

## 2. Dinámica

### parte 1. Dinámica sin rozamiento

- 1) La segunda ley de Newton expresa que la aceleración de un cuerpo depende linealmente de la fuerza neta que sobre él actúa, siendo la masa la constante de proporcionalidad.
  - a) Escriba este concepto en forma de ecuación diferencial para la posición ( $x$ ) para el caso de una fuerza constante en el tiempo.
  - b) Re-escribala ahora como una ecuación diferencial para la velocidad ( $v$ ). Resuelva esta ecuación, encontrando una solución  $v(t)$ . Considere la condición inicial  $v(t=0) = v_0$ .
  - c) Arréglese ahora para encontrar la expresión para  $x(t)$  si  $x(t=0)=x_0$ .
- 2) Si la masa del Titanic era de  $6 \times 10^7$  Kg, ¿qué fuerza habrá sido necesaria para producirle una aceleración de  $0.1 \text{ m/s}^2$ ?
- 3) En cada uno de los sistemas que se muestran a continuación, ubique las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos, especificando cuales son pares de interacción.

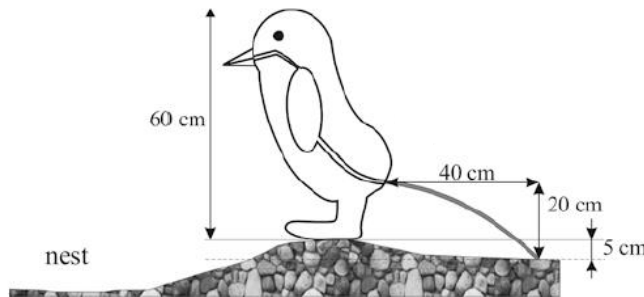


- 4) Se arroja una piedra hacia arriba con una velocidad inicial de  $20 \text{ m/s}$ . Halle:
  - a) La posición y la velocidad 1 segundo y 3 segundos después de haber sido arrojada.
  - b) La altura máxima alcanzada y el tiempo que tarda en alcanzarla. ¿Cuánto valen la velocidad y la aceleración en el punto más alto?
  - c) La velocidad cuando vuelve a pasar por el punto de partida, y el tiempo que tarda en alcanzarlo. Comparar con b).
  - d) Grafique  $x(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$ .
- 5) Un cuerpo cae desde un globo aerostático que desciende con una velocidad de  $12 \text{ m/s}$ .
  - a) Calcule la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo luego de 10 segundos.
  - b) Resuelva el mismo problema si el globo asciende a la misma velocidad.
- 6) Se lanza un cuerpo hacia arriba con velocidad inicial de  $15 \text{ m/s}$ . Un segundo después se deja caer otro cuerpo desde una altura  $15 \text{ m}$  sin velocidad inicial.
  - a) Calcule el tiempo que tardan en encontrarse.
  - b) ¿A qué distancia del piso se encuentran?
- 7) Una persona está parada sobre una balanza que se encuentra en un ascensor. Estando éste en reposo la balanza indica un peso de  $55 \text{ kgf}$ .
  - a) ¿Qué indica la balanza si el ascensor baja con velocidad constante de  $v = 3 \text{ m/s}$ .
  - b) ¿Qué indica si el ascensor sube con una aceleración de  $0.4 \text{ m/s}^2$ .

- 8) Se arrastra un carrito cuya masa es de 20 kg por una superficie horizontal, mediante una soga de la cual se tira formando un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical. Si la aceleración que se logra así es de  $0,5 \text{ m/s}^2$  ¿Cuál es el módulo de la fuerza ejercida mediante la soga? ¿Qué valor toma la normal del piso sobre el carrito?
- 9) Un pájaro de masa  $m = 26 \text{ g}$  esta posado en el punto medio de una cuerda tensa como muestra el dibujo.



- a) Demuestre que la tensión de la cuerda esta dada por  $T = mg / 2 \sin \theta$
- b) Determine la tensión si  $\theta = 5^\circ$
- c) ¿Cuánto valdrá la tensión si la cuerda está ubicada en un montacargas que asciende con  $a=1\text{m/s}^2$ . Discuta los casos en los que desciende con la misma aceleración, o se mueve con velocidad constante.
- 10) En un trabajo publicado en la revista Polar Biology en 2003\*, Victor Benno Meyer-Rochow y Jozsef Gal de la Universidad Internacional de Bremen estudian la defecación del pingüino Pygoscelis antarctica, oriundo de la antártida. En la figura 1 del trabajo, la cual se reproduce a continuación, se resumen algunos parámetros típicos obtenidos a partir de fotografías.

