

8) Halle el vector que tiene origen en el punto **A** y extremo en el punto **B** en los siguientes casos:

- a) **A**=(2; -1) **B**=(-5; -2).
- b) **A**=(2; -5; 8) **B**=(-4; -3; 2).

9) Dados los vectores:

$$\mathbf{A} = 3\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z} \quad \mathbf{B} = 4\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z} \quad \mathbf{C} = -2\hat{y} - 5\hat{z}$$

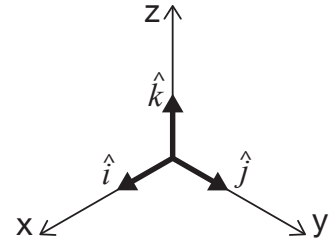
efectúe las siguientes operaciones:

- a) $(\mathbf{A} - \mathbf{B}) / |\mathbf{C}| + \mathbf{C}$
- b) $5\mathbf{A} - 2\mathbf{C}$
- c) $-2\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C} / 5$

Se define el **producto escalar** de dos vectores **A** y **B** como $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\cos\theta$ donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

10) Sean $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, los *versores* usuales de la terna derecha mostrada en la figura,

$$\hat{i} = (1;0;0), \hat{j} = (0;1;0), \hat{k} = (0;0;1)$$



Calcule: $\hat{i} \cdot \hat{i}, \hat{i} \cdot \hat{j}, \hat{i} \cdot \hat{k}, \hat{j} \cdot \hat{i}, \hat{j} \cdot \hat{j}, \hat{j} \cdot \hat{k}, \hat{k} \cdot \hat{i}, \hat{k} \cdot \hat{j}, \hat{k} \cdot \hat{k}$.

11) Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad \mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

entonces

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

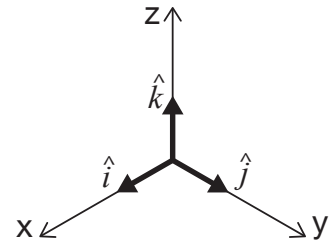
12) Efectúe el producto escalar de los vectores **A** y **B**, y diga si en algún caso **A** es perpendicular a **B**.

- a) **A** = $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ **B** = $-\hat{i} + 3\hat{k}$
- b) **A** = (2; 3; -1) **B** = (6; -5; 2)
- c) $|\mathbf{A}| = 3 \quad |\mathbf{B}| = 2 \quad \theta = 60^\circ$ (θ es el ángulo entre **A** y **B**)

Se define el **producto vectorial** de dos vectores **A** y **B** como $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$ tal que

- a) $|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|\sin\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores
- b) **C** tiene dirección perpendicular al plano determinado por **A** y **B**
- c) El sentido es tal que **A**, **B** y **C** tengan la misma orientación en el espacio

13) Sean \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} , los *versores* usuales de la terna derecha mostrada en la figura



Calcule: $\hat{i} \times \hat{i}$, $\hat{i} \times \hat{j}$, $\hat{i} \times \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{i}$, $\hat{j} \times \hat{j}$, $\hat{j} \times \hat{k}$, $\hat{k} \times \hat{i}$, $\hat{k} \times \hat{j}$, $\hat{k} \times \hat{k}$.

14) Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \qquad \mathbf{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

entonces

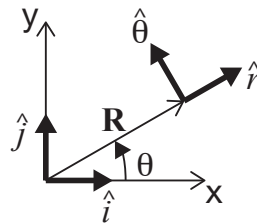
$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y ; A_z B_x - A_x B_z ; A_x B_y - A_y B_x)$$

15) Sean los vectores $\mathbf{A} = (3; 2; 1)$ $\mathbf{B} = (1; 0; -1)$ $\mathbf{C} = (0; -2; 4)$. Calcule:

- a) $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$
- b) $-4(\mathbf{B} \times \mathbf{B}) - \mathbf{A}$
- c) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$
- d) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$

16) **Coordenadas polares:** El radio vector \mathbf{R} tiene las componentes cartesianas $\mathbf{R} = x\hat{i} + y\hat{j}$.

En función de los versores $\hat{\theta}$ y \hat{r} , \mathbf{R} toma la forma: $\mathbf{R} = R \hat{r}$.



Demuestre que:

- a) $\hat{r} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}$ $\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$
- b) $d\hat{r} / d\theta = \hat{\theta}$ $d\hat{\theta} / d\theta = -\hat{r}$
- c) A partir de $\mathbf{R} = R \hat{r}$, pruebe que $\mathbf{v} = d\mathbf{R}/dt = \dot{R} \hat{r} + R \dot{\theta} \hat{\theta}$
- d) Pruebe que $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2) \hat{r} + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta}) \hat{\theta}$

Ayuda: utilice las siguientes relaciones

$$d\hat{r} / dt = (d\hat{r} / d\theta) (d\theta / dt) = \dot{\theta} \hat{\theta} \qquad d\hat{\theta} / dt = (d\hat{\theta} / d\theta) (d\theta / dt) = -\dot{\theta} \hat{r}$$