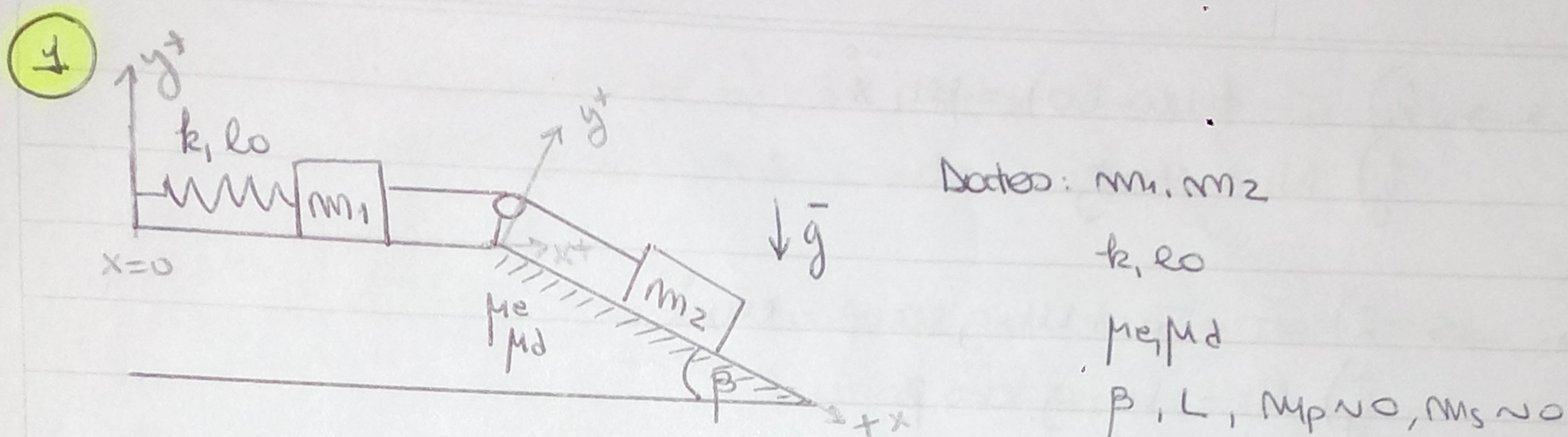
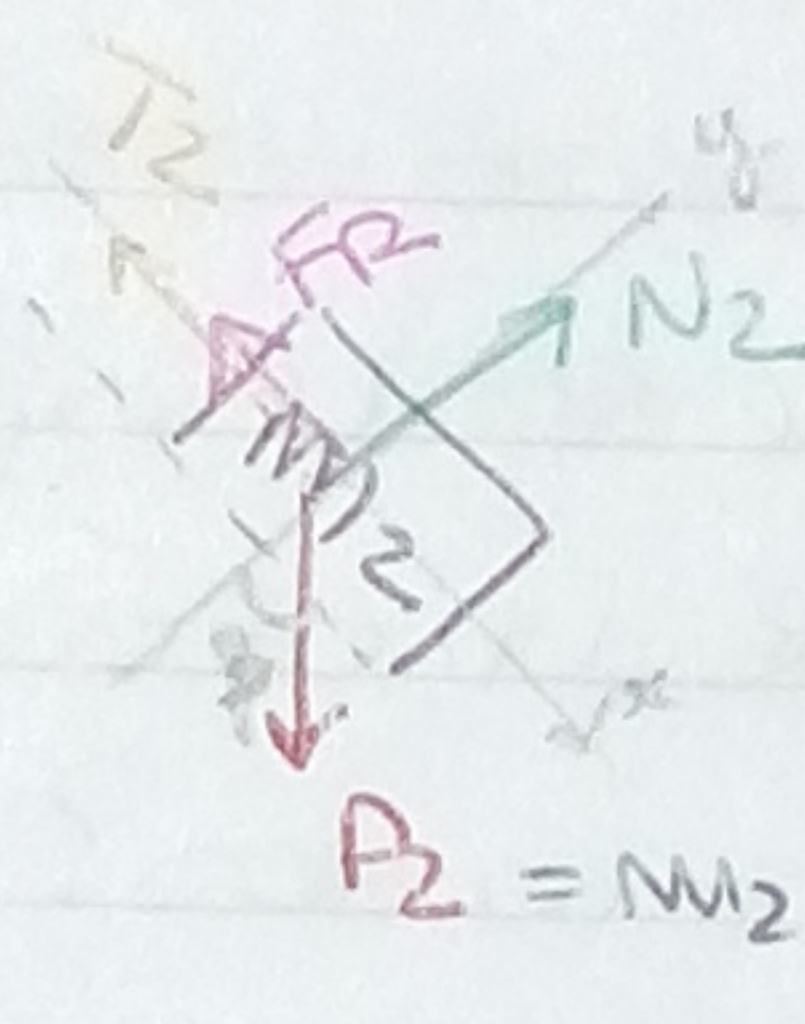
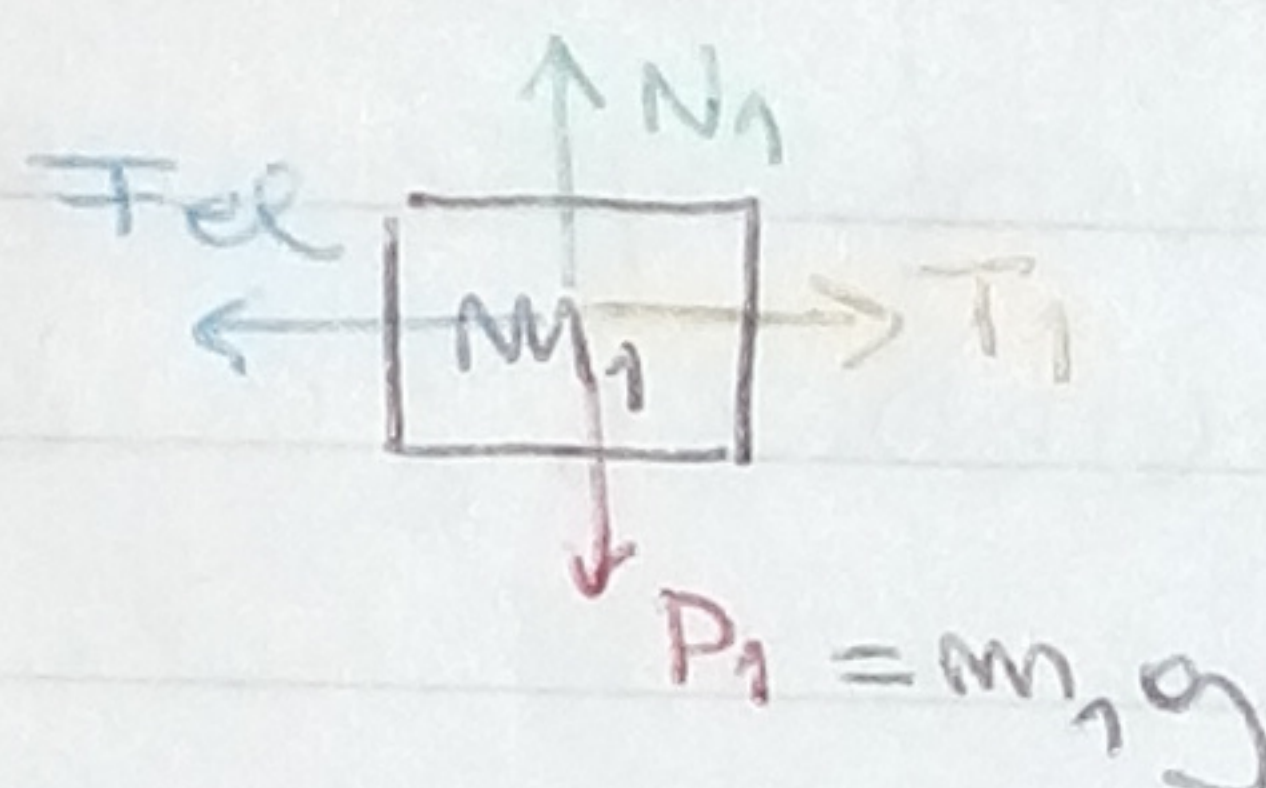




