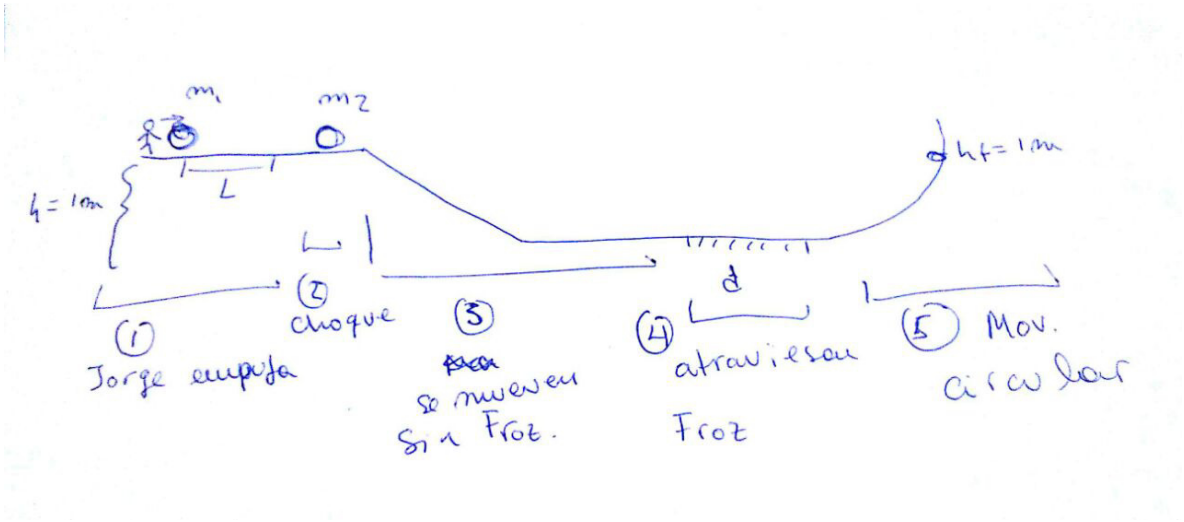
Resolución del problema 2 del parcial

a) Nos piden que separemos en zonas el problema y digamos si $E_{mec}$ y $\bar{P}$ se conservan en cada una. Yo elijo estas zonas:



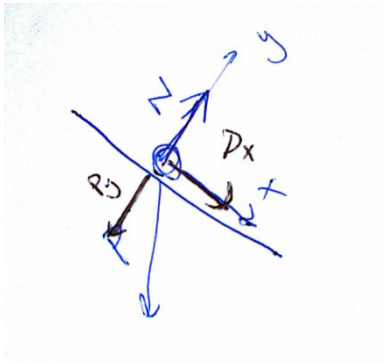

Para ver si $E_{mec}$ se conserva, tenemos que analizar **el tipo de fuerzas que actúan (conservativas o no conservativas) y si hacen trabajo**. Por ahora en clase vimos dos tipos de Fuerzas Conservativas: Peso y Elástica. El resto de las fuerzas que estuvimos analizando en los problemas de mecánica (como el rozamiento, o la fuerza que hace Jorge) no son conservativas.

Para ver si $\bar{P}$ se conserva, hay que mirar si actúan **fuerzas externas al sistema**. No importa si son conservativas o no. Si $\sum F^{ext} \neq 0$ entonces $\bar{P}$ no se conserva.

Con esto en mente, analicemos los distintos tramos:

- Tramo 1 (Jorge empuja): Tomando como sistema ambas masas, $F_{Jorge}$ es una fuerza externa, esto implica que $\bar{P}$ no se conserva. Además, $F_{Jorge}$ es una fuerza no conservativa que está haciendo trabajo, entonces $E_{mec}$ tampoco se conserva.
- Tramo 2 (choque plástico): Aquí las fuerzas que intervienen en el choque son entre las masas, o sea, son fuerzas internas al sistema. Esto implica que $\bar{P}$ se conserva. Como el choque es plástico, hay una pérdida de energía de deformación, es decir, $E_{mec}$ no se conserva. El peso y la normal, que son fuerzas externas al sistema, al estar en una parte plana se compensan y su suma da cero.
- Tramo 3: Las masas juntas caen por la rampa y llegan hasta donde empieza la zona de rozamiento. En este caso, mientras caen por la rampa, $\sum F^{ext} \neq 0$ porque hay

una componente del peso, $P_x$ en el plano inclinado que no se cancela con la normal, como se ve en la figura. Es por esto que $\bar{P}$ no se conserva.




Como la única fuerza que hace trabajo en este tramo es el Peso, que es conservativa, $E_{mec}$ se conserva.

