

# Exp 6: Fuerza viscosa

E. Galpern, D. Shalom, F. Della Picca - DF, FCEyN, UBA.

Mayo 2017

## Objetivos

En esta experiencia de laboratorio vamos a estudiar el movimiento de caída de una esfera en el seno de un fluido, analizando en particular el comportamiento de la fuerza viscosa.

## Introducción

Cuando un cuerpo se mueve en caída libre en el vacío, el mismo se encuentra sometido sólo a la acción de su peso. Su aceleración es constante (e igual a “ $g$ ”) y su velocidad aumenta proporcionalmente con el tiempo. ¿Qué diferencia hay cuando el movimiento de caída ocurre en un fluido viscoso como el detergente? ¿Cómo es en este caso la velocidad de la esfera en función del tiempo?

En la Figura 1 se muestra el diagrama de cuerpo libre para un cuerpo que cae en un medio viscoso. Además de a su propio peso ( $P$ ), el cuerpo es sometido a una fuerza denominada ‘empuje’ ( $E$ ), de sentido contrario al peso, por el solo hecho de encontrarse sumergido. Además, si el cuerpo se mueve aparece una fuerza viscosa ( $F_v$ ) que se opone al movimiento del cuerpo.

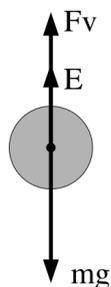


Figura 1: Diagrama de cuerpo libre de una esfera en el seno de un fluido viscoso.

¿Cómo es la fuerza viscosa? ¿De qué depende? Pensemos en otro ejemplo, imaginemos una persona andando en bicicleta en el seno de un fluido... el aire. Si alguna vez te subiste a una bicicleta, habrás notado que, andando a velocidad constante, cuesta mucho más andar

rápido que andar lento. Además un objeto más grande sufre una fuerza mayor, o sea que la fuerza viscosa depende también del tamaño del objeto. Pero... ¿de qué forma depende? Si el tamaño del objeto se duplica, ¿la fuerza viscosa también? ¿El “tamaño” del objeto (en el caso de la esfera) es el radio  $R$ , el perímetro (proporcional a  $R$ ), el área (proporcional a  $R^2$ ), el volumen (proporcional a  $R^3$ ), o qué?

Utilizando la primera ley de Newton, obtenemos

$$P - E - F_v = ma \quad (1)$$

donde  $P$  es el peso,  $E$  es el empuje,  $F_v$  es la fuerza viscosa y  $a$  es la aceleración.

Cuando la esfera se desplaza con velocidad constante, esto se debe a que la aceleración es cero debido a que las fuerzas se compensan:

$$F_v = P - E \quad (2)$$

Veamos cada una de estas fuerzas, considerando el caso de una esfera:

- **Peso:** sabemos que  $P = mg$ , siendo la masa:  $m = \delta_e V_e$ , donde  $V_e$  es el volumen de la esfera y  $\delta_e$  es la densidad del material de la esfera. El volumen es  $V_e = 4/3 \pi R^3$ , con  $R$  el radio de la esfera. De esta manera, la expresión para el peso resulta entonces  $P = \delta_e 4/3 \pi R^3 g$
- **Empuje:** según el principio de Arquímedes el empuje es igual a  $E = \delta_l 4/3 \pi R^3 g$ , donde  $\delta_l$  es la densidad del líquido.
- **Fuerza viscosa:** en un flujo laminar, la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad. Este concepto está en la *Ley de Stokes*, que para una esfera es:  $F_v = 6 \pi \eta v f(R)$ , donde  $\eta$  es la viscosidad del fluido y  $f(R)$  es alguna función del radio de la esfera  $R$ .

Cuando las fuerzas están en equilibrio, vale la ecuación 2. El cuerpo ha alcanzado una velocidad constante, que llamamos *velocidad límite*  $v_{lim}$ . Reemplazando tenemos que

$$F_v = 4/3 \pi R^3 g (\delta_e - \delta_l) \quad (3)$$

$$6 \pi \eta v_{lim} f(R) = 4/3 \pi R^3 g (\delta_e - \delta_l) \quad (4)$$

$$v_{lim} = \frac{2 g (\delta_e - \delta_l)}{9 \eta} \frac{R^3}{f(R)} \quad (5)$$

Tenemos entonces una expresión para la velocidad límite  $v_{lim}$ , que depende entre otras cosas del radio  $R$  de la esfera. La fuerza viscosa depende de  $v_{lim}$ , y por lo tanto depende indirectamente de  $R$ .

## Actividades propuestas

### 1. Velocidad límite

En el laboratorio contamos con probetas que podemos llenar con detergente y esferas de acero de distintos radios. Soltamos las bolitas de a una con cuidado y medimos  $v_{lim}$ .

Contamos con una cámara que filma videos y el programa *Tracker* para realizar las mediciones de posición en función del tiempo. ¿Cómo puede medirse indirectamente la velocidad límite? ¿Es la velocidad constante durante todo el experimento? ¿Por qué?

Midiendo  $v_{lim}$  para esferas de distintos radios, podemos descubrir cual es la función  $f(R)$  y así conocer como depende del radio  $R$  la fuerza viscosa. ¿Cómo podemos determinar el coeficiente de viscosidad  $\eta$  del fluido utilizado?

## 2. Condiciones de borde

El desarrollo de la sección anterior es sin considerar efectos de borde (o sea supusimos tácitamente que el fluido se extiende al infinito; aunque no lo parezca esta idealización simplifica el análisis). Si trabajamos en un tubo de radio  $R_T$ , entonces debe considerarse un término de corrección para la velocidad medida:

$$v_{lim} = \left(1 + 2,4 \frac{R}{R_T}\right) v_{medida} \quad (6)$$

En nuestro sistema, ¿es relevante considerar este efecto? ¿Se te ocurre alguna manera de probarlo experimentalmente?

## Análisis de imágenes con *Tracker*

*Tracker* es un software gratuito creado por *Open Source Physics* (OSP) con soporte para varios sistemas operativos. El programa permite analizar videos y modelar los resultados. En particular nos interesa una herramienta que permite el seguimiento de objetos (posición, velocidad y aceleración superponiendo los gráficos), posee gran variedad de filtros espaciales para mejorar la imagen, así como también perfiles de línea para analizar espectros y patrones de interferencia. Está especialmente diseñado para ser utilizado en los laboratorios de física universitarios.

### Ayuda:

- Es importante que el fondo y la iluminación sean homogéneos para evitar el ruido en la medición.
- En cada video que se hace es necesario tener una magnitud patrón para poder calibrar las distancias recorridas. Una vez abierto el archivo en el *Tracker*, hay que elegir los cuadros de interés del video con la herramienta **ajustes de corte**, luego cargar la calibración espacial (utilizando el patrón) con la herramienta **calibración** y finalmente agregar el sistema de referencia.
- La trayectoria de la esfera se puede determinar de forma manual (cuadro a cuadro marcar posición) o de forma automática. Esta última resulta más precisa. Para ello usar **crear > masa puntual**. Se elige el *key frame* (que es lo que va a tener que seguir el programa), esto se hace en el primer cuadro de la trayectoria presionando **Shift+Ctrl+Click** del mouse.

- En el siguiente sitio se pueden encontrar distintos ejemplos: <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/webstart/>, y en el sitio oficial del programa se pueden encontrar tutoriales como: <https://www.youtube.com/watch?v=n4Eqy60yYUY>.