a) D.C.L., Newton, vínculos

D.C.L.



$$\vec{P}_2 = m_2 \cdot g \cdot \sin \beta \hat{x} - m_2 g \cos \beta \hat{y}$$

sega: $\overleftarrow{T_1'} \quad \overrightarrow{T_2'}$ $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_1'|, |\vec{T}_2| = |\vec{T}_2'|$ polos A y R

Newton: $T_2' - T_1' = \frac{m_1}{1} \ddot{x}_s$ (sega ideal)
 $T_2' = T_1'$
 $\Rightarrow T_2 = T_1 = T$

Newton

$$m_1 \rightarrow \begin{cases} \hat{x}) T - k(x_1 - l_0) = m_1 \ddot{x}_1 \\ \hat{y}) N_1 - m_1 \cdot g = m_1 \ddot{y}_1 \text{ vínculo} \end{cases}$$

$$m_2 \rightarrow \begin{cases} \hat{x}) -T_R - T + m_2 g \sin \beta = m_2 \ddot{x}_2 \\ \hat{y}) N_2 - m_2 g \cos \beta = m_2 \ddot{y}_2 \text{ vínculo} \end{cases}$$

vínculos

Cuerda ideal de longitud L .

$$L = (x_2 - x_p) + (x_p - x_1) = \text{cte}$$

$$0 = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1$$

$$0 = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x}$$

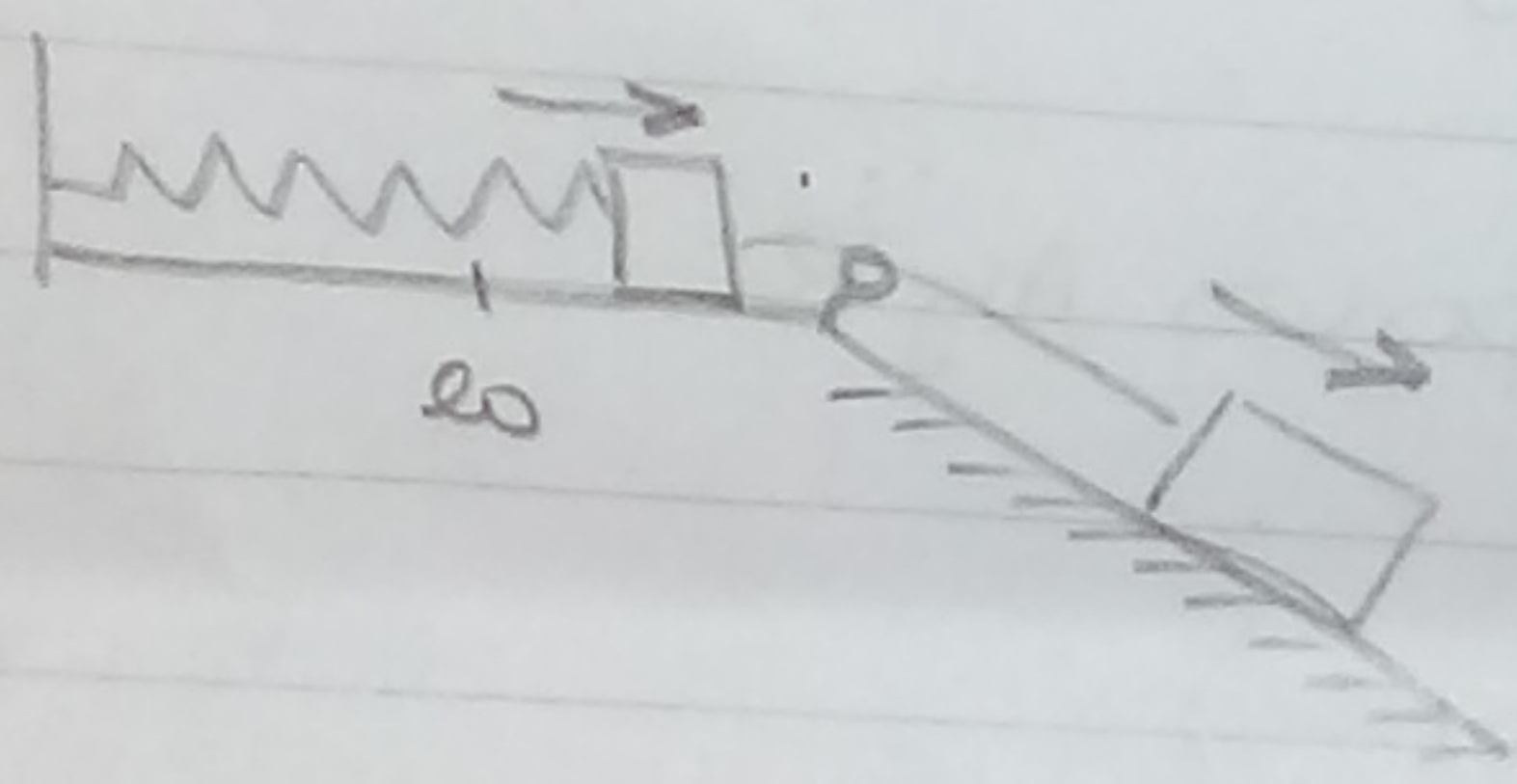
Puedo reescribir Newton.

