Laboratorio de Física 1 (ByG)
1er. cuatrimestre 2014
Guía 2: Mediciones indirectas y diferencias significativas

1. Objetivo

- Tratamiento de incertezas de magnitudes que se obtienen en forma indirecta.
- Criterio para comparar distintas mediciones de una misma magnitud.
- Comprensión de los conceptos de precisión y exactitud

2. Introducción

Cuando se desea medir una magnitud dada, no siempre se cuenta con un instrumento para medirla en forma directa, sino que ésta se tiene que derivar de algunas otras magnitudes que sí pueden conseguirse en forma directa. Es decir, existirá alguna relación funcional entre las magnitudes medidas en forma directa y la que se desea obtener. Esto dependerá de la experiencia que realicemos. En muchas ocasiones la elección del experimento será un punto crítico a la hora de medir una magnitud. Para ello, habrá que tener en cuenta la validez de las hipótesis del método utilizado.

Por ejemplo, si queremos medir el volumen de un cuerpo cuya forma se aproxima razonablemente a alguna forma geométrica regular (esfera, cubo, etc.), se podría obtener dicho volumen a partir de la medición directa de longitudes (diámetros, lados, etc.). ¿Pero son realmente esos cuerpos una esfera o un cubo perfecto?

Cuando medimos una magnitud en forma directa, obtenemos como resultado de la medición un rango de valores determinado con un valor medio y una incerteza. Por ejemplo: $x_o \pm \Delta x$ (donde: x_o es el valor medio *y* Δx la incerteza). Esto significa que podemos asegurar que la magnitud medida está contenida en el rango ($x_o - \Delta x$, $x_o + \Delta x$) con una confianza de aproximadamente el 68 %.

Una medición indirecta también tendrá un valor medio y una incerteza. ¿Cómo los obtenemos? Las incertezas de las mediciones directas deberían influir o propagarse sobre el resultado de la medición indirecta. ¿La incerteza de la medición indirecta debería depender sólo de las incertezas de las mediciones directas o también de la relación entre estas magnitudes?

Por otro lado, si medimos una misma magnitud por diferentes métodos, obtendremos diferentes resultados de cada medición? ¿Cómo podemos determinar si dos resultados son distintos?

3. Actividades

La práctica consiste en medir el volumen de un cuerpo por tres métodos distintos. Recordar que el método involucra no sólo la elección de los instrumentos de medición a utilizar sino también el diseño del experimento.

¿Qué métodos utilizarías?

¿Qué suposiciones harías en cada caso para que el método sea razonablemente válido?

Las siguientes preguntas pueden ayudar para el análisis de los datos y considerar algunos aspectos de los métodos utilizados:

- Si utilizaron valores tabulados para alguno de los experimentos, ¿qué incerteza le asignaron?

- ¿Se obtuvo el mismo resultado mediante los distintos métodos utilizados? ¿Cómo los compararon?

- ¿Qué resultado dirías que es el más preciso? ¿Y el más confiable? ¿Por qué? ¿Se puede hablar de exactitud en esta experiencia?

- ¿Cómo despreciaría el error de π?

4. Apéndice

Se puede obtener en forma indirecta la magnitud W, midiendo en forma directa las magnitudes $x, y, z,$ etc. independientes entre sí, mediante una función $f(x, y, z, ...)$ que las relacione tal que $W = f(x, y, z, ...)$.

A partir de las mediciones directas, conocemos los valores: $x_o \pm \Delta x$; $y_o \pm \Delta y$; $z_o \pm \Delta z$;.... Entonces, se puede obtener en forma indirecta la magnitud $W_o \pm \Delta W$ siendo:

$$W_o = f(x_o, y_o, z_o, ...) \qquad (1)$$

$$\Delta W = \left\{ \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x_o, y_o, z_o, ...) \cdot \Delta x \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o, z_o, ...) \cdot \Delta y \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial z}(x_o, y_o, z_o, ...) \cdot \Delta z \right]^2 + ... \right\}^{1/2} \qquad (2)$$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x_o, y_o, z_o, ...)$ es la derivada parcial de f con respecto a x, evaluada en los valores medios: $x_o, y_o, z_o, \ldots$; que se obtiene considerando a x como la única variable y al resto $(y, z, \ldots)$ como constantes. Notar que recién después de calcular la derivada parcial, se evalúa dicha expresión en $x_o, y_o, z_o, \ldots$. De la misma forma, $\frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o, z_o, ...)$ es la derivada de f con respecto a la variable y, considerando al resto $(x, z, \ldots)$ constantes.

La expresión (2) se conoce como *fórmula de propagación de errores*. Es válida siempre que las mediciones de $x, y, z, \ldots$ sean independientes (*independencia* significa que conocer la incerteza de la magnitud x no nos da ninguna información acerca de la incerteza de las otras magnitudes; y es lo que ocurre siempre que medimos las magnitudes realizando experimentos independientes). La expresión (2) es una fórmula aproximada para ΔW, que es válida cuando las derivadas parciales de f de orden superior son despreciables frente a la primer derivada parcial (en general, estaremos dentro de las hipótesis de validez de esta aproximación).

4.1 Ejemplo

Si se quiere medir el área S de una mesa rectangular de lados A y B. Tanto A como B fueron medidas directamente, resultando: $A = A_o \pm \Delta A$ y $B = B_o \pm \Delta B$.

El resultado de la medición indirecta de esta magnitud S será: $S = S_o \pm \Delta S$.

El valor medio del área de la mesa se obtiene como:

$S_o = A_o \,.B_o$

Y su incerteza

$$\Delta S = \left\{ \left[\frac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) \cdot \Delta A \right]^2 + \left[\frac{\partial S}{\partial B}(A_o, B_o) \cdot \Delta B \right]^2 \right\}^{1/2} = \left\{ [B_o \cdot \Delta A]^2 + [A_o \cdot \Delta B]^2 \right\}^{1/2}$$

donde $\dfrac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) = B_o$ y $\dfrac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) = A_o$.