

Estudio de un oscilador armónico amortiguado

Objetivo

- Estudiar un sistema formado por un resorte y un cuerpo moviéndose en el seno de diferentes líquidos viscosos.

Introducción

Como vimos la clase pasada, el movimiento de tensión y compresión de un resorte muestra que la elongación del mismo aumenta proporcionalmente con la fuerza aplicada, dentro de ciertos límites, de la siguiente forma:

$$F = -k\Delta x \quad (1)$$

donde F es la fuerza aplicada, Δx el vector desplazamiento, y k la constante elástica del resorte..

Cuando un sistema oscilatorio se encuentra moviéndose en el seno de un fluido, la fuerza resistiva depende de la velocidad, siendo la ecuación que describe su movimiento:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{\alpha}{M}\right)\frac{dx}{dt} + w_0^2x = 0 \quad (2)$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados (w_0 , α y M), y de la relación entre ellos.

Por ej., si $\left(\frac{\alpha}{2M}\right)^2 < w_0^2$, nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos por algún tiempo; entonces la solución es oscilatoria, pero la amplitud de dichas oscilaciones se ve modulada por una función exponencial decreciente:

$$x(t) = a \exp^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) + x_0 \quad (3)$$

donde x_0 es la posición de equilibrio, y γ el coeficiente de amortiguamiento del fluido, dado por:

$$\gamma = \frac{\alpha}{2M}, \quad \omega = \sqrt{w_0^2 - \gamma^2} \quad (4)$$

A partir de la ec. (3), podemos deducir que:

$$F(t) = A \exp^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) + F_0 \quad (6)$$

Actividades

Se desea realizar un estudio de un oscilador armónico simple amortiguado a través de un sistema formado por un resorte y un cuerpo moviéndose en el seno de diferentes líquidos viscosos. Así mismo, se desea obtener el coeficiente de amortiguamiento de cada uno de los fluidos utilizados.

Se propone montar el dispositivo experimental de la clase pasada. Sumerja una masa en un fluido viscoso (por ej., agua, aceite, agua con detergente). Sepárela levemente de su posición de equilibrio de modo de provocar un movimiento oscilatorio asegurándose de que la masa se mantenga durante toda la oscilación inmersa en el fluido ¿Por qué es esto necesario?

Repita el procedimiento utilizando otro fluido.

Grafique Fuerza vs. Tiempo para cada fluido. ¿Depende la frecuencia de oscilación del fluido utilizado? ¿Y la amplitud?

Obtenga el coeficiente de amortiguamiento γ en cada caso a partir del decaimiento de la amplitud de los gráficos.

Compare los resultados de γ obtenidos de ambos fluidos.