2

$$m_1 \rightarrow \begin{cases} \hat{x}) & T - k(x_1 - l_0) = m_1 \ddot{x} \\ \hat{y}) & N_1 = m_1 g \end{cases}$$

$$m_2 \rightarrow \begin{cases} \hat{x}) & -T - F_R + m_2 g \sin \beta = m_2 \ddot{x} \\ \hat{y}) & N_2 = m_2 g \cos \beta \end{cases}$$

b) Inicialmente las masas se desplazan +q el resorte se estira 5 cm respecto de su longitud natural y se suelta. El sistema se encontrará en reposo? ¿Cuál es la aceleración de las masas?



f_R estática? ya que $v=0$.

$$|f_{R\max}| \leq \mu_e \cdot N_2 = \mu_e \cdot m_2 g \cos \beta$$

$$+ T - k \Delta x = m_1 \ddot{x}$$

$$-T - F_R + m_2 g \sin \beta = m_2 \ddot{x}$$

$$\Rightarrow -k \Delta x - F_R + m_2 g \sin \beta = (m_1 + m_2) \ddot{x}$$

$$\text{Si } f_R = f_{RE} \Rightarrow \begin{cases} -k \Delta x - f_{RE} + m_2 g \sin \beta = 0 & (\ddot{x} = 0) \\ -k \Delta x + m_2 g \sin \beta = f_{RE} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |-k \Delta x + m_2 g \sin \beta| \leq \mu_e m_2 g \cos \beta$$

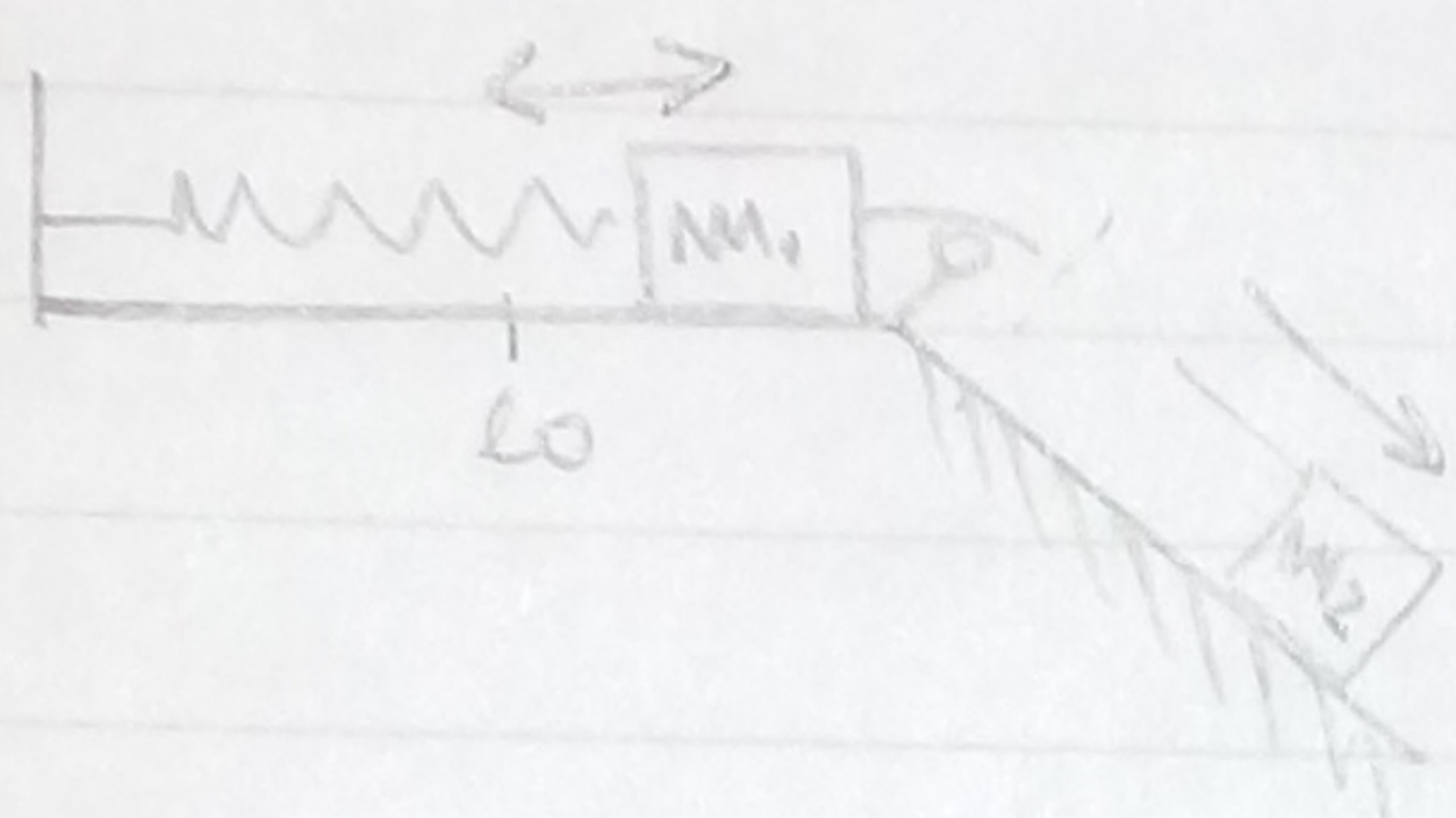
$$\left| -400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,05 \text{ m}) + 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \sin(60^\circ) \right| \leq 0,3 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cos(60^\circ)$$

$$|20 \text{ N} + 20 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N}| \leq 0,3 \cdot 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \text{ N}$$

$$|-2,679 \text{ N}| \leq 3 \text{ N} \quad \checkmark \Rightarrow \text{están en reposo}$$

$$\text{se cumple} \Rightarrow \boxed{\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x} = 0}$$

c) En las condiciones de b), se corta la soga. Describa el comportamiento posterior de cada masa.



