

Estudio de un oscilador amortiguado

Objetivo

- Estudiar un sistema formado por un resorte y una masa moviéndose en el seno de diferentes fluidos.
- Determinar el valor de la constante de fricción y el grado de viscosidad de cada fluido.

Introducción

Como vimos la clase pasada, en un movimiento oscilatorio que consta de un resorte y una masa la fuerza aplicada a la masa sigue la ley de Hooke, dentro de ciertos límites, y se expresa de la siguiente forma:

$$F = -k\Delta x \quad (1)$$

donde F es la fuerza aplicada, Δx el vector desplazamiento y k la constante elástica del resorte.

Cuando un sistema oscilatorio se encuentra moviéndose en el seno de un fluido la fuerza de fricción del fluido puede suponerse como:

$$F_R = -bv \quad (2)$$

donde F_R es la fuerza de fricción del fluido, v la velocidad y b es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{b}{M}\right)\frac{dx}{dt} + w_0^2x = 0 \quad (3)$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados (w_0 , b y M), y de la relación entre ellos.

Se define la constante de amortiguamiento del fluido, γ , como:

$$\gamma = \frac{b}{2M} \quad (4)$$

Si $\lambda^2 < w_0^2$ nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = a \exp^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) + x_0 \quad (5)$$

donde x_0 es la posición de equilibrio, a y φ constantes a determinar, y w la frecuencia de oscilación del sistema, que puede expresarse como:

$$w = \sqrt{w_0^2 - \gamma^2} \quad (6)$$

con w_0 como la frecuencia de oscilación del movimiento sin amortiguar.

A partir de la ec. (5), podemos deducir que:

$$F(t) = A \exp^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) + F_0 \quad (7)$$

Actividades

Se desea realizar un estudio de un oscilador amortiguado a través de un sistema formado por un resorte y una masa moviéndose en el seno de diferentes fluidos.

Se quiere determinar la constante de amortiguamiento y el grado de viscosidad de cada fluido utilizado. Para ello, se propone montar el dispositivo experimental de la clase pasada.

- Sumerja una masa en un fluido. Sepárela levemente de su posición de equilibrio de modo de provocar un movimiento oscilatorio asegurándose de que la masa se mantenga durante toda la oscilación inmersa en el fluido
¿Por qué es esto necesario?
- Determine la frecuencia de oscilación w del resorte en el fluido a partir del grafique Fuerza vs. Tiempo.
- Obtenga la constante de amortiguamiento γ a partir del decaimiento de la amplitud de los gráficos.
- Determine el grado de viscosidad del fluido a través del cálculo de b .

Repita el procedimiento con otro fluido.

¿Depende la frecuencia de oscilación del fluido utilizado? ¿Y la amplitud? Compare los resultados de w , γ y de b obtenidos para cada fluido.