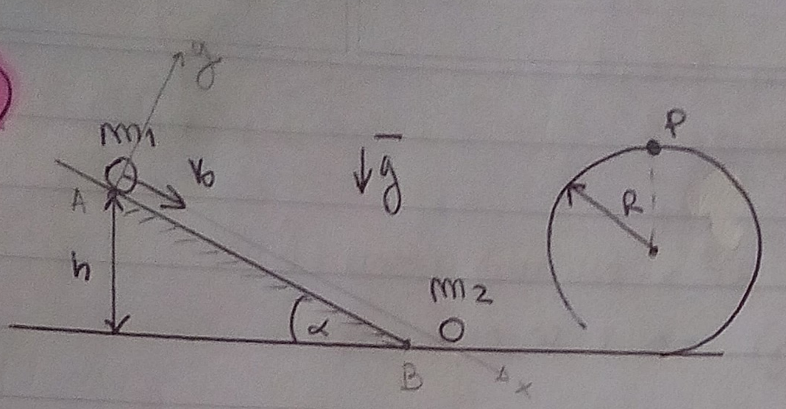
1

(1)



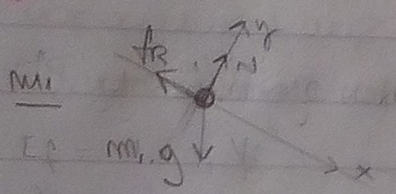
$\Delta E_{MEC} = W_{FNC}$

$\Delta E_{CIN} = W_{TOTAL}$

$\Delta E_{POT} = W_{FC}$

a) Pérdida de energía en el tramo del plano inclinado

$\underline{m_1}$



$F \rightarrow F_C \rightarrow$ Peso

$F \rightarrow F_{NC} \rightarrow N \perp$ tray $\Rightarrow W = 0$

$F_{NC} \rightarrow F_R \parallel$ tray $\Rightarrow W \neq 0$

Newton:

$\hat{x})\ m_1 g \cdot \operatorname{sen}\alpha - f_{RD} = m_1 \ddot{x}$

$\hat{y})\ N - m_1 g \cdot \cos\alpha = m_1 \cancel{\ddot{y}}_{=0} \Rightarrow N = m_1 g \cdot \cos\alpha$

$\Rightarrow f_{RD} = \mu_d N = \mu_d \cdot m_1 g \cdot \cos\alpha$

$\Delta E_{MEC} = W_{FNC} = W_{fR} = \int_A^B \mu_d \cdot m_1 g \cos\alpha \cdot dx = \mu_d \cdot m_1 g \cos\alpha \underbrace{(B-A)}_{h/\operatorname{sen}\alpha}$

$\left(\text{como } \operatorname{sen}\alpha = \frac{h}{(B-A)} \Rightarrow B - A = \frac{h}{\operatorname{sen}\alpha}\right)$

b) Luego del plano inclinado m_1 choca con m_2. Si el choque es plástico, qué magnitudes se conservan antes, durante y después?

justo antes: luego del plano inclinado

Sistema: $m_1 + m_2$

Antes del choque

- $\Sigma \bar{F}_{EXT} = \cancel{\bar{P}_1} + \cancel{\bar{N}_1} + \cancel{\bar{P}_2} + \cancel{\bar{N}_2} = 0 \Rightarrow P$ se conserva
- $\Sigma \bar{\tau}^B_{EXT} = 0$ (se cancelan entre sí) $\Rightarrow L^B$ se conserva
- $W_{FNC} = W_{N_1} + W_{N_2} = 0$ ($\perp$ tray) $\Rightarrow E$ se conserva

Durante el choque

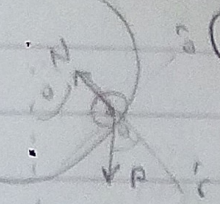
- $\Sigma \bar{F}_{EXT} = 0 \Rightarrow P$ se conserva
- $\Sigma \bar{\tau}_{EXT} = 0 \Rightarrow L^B$ se conserva
- Choque plástico $\Rightarrow \Delta T \neq 0$ ...