Saca T de las ecuaciones.
Ahora $\ddot{x}_1 \neq \ddot{x}_2$

d) Encuentre la posición de equilibrio de la masa m_1 y halle su frecuencia de oscilación.

$$-k(x_1 - l_0) = m_1 \ddot{x}_1$$

$$-\frac{k}{m_1} x_1 + \frac{k l_0}{m_1} = \ddot{x}_1$$

$$\frac{k l_0}{m_1} = \ddot{x}_1 + \left(\frac{k}{m_1}\right) x_1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$$

$$x_{eq} + \ddot{x}_{eq} = 0 \Rightarrow \frac{k l_0}{m_1} = \frac{k}{m_1} x_{eq}$$

$$l_0 = x_{eq}$$

e) Encuentra la posición en función del tiempo para la masa m_1 .

Ec. dif no homogénea $\frac{k l_0}{m_1} = \ddot{x}_1 + \frac{k}{m_1} x_1$

Propongo $x_1(t) = \underbrace{x_h(t)} + \underbrace{x_p}$

$$A \cos(\omega t + \varphi) \quad x_{eq}$$

$$\Rightarrow x_1(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + l_0 \quad \text{con } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$$

Aplico C.I $\rightarrow \begin{cases} X(0) = l_0 + 5 \text{ cm} \\ \dot{X}(0) = 0 \end{cases}$

4

$$X(0) = A \cos \varphi + l_0 = l_0 + 5 \text{ cm}$$

$$\dot{X}(t) = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{X}(0) = -A \omega \sin \varphi = 0$$

$\neq 0$

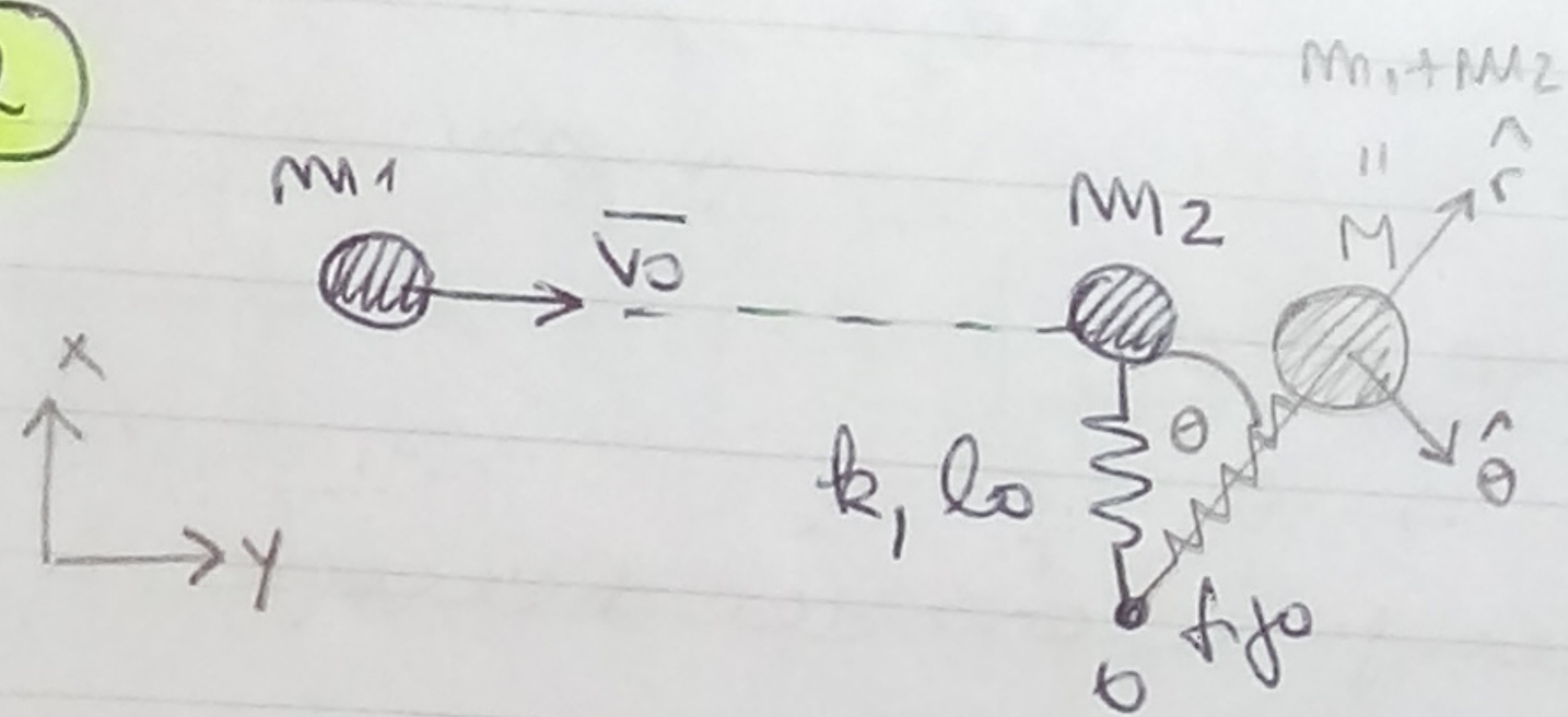
$$\sin \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \varphi = 0$$

$$X(0) = A \cos(0) = 5 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow X_1(t) = 5 \text{ cm} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot t\right) + l_0$$

2



Inicialmente, resorte en l_0 y m_2 en reposo.

Choque plástico

a) Cantidades conservadas antes, durante y después del choque.