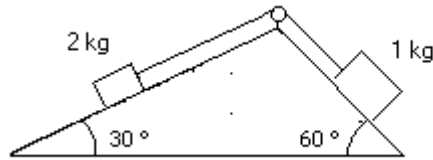


- a) Calcule la velocidad de salida del excremento y el tiempo que tarda en tocar el suelo.
- b) Calcule el tiempo que tarda el mismo en descender 10 cm y halle el vector velocidad en ese instante.
- c) Grafique  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $V_x(t)$  y  $V_y(t)$ .

\* Polar Biology (2003). 27: 56-58.

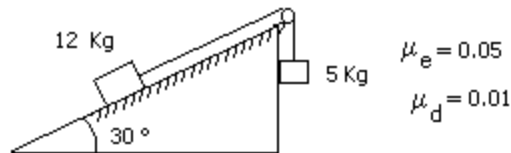
- 11) Una avioneta vuela horizontalmente a 1000 m de altura y deja caer un paquete. Este golpea el suelo 500 m más adelante del lugar donde fue arrojado. Calcule la velocidad del avión y a qué altura está el paquete cuando avanzó 100 m en la dirección horizontal.
- 12) Se sabe que cuando un cuerpo desciende libremente por un plano inclinado sin rozamiento, su aceleración es  $a=g.\sin(\theta)$ , independientemente de la masa del cuerpo. Verifíquelo aclarando cual de los ángulos del plano inclinado es el  $\theta$  de esta expresión.

- 13) Analice el sentido de movimiento del sistema de la figura, calculando las aceleraciones de cada cuerpo y la tensión sobre la soga que los vincula. Suponga que la soga es inextensible y de masa despreciable frente a la de los cuerpos. ¿En qué momento utiliza estas aproximaciones?



## parte 2. Dinámica con rozamiento

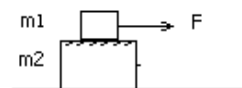
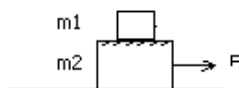
- 14) En una situación en la que una fuerza  $F$  arrastra un cuerpo horizontalmente sobre una superficie con coeficiente de rozamiento dinámico  $\mu_d$  ¿cómo se modifica la ecuación diferencial del problema 1.a? ¿y las soluciones de  $x(t)$  y  $v(t)$ ?
- 15) Dado el sistema indicado por la figura:



- a) Diga si está en equilibrio.  
b) ¿Que aceleración tiene cuando se mueve?
- 16) Un bloque de 3 kg está apoyado sobre otro bloque de 5 Kg como indica la figura. Considere que no hay fuerza de rozamiento entre el bloque de 5 Kg y la superficie horizontal donde se apoya. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre los dos bloques son 0.2 y 0.1 respectivamente.
- a) ¿Cual es la fuerza máxima que puede aplicarse al bloque de 5 Kg para arrastrar a los dos cuerpos sin que deslice un bloque sobre el otro?. Halle la aceleración del sistema cuando se aplica dicha fuerza.  
b) Se aplica ahora al cuerpo de 5 Kg una fuerza igual al doble de la calculada en a). Halle la aceleración de cada bloque. ¿Hacia donde se cae el bloque de arriba?  
c) Ídem a), pero ahora aplicando la fuerza  $F$  sobre el bloque de 3 kg.  
d) Si se aplica sobre el bloque de 3 Kg una fuerza igual a la mitad de la calculada en c), calcule la fuerza de rozamiento entre bloques

a) y b)

c) y d)



$m_1 = 3 \text{ kg}$

$m_2 = 5 \text{ kg}$

- 17) Una fuerza horizontal empuja a un ladrillo de 2,5 kg de masa contra una pared vertical. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre el ladrillo y la pared son 0,5 y 0,4 respectivamente. Calcule el valor mínimo horizontal de esa fuerza para sostener el ladrillo quieto.

### parte 3. Dinámica viscosa (a escala celular y molecular)

- 18) Un objeto que se mueve en un fluido experimenta una fuerza de arrastre (o fuerza viscosa) que se opone a su movimiento y es proporcional a la velocidad relativa entre el objeto y el fluido:

$$F_{\text{arrastre}} = \gamma \cdot v$$

El coeficiente de proporcionalidad ( $\gamma$ ) es una función del tamaño y de la forma del objeto así como de la viscosidad del medio. Para un objeto esférico, el coeficiente de arrastre es  $\gamma = 6\pi \cdot \eta \cdot r$  (Ley de Stokes), donde  $\eta$  es la viscosidad del fluido y  $r$  el radio del objeto.

Considere un objeto que se mueve en un medio viscoso sujeto a una fuerza constante  $F$ . Suponga que la velocidad inicial es  $v(0) = 0$ .

- a) Plantee la ecuación de Newton y muestre que la velocidad en función del tiempo es:

$$v(t) = \frac{F}{\gamma} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

Grafique.

