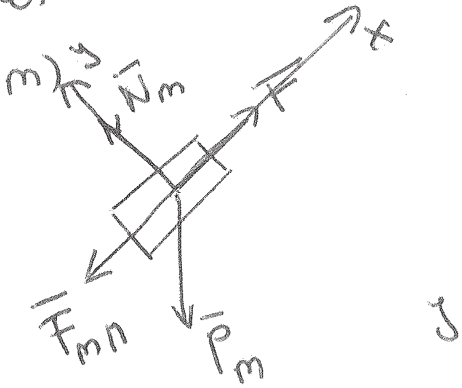
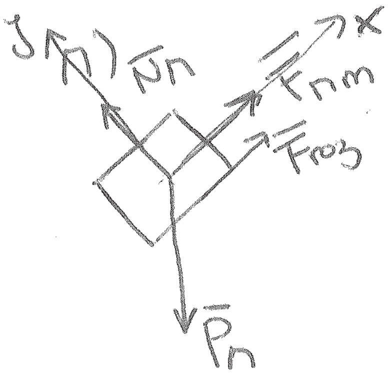
Problema 1

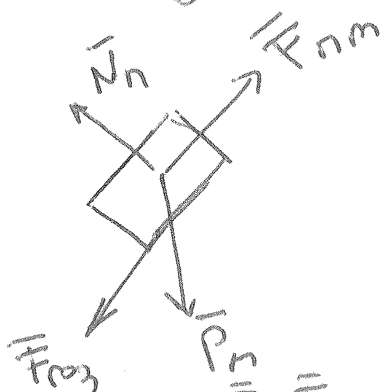
a) DCL



M) Voy a mostrar 2 uno para $\bar{F}_{min}$ es decir justo antes de caer y otro para $\bar{F}_{max}$ es decir justo antes de empezar a subir. La diferencia está en la dirección de la $\bar{F}_{roz}$.



si $\bar{F} = \bar{F}_{min}$



si $\bar{F} = \bar{F}_{max}$

b) Escribamos las ecuaciones de Newton para ambos cuerpos. Antes notemos que $|\bar{F}_{Mm}| = |\bar{F}_{mM}| = |F_c|$ por ser fuerzas de interacción. Empecemos con el caso de F_{max}

Para m

$\hat{x}$) $F_{max} - F_c - mg\,sen(\alpha) = m\ddot{x}_m$ [1]

$\hat{y}$) $N_m - mg\cos(\alpha) = 0$ (no hay movimiento en $\hat{y}$) [2]

Para M

$\hat{x}$) $F_c - F_{roz} - Mg\,sen(\alpha) = M\ddot{x}_M$ [3]

$\hat{y}$) $N_M - Mg\cos(\alpha) = 0$ (no hay movimiento en $\hat{y}$) [4]

de [4] tenemos que $N_M = Mg\cos(\alpha)$

Como estamos interesados en el caso estático $\Rightarrow \ddot{x}_m = \ddot{x}_M = 0$

Sumando miembro a miembro [1] + [3] nos queda

②

$F_{max} - \cancel{F_c} - mg\,sen(\alpha) + \cancel{F_c} - F_{roz} - Mg\,sen(\alpha) = 0 \quad [5]$

ahora como estoy planteando $F_{max} \Rightarrow F_{roz}$ tiene que ser la máxima posible $\Rightarrow F_{roz} = \mu_e N_M = \mu_e M g \cos(\alpha) \quad [6]$

$\Rightarrow$ despejando F_{max} de [6] nos queda

$$F_{max} = mg\,sen(\alpha) + Mg\,sen(\alpha) + \mu_e M g \cos(\alpha)$$

$$\boxed{F_{max} = (m+M)g\,sen(\alpha) + \mu_e M g \cos(\alpha)}$$

$\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$sen(30^\circ) = \frac{1}{2}$

usando los datos numéricos nos queda

$$F_{max} = (2kg + 8kg)\cdot \overset{5}{\cancel{10}}\frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} + \frac{\sqrt{3}}{4}\,\cancel{8}\,kg \cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} =$$

$$= 50\,N + 3.10\,N = 80\,N \qquad \boxed{F_{max} = 80N}$$

Para F_{min} cambia el signo de la F_{roz} (mejor dicho el sentido) $\Rightarrow$ la ec [5] nos queda