Sistema: $m_1 + m_2$ (Resorte externo)

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{el}$$

Antes $\rightarrow$ Resorte en l_0 , $\vec{F}_{el} = 0$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow P \text{ se conserva}$$

Durante $\rightarrow$ instantáneos

$$\Rightarrow P \text{ se conserva}$$

Después $\rightarrow$ Resorte estirado, comprimido o no $\Rightarrow P$ no se conserva

$$\bullet \Sigma \vec{L}^0 = \vec{L}_{p1} + \vec{L}_{n1} + \vec{L}_{p2} + \vec{L}_{n2} + \vec{L}_{fel}$$

Antes $\rightarrow \vec{L}_{fel} = 0$ ($\vec{r}_{fel} = 0$) $\Rightarrow \vec{L}^0$ se conserva

Durante $\rightarrow$ instantáneo $\Rightarrow$ "

Después $\rightarrow \vec{L}_{fel} = \vec{r}^0 \times \vec{F}_{el}$
 $= \vec{r} \hat{r} \times [-k(r - l_0)] \hat{r} = 0 \Rightarrow \vec{L}^0$ se conserva
 (es central.)

• Para la energía sabemos que:

$$\Delta E_{mec} = W_{fnc}$$

$$\Delta E_{cin} = W_{total}$$

$$\Delta E_{pot} = W_{fc}$$

Acá tenemos $\vec{P} \rightarrow \vec{F}_c$ pero $W_P = 0$ ($\perp$ trayectoria)

$\vec{N} \rightarrow \vec{T}_{nc}$ pero $W_N = 0$ ($\perp$ trayectoria)

$\vec{F}_{el} \rightarrow \vec{F}_c$

$$\Delta E_{mec} = W_{fnc} = 0 \Rightarrow E_{mec} \text{ se conserva} \leftarrow \begin{matrix} \text{Antes} \\ \text{Después} \end{matrix}$$

$$\Delta E_{cin} \left\{ \begin{matrix} \text{dados por } W_{fc} \end{matrix} \right.$$

$$\Delta E_{pot}$$

Choque PLÁSTICO $\Rightarrow$ durante no se conserva la E_{mec} ($\Delta T \neq 0$)

b) Velocidad de la masa justo después del choque?

Por conservación de $\vec{P}$ durante el choque:

$$\begin{aligned} \vec{P}_i &= m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2^0 = m_1 v_0 \hat{y} \\ \vec{P}_f &= (m_1 + m_2) \cdot \vec{V} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} m_1 v_0 \hat{y} &= \overbrace{(m_1 + m_2)}^M \vec{V} \\ \downarrow \\ \frac{m_1}{M} v_0 \hat{y} &= \vec{V} \\ \downarrow \\ \frac{m_1}{M} v_0 \hat{\theta} &= \vec{V} \end{aligned} \right.$$

- c) Monitoreo cualitativo del sistema luego del choque.
Calcular energía y momento angular.



La masa M gira alrededor de O .
El resorte se comprime y estira.

Energía

$$E_{mec} = \underbrace{\frac{1}{2} M \left(\frac{m_1 v_0}{M} \right)^2}_{\text{energía tras el choque}} + \frac{k}{2} (r - l_0)^2$$

Momento angular

$$\vec{L}^0 = \vec{r}^0 \times \vec{p}^0 = l_0 \hat{r} \times M \left(\frac{m_1 v_0}{M} \hat{\theta} \right) = \underbrace{m_1 l_0 v_0}_{\text{momento angular tras el choque}} \hat{z}$$

- d) Expresión para la velocidad como función de la longitud del resorte.

Pista: pensar $\vec{v} = v_r \hat{r} + v_\theta \hat{\theta}$. $\rightarrow \vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}$

Como E_{mec} y $\vec{L}^0$ se conservan:

$$\bullet \frac{E_{mec}}{2} M \left(\frac{m_1 v_0}{M} \right)^2 = \frac{1}{2} M (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{k}{2} (r - l_0)^2 \quad (1)$$

$$\bullet \vec{L}^0 = \vec{L}_t = \vec{r} \times \vec{p}_t = r \hat{r} \times M (\dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}) = M r^2 \dot{\theta} \hat{z}$$

$$\Rightarrow m_1 l_0 v_0 \hat{z} = M r^2 \dot{\theta} \hat{z}$$

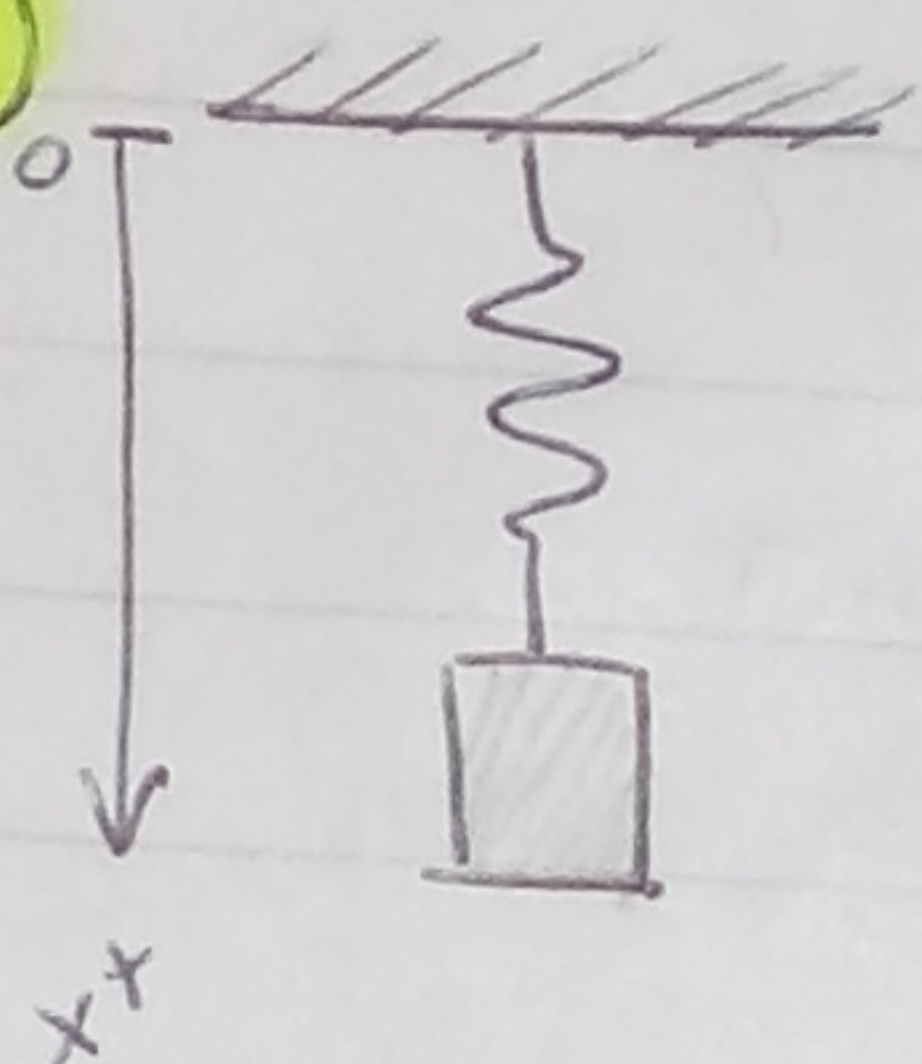
$$\boxed{\frac{m_1 l_0 v_0}{M r^2} = \dot{\theta}}$$