- b) Encuentre la velocidad límite alcanzada. De una estimación del tiempo que tarda en alcanzarse esa velocidad. ¿De qué parámetros depende?
- 19) Calcule la fuerza que deben hacer los motores moleculares que mueven los flagelos de una bacteria *E. coli* para que esta se mueva en un medio acuoso ( $\eta = 10^{-2} \text{ gr cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) a una velocidad constante de  $25 \mu\text{m}/\text{seg}$ . Aproxime la bacteria es una esfera de  $2 \mu\text{m}$  de radio.
- 20) En mitosis, las moléculas de kinesina trasladan los cromosomas por una distancia de unos 5 micrones durante unos 30 minutos. Calcule su velocidad media. ¿Qué fuerza se requiere? Asuma que el cromosoma tiene el mismo coeficiente de arrastre que la bacteria *E. coli* del problema 19.
- 21) Suponga que una fuerza de 1 pN se aplica a una proteína de 100 kDa. En un medio sin viscosidad, ¿a qué velocidad se moverá después de 1 ns? ¿Qué distancia avanzará en ese tiempo? Si la proteína está en un medio viscoso como el citoplasma cuya viscosidad es 1000 veces mayor que la del agua ( $\eta = 10 \text{ gr cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ), ¿cuál es su velocidad límite? ¿qué distancia recorrería en 1 ns a esa velocidad?  
Ayuda: La masa de una proteína de 100 kDa es  $166 \times 10^{-24} \text{ Kg}$  y su radio, suponiendo que es esférica, es de 3 nm.

#### 22) La inercia de una bacteria

Considere una bacteria que se mueve a una velocidad de  $25 \mu\text{m}/\text{seg}$ . Si se apagan los motores moleculares que le dan la fuerza de propulsión ¿Cuán lejos llegará?

Ayuda: considere que la bacteria es esférica con un radio de  $1 \mu\text{m}$  y una densidad de  $10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ .

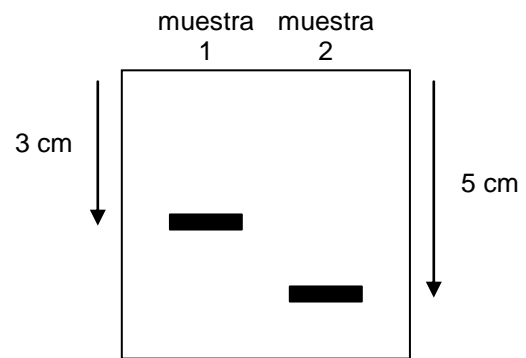
### 23) Electroforesis en gel (parte II)

En la guía de cinemática supusimos que las biomoléculas viajan a velocidad constante durante una electroforesis en gel.

- a) ¿Por qué ocurre esto? ¿Qué condición debe cumplir la fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre las moléculas para que esto se cumpla?

La calmodulina es una proteína capaz de unir átomos de calcio ( $\text{Ca}^{2+}$ ). Al hacerlo cambia de una forma alargada a una forma compacta. Esta propiedad la convierte en un sensor de la concentración de  $\text{Ca}^{2+}$  intracelular, función que la vuelve relevante en numerosos procesos celulares como inflamación, apoptosis, contracción muscular, etc.

Se analizaron dos muestras de calmodulina, una con  $\text{Ca}^{2+}$  y una sin  $\text{Ca}^{2+}$  en gel no desnaturante. Tras una hora de migración se reveló el gel obteniendo el siguiente resultado:



- b) ¿Cuál muestra corresponde a la proteína con  $\text{Ca}^{2+}$ ?
- c) Si la fuerza que ejerce el campo eléctrico es de  $0,01 \text{ pN}^*$  ¿Cuál es el coeficiente de arrastre para la calmodulina con y sin  $\text{Ca}^{2+}$  en este experimento?

\*: La naturaleza de esta fuerza será develada cuando estudiemos electrostática.

### 24) Suponga una bacteria esférica de $2 \mu\text{m}$ de radio y densidad $1000 \text{ kg/m}^3$ .

- a) Si se la suelta en el aire (o vacío, a los efectos prácticos da igual), ¿cuál será el módulo de su velocidad 1 segundo después? Tenga en cuenta la gravedad en este caso.
- b) Suponga ahora que a la misma pobre bacteria se la pone en agua (viscosidad  $\eta=10^{-3} \text{ kg/m.s}$ ) y comienza a desplazarse haciendo con sus motores una fuerza equivalente a su peso. ¿Cuál será el módulo de su velocidad 1 segundo después?
- c) Grafique cualitativamente  $v(t)$  para los casos a y b.
- d) ¿Se conservó la energía mecánica de la bacteria en a y en b? ¿Por qué?

**Créditos:** Mucha gente contribuyó a la realización de esta guía. Gran parte de los ejercicios que la componen fueron propuestos por Guille Solovey, Diego Laplagne, Lucía Chemes y Pablo Polosecki. A ellos y a todos los docentes y alumnos que durante los años aportaron sugerencias o correcciones a los ejercicios va mi agradecimiento.