2

Después del choque

↳ Justo después se conservan P, L, E.

↳ Cuando entra en la rueda:



- $\Sigma \overline{F}_{ext} = \overline{P}_r + \overline{P}_\theta + \overline{N}$.
- $\Sigma \overline{\tau}^{o} = \overline{\tau}_{P_r}^{o} + \overline{\tau}_N^{o} + \overline{\tau}_{P_\theta}^{o} = R\hat{r} \times -(M_1+M_2).g.\operatorname{sen}\theta\,\hat{\theta}$
- $W_{FNC} = W_N = 0$ ($\perp$ tray) $\Rightarrow E$ se conserva.

c) ¿Desde qué altura debe soltarse M_1 para que la masa resultante después del choque dé una vuelta completa?

Newton. llamo $m = m_1 + m_2$

$\hat{r}$) $m.g\cos\theta - N = -mR\dot{\theta}^2$

$\hat{\theta}$) $-mg\operatorname{sen}\theta = mR\ddot{\theta}$

Para que dé una vuelta completa no debe despegarse del riel en el punto P. Allí, $\theta = \pi \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{sen}\theta = 0 \\ \cos\theta = -1. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} -m.g - N = -mR\dot{\theta}^2 \\ 0 = mR\ddot{\theta} \Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} = 0} \end{cases}$

La N aparece si la masa quiere "escapar" hacia arriba. Para eso, debe tener una velocidad mayor a una mínima que corresponde al caso donde $N = 0$.

$\Rightarrow \cancel{-}\cancel{m}.g = \cancel{-}\cancel{m}R\dot{\theta}_{min}^2 \Rightarrow \boxed{\dot{\theta}_{min} = \sqrt{g/R}}$

I) Caída por el plano

$\begin{cases} E_i = m_1.g.h_{min} + \frac{1}{2}m_1 V_0^2 & \text{(arriba del plano)} \\ E_f = \frac{1}{2}m_1 V_f^2 \end{cases}$

$E_f = E_i - W_{FR} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m_1}V_f^2 = \cancel{m_1}g\,h_{min} + \frac{1}{2}\cancel{m_1}V_0^2 - \mu\cancel{m_1}g\,\frac{h_{min}}{\ldots}$

$$\Rightarrow \boxed{V_f^2 = 2g\,h_{min} + V_0^2 - \frac{\mu_d\,g}{\tan\alpha}\,h_{min}\,.\,2}$$

II) Durante el choque

$$m_1 V_f = (m_1 + m_2)V \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = \frac{m_1}{m} V_f}$$

III) Conservación de E después del choque

$$\frac{1}{2}\cancel{m} V^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}(R\dot\theta_{min})^2 + \cancel{m}\,g\,(2R)$$

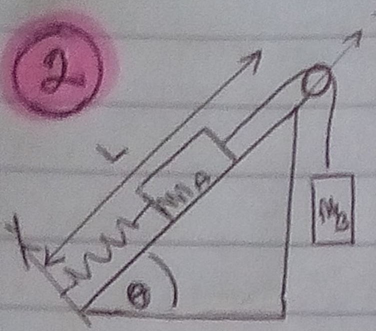
$$V^2 = (R\dot\theta_{min})^2 + 4gR$$

$$\left(\frac{m_1}{m}V_f\right)^2 = \left(\frac{m_1}{m}\right)^2 \cdot V_f^2 = \left(\frac{m_1}{m}\right)^2 \left\{2g\,h_{min} + V_0^2 - \frac{\mu_d\,g\,2}{\tan\alpha}h_{min}\right\}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m_1}{m}\right)^2 V_0^2 + \left(\frac{m_1}{m}\right)^2\left(2g - \frac{\mu_d\,2g}{\tan\alpha}\right).h_{min} = (R\dot\theta_{min})^2 + 4gR$$

$$\boxed{h_{min} = \left\{(R\dot\theta_{min})^2 + 4gR - \left(\frac{m_1}{m}\right)^2 V_0^2\right\} \Big/ \left\{\left(\frac{m_1}{m}\right)^2\left(2g - \frac{\mu_d\,2g}{\tan\alpha}\right)\right\}}$$

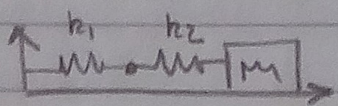
2)



Cuerda inextensible de longitud D.
Polea ideal de masa despreciable.