$$\text{En (1)} \Rightarrow \frac{1}{2} M \left(\frac{m_1 v_0}{M} \right)^2 = \frac{1}{2} M \left(\dot{r}^2 + r^2 \left(\frac{m_1 l_0 v_0}{M r^2} \right)^2 \right) + \frac{k}{2} (r - l_0)^2$$

De acá despejo $\dot{r}(r)$

$$\Rightarrow \vec{v} = \dot{r}(r) \hat{r} + r \dot{\theta}(r) \hat{\theta}$$

③

Para $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$\text{Si } m_1 = 400 \text{ gr} \Rightarrow x_{eq}^1 = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

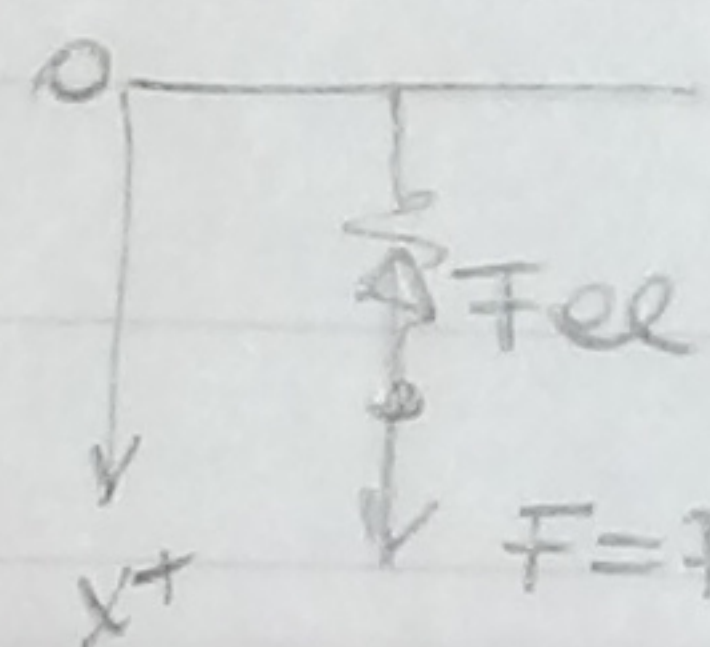
$$m_2 = 200 \text{ gr} \Rightarrow x_{eq}^2 = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

Para g' , la masa ahora oscila.

Punto más bajo: 0,6 m desde techo y tarda 0,2 s en volver a pasar por el mismo punto.

a) A partir de las mediciones iniciales, determinar k y l_0

Lo pienso como $P - k(x - l_0) = m \ddot{x}$ $\theta = 0$ ¿quiere?



$$\text{Para } (m_1) \rightarrow m_1 g - k(x_{eq}^1 - l_0) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Para } (m_2) \rightarrow m_2 g - k(x_{eq}^2 - l_0) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Si las resto: } m_1 g - m_2 g - k x_{eq}^1 + k l_0 + k x_{eq}^2 - k l_0 = 0$$

$$(m_1 - m_2) \cdot g + k (x_{eq}^2 - x_{eq}^1) = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{(x_{eq}^2 - x_{eq}^1)} \rightarrow k = \frac{(0,2 \text{ kg} - 0,1 \text{ kg}) 10 \text{ m/s}^2}{(0,05 \text{ m})}$$

$$k = 20 \text{ N/m}$$

Para (1):