$$F_{min} - mg\,sen(\alpha) + F_{roz} - Mg\,sen(\alpha) = 0 \quad [7]$$

de nuevo para que F sea $F_{min} \Rightarrow F_{roz}$ tiene que ser la máxima posible $\Rightarrow F_{roz} = \mu_e N_M$

despejando F_{min} de [7] nos queda

$$\boxed{F_{min} = (m+M)g\,sen(\alpha) - \mu_e M g \cos(\alpha)}$$

usando los datos numéricos

$$F_{min} = 10\,kg\cdot \overset{5}{\cancel{10}}\frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} - \frac{\sqrt{3}}{4}\,\cancel{8}\,kg\,10\frac{m}{s^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 50N - 30N = 20N$$

$$\boxed{F_{min} = 20N}$$

c) Para calcular F_c podemos usar tanto la ec [1] como la ec [3] (atención que [3] está escrita para el caso de F_{max})

$\Rightarrow$ como $\ddot{x}_m = \ddot{x}_M = 0$ usando [1]

$\cancel{F_c = mg}$ $F_c = F_{max} - mg\,sen(\alpha) = 80N - 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2}$

$\boxed{F_c = 70N}$ para F_{max}

como comprobación de que estamos haciendo las cosas bien despejo de [3]

$$F_c = F_{roz} + Mg\,sen(\alpha) = \mu_e Mg\cos(\alpha) + Mg\,sen(\alpha)$$

$$F_c = Mg\left(\mu_e \cos(\alpha) + sen(\alpha)\right)$$

$$F_c = 8kg \cdot 10\frac{m}{s^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = 80N \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\right) = 80N \cdot \frac{7}{8}$$

$F_c = 70N$ como tenía que ser.

Para el caso de F_{min}

$$F_c = F_{min} - mg\,sen(\alpha) = 20N - 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2} = 10N$$

$\boxed{F_c = 10N}$ Para F_{min}.

Para F_{min} la ec [3] queda

$$F_c + F_{roz} - Mg\,sen(\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow F_c = -\mu_e Mg\cos(\alpha) + Mg\,sen(\alpha)$$

$$= Mg\left[-\mu_e \cos(\alpha) + sen(\alpha)\right]$$

$$= 80N\left[-\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right] = 80N\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\right) = 80N \cdot \frac{1}{8}$$

$$= 10N$$

d) como $|F| = 100 > F_{roz} \Rightarrow$ el sistema tiene que subir y el diagrama de cuerpo libre que sirve es el que hicimos para F_{roz}. Por otro lado los bloques no pueden separarse $\Rightarrow$ $\ddot{x}_m = \ddot{x}_M = \ddot{x}$. Las ecuaciones en $\hat{x}$ quedan (ya las teníamos)

m

$\hat{x})\ F - F_c - mg\,\text{sen}(\alpha) = m\ddot{x} \quad [1]'$

M

$\hat{x})\ F_c - F_{roz} - Mg\,\text{sen}(\alpha) = M\ddot{x} \quad [2]'$

Sumo miembro a miembro.

$$F - \cancel{F_c} - mg\,\text{sen}(\alpha) + \cancel{F_c} - F_{roz} - Mg\,\text{sen}(\alpha) = (m+M)\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{F - (m+M)g\,\text{sen}(\alpha) - \mu_d Mg\cos(\alpha)}{(m+M)} \quad [8]$$

usando los datos

$$\ddot{x} = \frac{100N - 10kg \cdot \cancel{10}^{5}\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\cancel{16}_{\cancel{3}}}\, \cancel{8}^{\cancel{4}^{2}}kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{10kg}$$

$$\ddot{x} = \frac{100N - 50N - 20N}{10kg} = \frac{30N}{10kg} = 3\,m/s^2$$

$$\boxed{\ddot{x} = 3\frac{m}{s^2}}$$

despejando de $[1]'$ $\quad F_c = -m\ddot{x} + F - mg\,\text{sen}(\alpha)$

$F_c = -2kg \cdot 3\frac{m}{s^2} + 100N - 2kg\ 10\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2} = 84N \quad \boxed{F_c = 84N}$

despejando de $[2]'$

$F_c = M\ddot{x} + \mu_d Mg\cos(\alpha) + Mg\,\text{sen}(\alpha) = 8kg\,3\frac{m}{s^2} + \frac{\sqrt{3}}{\cancel{16}}\,\cancel{8}^{\cancel{4}^{2}}\,10\,\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 8kg \cdot 10\frac{m}{s^2}\,\frac{1}{2}$

$F_c = 24N + 20N + 40 = 84N$