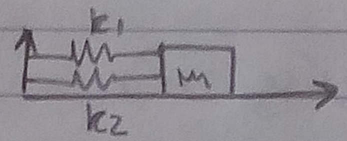
a) Equivalente del resorte con k, l_0 usando 2 resortes de constantes k_1, k_2 y constantes l_{01}, l_{02}.

En serie:



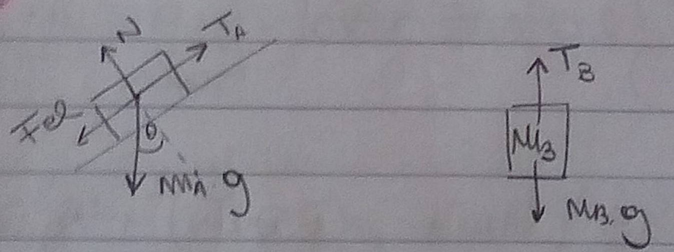
$$\begin{cases} k_{eq} = \left(\dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}\right)^{-1} \\ l_{0eq} = l_{01} + l_{02} \end{cases}$$

En paralelo:



$$\begin{cases} k_{eq} = k_1 + k_2 \\ l_{0eq} = \dfrac{k_1 l_{01} + k_2 l_{02}}{k_1 + k_2} \end{cases}$$

b) D.C.L. Indicar pares de acción y reacción



Pares de A y B:

F_{e}' en resorte
N' en plano
T_A' en soga
$(M_A g)'$ en Tierra

T_B' en soga
$(M_B g)'$ en Tierra

Sobre la soga:

$T_A' \longleftrightarrow T_B'$

$|\bar{T}_A'| = |\bar{T}_A|$ $\quad$ $|\bar{T}_B'| = |\bar{T}_B|$

$\Rightarrow -T_A + T_B = \underbrace{\cancel{M_s \cdot \ddot{X}_s}}_{0}$

$\Rightarrow \boxed{T_A = T_B = T}$

c) Newton y vínculos

$M_A)$ $T - k(x_A - l_0) - M_A \cdot g \operatorname{sen}\theta = M_A \cdot \ddot{x}_A$

$N - M_A \cdot g \cos\theta = M_A \underbrace{\cancel{\ddot{y}_A}}_{0}$ (vínculo → no atraviesa)

$m_B)$ $M_B \cdot g - T = M_B \ddot{x}_B$

$0 = M_B \ddot{y}_B \Rightarrow \boxed{\ddot{y}_B = 0}$

Vínculo $x_B - x_A = D \Rightarrow \dot{x}_A = \dot{x}_B \Rightarrow \ddot{x}_A = \ddot{x}_B = \ddot{x}$

d) Ec. de mov para M_A y posición de equilibrio.

$$\Rightarrow \begin{cases} T - k(x_A - l_0) - M_A \cdot g \operatorname{sen}\theta = M_A \ddot{x}_A \\ -T + M_B g = M_B \ddot{x}_A \end{cases}$$

Sumo:

$$-k(x_A - l_0) - M_A \cdot g \operatorname{sen}\theta + M_B g = (M_A + M_B)\ddot{x}_A$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{x}_A + \frac{k}{(M_A + M_B)} x_A = \frac{g}{M_A + M_B}(M_B - M_A \operatorname{sen}\theta) + \frac{k}{M_A + M_B} l_0}$$

ec de MOV

En el equilibrio $\ddot{x}_A^{EQ} = 0$.

$$\boxed{x_A^{EQ} = \frac{g}{k}(M_B - M_A \operatorname{sen}\theta) + \frac{\cancel{k} \cdot l_0}{\cancel{k}}}$$

e) Sup. que inicialmente el sistema estaba en la posición de EQ y se le imprime a M_B una velocidad V_0 para abajo. Hallar la posición de las masas M_A y M_B en función del tiempo.