$$m_1 g - k(x_{eq}^1 - l_0) = 0$$

$$x_{eq}^1 - l_0 = \frac{m_1 g}{k}$$

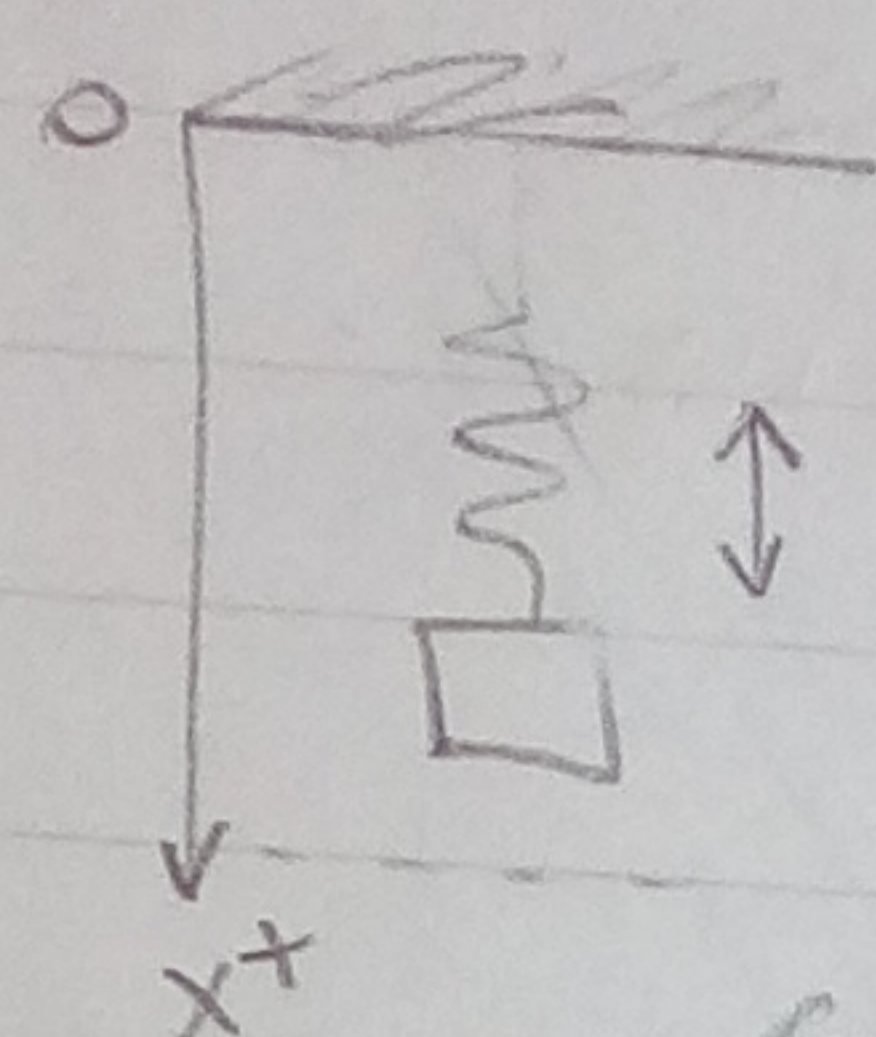
$$x_{eq}^1 - \frac{m_1 g}{k} = l_0$$

$$0,15 \text{ m} - \frac{0,1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{20 \text{ N/m}} = l_0 \rightarrow l_0 = 0,1 \text{ m}$$

0,05 m 40 cm

8

b) En función de las observaciones, determinar cual de los muros quedó colgada la muelle del desperfecto y el nuevo valor de la gravedad.



tarda 0.65 s en volver a posar

$$x = 0.6 \text{ m}$$

(punto + bajo)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot k = m$$

$$\left(\frac{0.65 \text{ s}}{2\pi}\right)^2 \cdot 20 \frac{\text{N}}{\text{m}} = m$$

Newton:

$$m \cdot g - k(x - l_0) = m \ddot{x}$$

$$m \cdot g - kx + k l_0 = m \ddot{x}$$

$$g - \frac{k}{m}x + \frac{k l_0}{m} = \ddot{x}$$

$$0.2 \text{ kg} \approx m$$

Ecu. dif. no homogénea

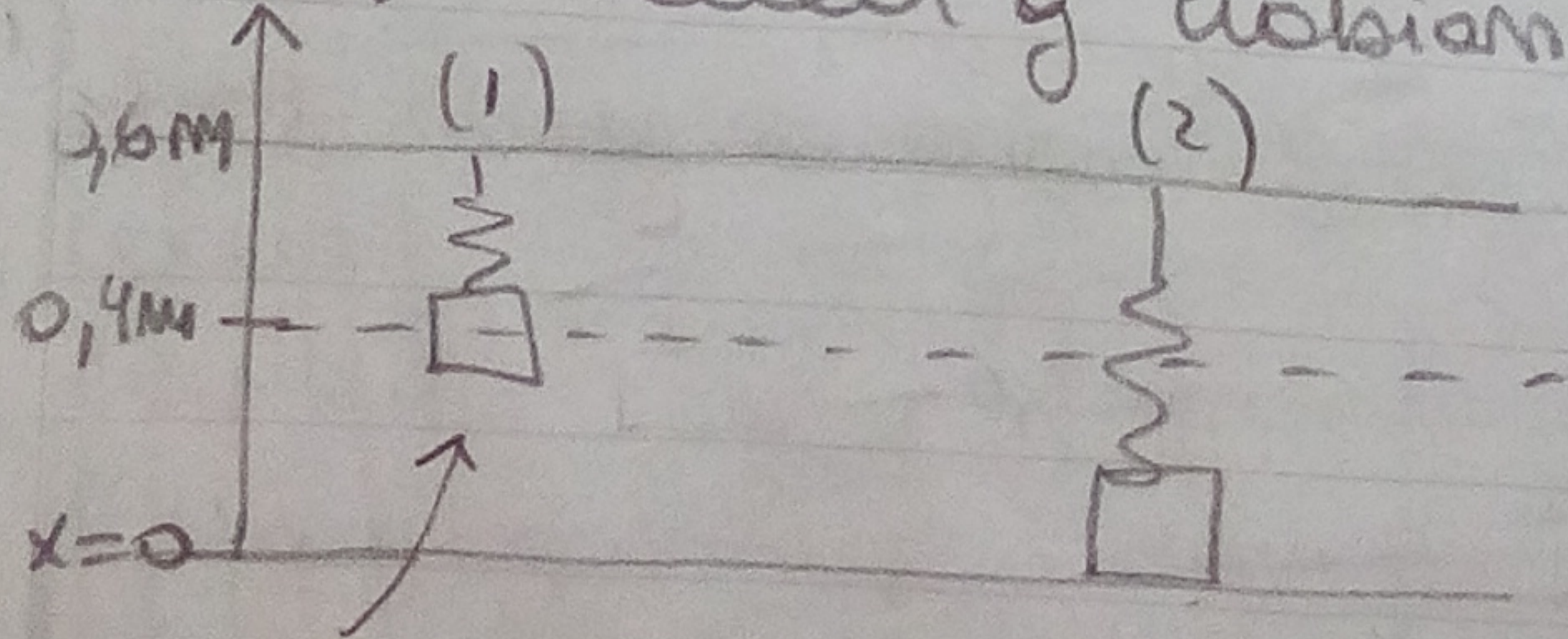
$$\left. \begin{array}{l} g + \frac{k l_0}{m} = \ddot{x} + \left(\frac{k}{m}\right)x \end{array} \right\} \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{k/m}$$

Propongo $X(t) = x_h(t) + x_p$

$$x_p \rightarrow g + \frac{k l_0}{m} = \frac{\ddot{x}_p}{m} + \frac{k}{m} x_p$$

$$\left[\frac{g m}{k} + l_0 = x_p \right] = x_{eq}$$

Para calcular $\tilde{g}$ habiam varias formas...



opción 1

defino el cero del potencial gravitatorio.

