4. ¿A qué velocidad en km/h empieza el coche a derrapar?
Resp. 114 km/h

- 6) Un pájaro de masa 300 g describe en su vuelo una curva de 20 m de radio a una velocidad de 15 m/s.
- ¿Cuál es el ángulo de inclinación?
 - ¿Cuál es la fuerza de sustentación ejercida por el aire sobre el pájaro?
- Resp. a) 48° b) 4,5 N

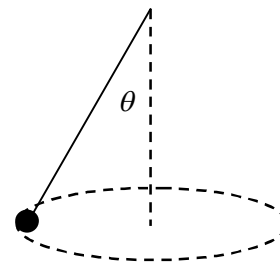


- 7) Un avión que vuela a una velocidad de 400 m/s puede experimentar, dentro de los límites de seguridad, una aceleración de 8 veces la de la gravedad cuando toma una curva. ¿Cuánto tarda el avión en girar 180° en ese caso? ¿Con qué ángulo se inclina para dar ese giro?

Resp. 15,7 seg y 83°

- 8) Un cuerpo de masa m está suspendido de un hilo 2m de longitud y se mueve describiendo una circunferencia horizontal como muestra la figura (péndulo cónico) con velocidad angular $\omega = 3.16 \text{ 1/s}$. Calcule el ángulo θ para que dicho movimiento se mantenga.

Resp. 60°



- 9) Considere una partícula de masa 800 g sujeta a una varilla rígida de 50 cm de longitud que le comunica un movimiento circular uniforme en un plano vertical
- ¿Es cierto que la fuerza que la varilla ejerce sobre la partícula tiene dirección radial únicamente?
 - Calcule la fuerza de vínculo en el punto mas alto de la trayectoria circular si la velocidad angular es $\omega = 6 \text{ 1/s}$. Repita para $\omega = 3 \text{ 1/s}$ y analice el cambio de sentido de la fuerza.
 - Halle la fuerza de vínculo entre la varilla y la partícula en función del ángulo que forma con la vertical.

Resp. a) No; b) $\mathbf{F} = -6,4 \text{ N } \hat{r}$ y $\mathbf{F} = 4,4 \text{ N } \hat{r}$; c) $\mathbf{F} = -(m\omega^2 L + mg \cos \theta) \hat{r} + mg \sin \theta \hat{\theta}$