Propongo $x_A(t) = \underbrace{x_{AH}(t)}_{A \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)} + \underbrace{x_{Ap}}_{x_A^{eq}}$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{M_A + M_B}}$

Aplico condiciones iniciales

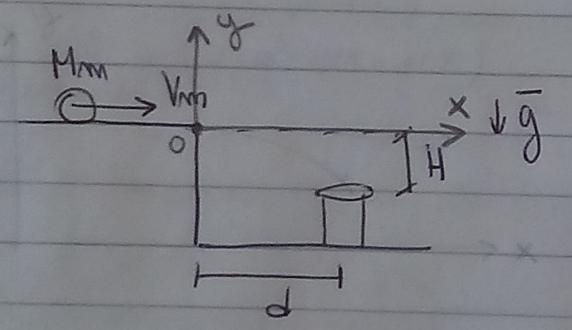
$$X_A(0) = A \cdot \operatorname{sen}\varphi + \cancel{X_A^{eq}} = \cancel{X_A^{eq}} \Rightarrow \boxed{\varphi = 0}$$

$$\dot{X}_A(0) = A \cdot \omega \underbrace{\cos\varphi}_{1} = V_0 \text{ ya que } \dot{X}_A = \dot{X}_B \Rightarrow \boxed{A = V_0/\omega}$$

$$\Rightarrow X_A(t) = \frac{V_0}{\omega} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{k}{M_A + M_B}} \cdot t\right) + \frac{g}{k}(M_B - M_A \operatorname{sen}\theta) + l_0$$

como $X_B - X_A = D \Rightarrow X_B(t) = X_A(t) + D$

3



V_m respecto del viento

a) Si $H = 1m$ y $V_{viento} = 0$ ¿Cuánto debe valer d para que meta codigo por el tubo?

Inicial: $\overline{X_M}^i = 0$
$\overline{V_M}^i = V_m \hat{x}$

Final: $\overline{X_M}^f = d\hat{x} - H\hat{y}$
$\overline{V_M}^f = ?$

En $\hat{x}$ es MRU $\rightarrow X_M(t) = V_m \cdot t$

$\hat{y}$ es MRUV $\rightarrow Y_M(t) = -\frac{g}{2} \cdot t^2$

Respecto de la tierra.
$V_T = V_m$ xq $V_{viento} = 0$

llega al tubo: $Y_M(t') - Y_M(0) = -\frac{g}{2}t'^2 = -H$

$$\boxed{t' = \sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

$$X_M(t') = \boxed{V_m \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} = d}$$

b) Si hay viento en contra $|\bar{V}_{viento}| = \frac{|\bar{V}_M|}{2}$, ¿cambia d?
¿y si es viento a favor?

Velocidad de Mario respecto del viento.

$$\bar{V}_m = \bar{V}_T - \bar{V}_{viento}$$

caso a) $\bar{V}_M = \bar{V}_T - \cancel{\bar{V}_v}$ $\overset{\shortparallel}{0}$

Ahora $\bar{V}_M = \bar{V}_T - \bar{V}_v$ con $|\bar{V}_v| = |\bar{V}_M|/2$

(en contra) $-V_M/2$ (a favor) $+V_M/2$

$$\Rightarrow \bar{V}_M + \bar{V}_v = \bar{V}_T$$

en contra, $V_T = V_M/2 \Rightarrow d = V_M \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{2}$ (la mitad)

A favor, $V_T = \frac{3}{2} V_M \Rightarrow d = V_M \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{3}{2}$