justo cuando cambia de g a $\tilde{g}$

Máximo que se aleja del techo

$$E_1 = \frac{k}{2} (0.2 \text{ m} - l_0)^2 + m \cdot \tilde{g} \cdot 0.4 \text{ m}$$

$$E_2 = \frac{k}{2} (0.6 \text{ m} - l_0)^2$$

Por conservación de la energía: $E_1 = E_2$

Despejo $\Rightarrow \tilde{g} = \frac{\frac{k}{2}(0,6m - l_0)^2 - \frac{k}{2}(0,2m - l_0)^2}{m \cdot 0,4m}$

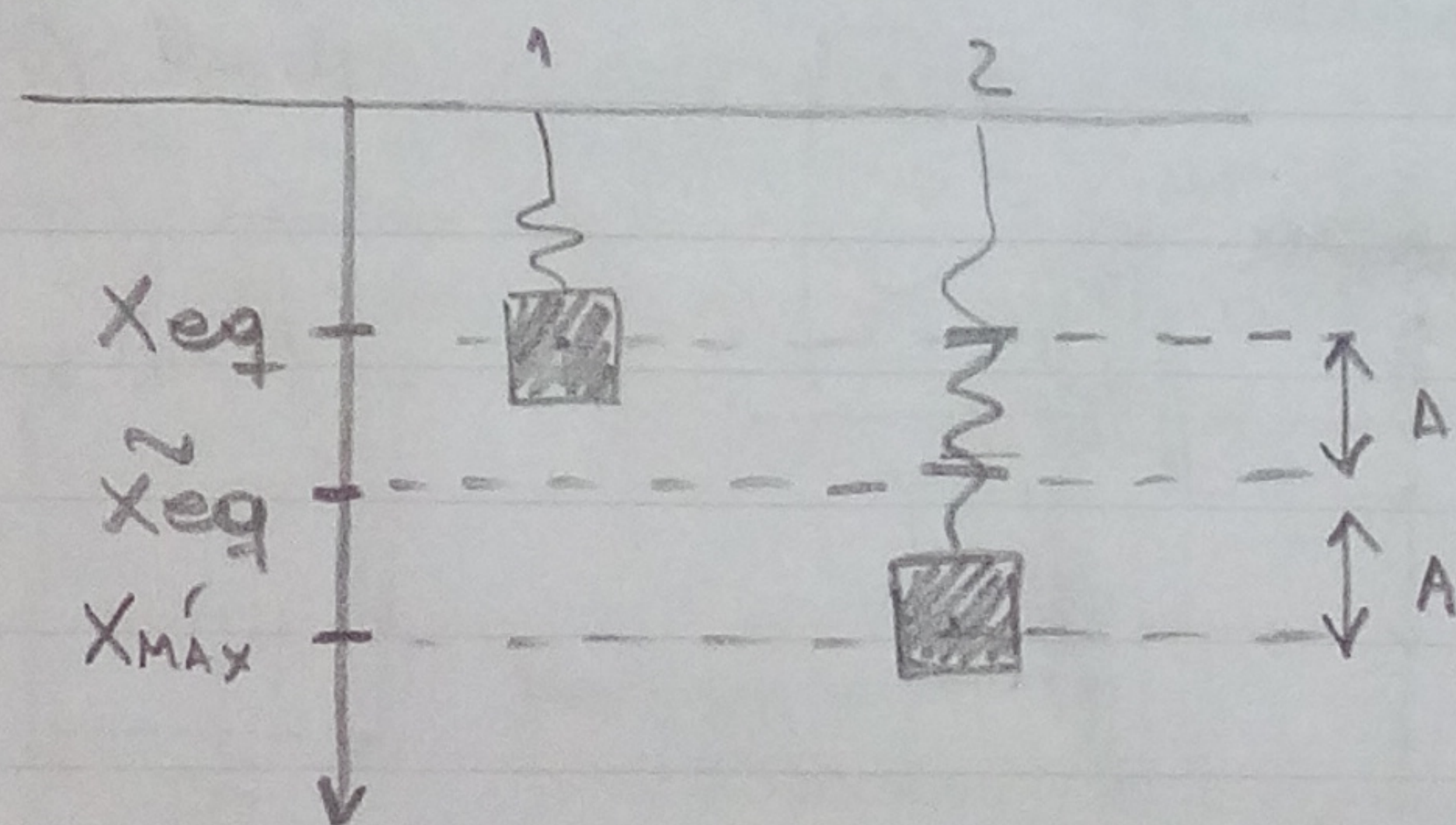
$$\tilde{g} = \frac{10 \text{ N/m} (0,5m)^2 - 10 \text{ N/m} (0,1m)^2}{0,2 \text{ kg} \cdot 0,4m}$$

$$\tilde{g} = \frac{2,5 \text{ N.m} - 0,1 \text{ N.m}}{0,08 \text{ kg.m}}$$

$$\tilde{g} = 30 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \Rightarrow \tilde{g} = 30 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2 \text{ kg}} = \boxed{\tilde{g} = 30 \text{ m/s}^2} \checkmark$$

(Mayor que g)

opción 2



Inicialmente está en $X_{eq} = 0,2 \text{ m}$ mi bien g pasa a $\tilde{g}$.
Luego, oscila alrededor de $\tilde{X}_{eq}$ (corresponde a $\tilde{g}$)
con amplitud A tal que como mucho llega
a $x = 0,6 \text{ m}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,6m - X_{eq} = 2A & \text{con } X_{eq} = g \frac{m}{k} + l_0 \rightarrow \text{saca } A \\ 0,6m - \tilde{X}_{eq} = A & \text{con } \tilde{X}_{eq} = \tilde{g} \frac{m}{k} + l_0 \rightarrow \text{saca } \tilde{g} \end{cases}$$

$$\frac{0,6m}{2} - \frac{1}{2} \left(g \frac{M}{R} + l_0 \right) = A$$

$$0,3m - \frac{1}{2} \left(10 \frac{M}{s^2} \frac{0,2kg}{20N/m} + 0,1m \right) = A$$

$$0,3m - 0,1m = A$$

$$\boxed{0,2m = A}$$

$$0,6m - \tilde{g} \frac{M}{k} - l_0 = 0,2m$$

$$(0,6m - 0,2m - 0,1m) \cdot \frac{20N/m}{0,2kg} = \tilde{g}$$

$$0,3m \cdot \frac{100N}{kg} = \tilde{g}$$

$$\boxed{30 m/s^2 = \tilde{g}}$$