- Tramo 4(rozamiento): Aquí actúa una fuerza externa, $F_{roz}$ que hace que $\bar{P}$ no se conserve. Además esta $F_{roz}$ es no conservativa y hace trabajo, entonces $E_{mec}$ tampoco se conserva.
- Tramo 5(Movimiento Circular): Acá $\sum F^{ext} \neq 0$ ya que el movimiento es circular, entonces $\bar{P}$ no se conserva. Como la única fuerza que hace trabajo es el Peso, que es conservativa, entonces $E_{mec}$ se conserva.

b) Nos piden hallar $\mu_d$. Hay muchas maneras de hacerlo, yo voy a hacer lo siguiente:

$F_{roz} = \mu_d N = \mu_d mg$ y $L_{F_{roz}} = -\mu_d mgd$, donde $m = m_1 + m_2 = 4kg$ . Como $F_{roz}$ es la única fuerza no conservativa que hace trabajo después del choque, voy a calcular la variación de energía entre el momento justo después del choque (lo llamaré A), y el punto más alto de la trayectoria circular (lo llamaré B). Como $\Delta E_{mecAB} = L_{F_{roz}}$ de ahí voy a poder despejar $\mu_d$.

Busco la energía luego del choque. Necesito saber la velocidad con la que $m_1$ impactó a $m_2$. Para eso uso la variación de energía cinética en el tramo 1: $L_{F_{Jorge}} = \Delta E_{cin}$, como $v_0 = 0$, la ecuación anterior queda así: $L_{F_J} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ . Busquemos $L_{F_j}$:

$$L_{F_j} = 10N.2m = 20J$$

Entonces: $20J = \frac{1}{2}.2kg.v_1^2$

Por lo tanto: $v_1 = \frac{\sqrt{20}m}{s}$. Con esta información, se puede despejar la velocidad $v$ después del choque a partir de la conservación de $\bar{P}$:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = mv$$

Reemplazando:

$$2kg.\frac{\sqrt{20}m}{s} = 4kgv$$

Entonces:

$$v = \frac{\sqrt{20}}{2}\frac{m}{s}$$

Con esto, ya se puede averiguar la energía mecánica: $E_{mecA} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = 50J$.

Y además, hallar la energía mecánica final es mucho más sencillo. Planteando todo en el punto más alto, donde la velocidad es nula, tenemos que $E_{mecB} = mgh_f = 40J$.

Con esto ya podemos averiguar el trabajo del rozamiento:

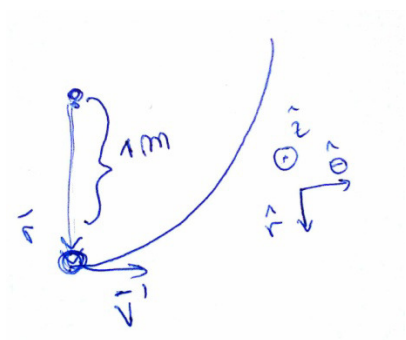
$L_{F_{roz}} = \Delta E_{mec} = E_B - E_A = -10J$

Entonces:

$$-10J = -\mu_d 4kg.10\frac{m}{s^2}.2m$$

Despejando, se obtiene que $\mu_d = 0{,}125$.

c) Nos piden calcular $\bar{L} = \bar{r} \times m\bar{v}$ en el punto más bajo, como se ve en la figura.

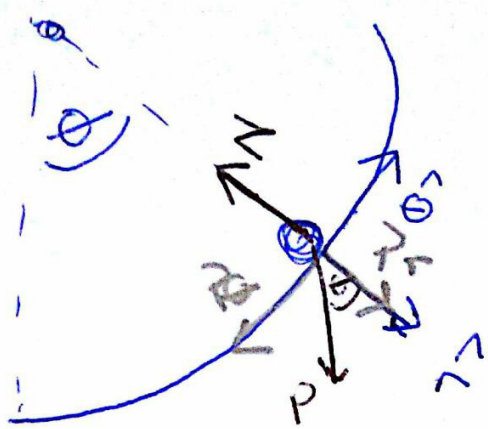


En este caso $\bar{r} = 1m\,\hat{r}$ y $\bar{v} = v'\hat{\theta}$ . Para conocer $v'$ usamos la conservación de la energía en este último tramo: $\frac{1}{2}mv'^2 = mgh_f = 40J$. Despejando, $v' = \sqrt{20}\frac{m}{s}$. Entonces:

$$\bar{L} = 4kg.1m.\sqrt{20}\frac{m}{s}\,\hat{r} \times \hat{\theta} = 4\sqrt{20}\frac{kgm^2}{s}\,\hat{z}$$

Por último, nos preguntan si $\bar{L}$ se conserva en este último tramo. Esto sucede solo si los torques se anulan, es decir, si $\sum \bar{r} \times \bar{F} = 0$. Los torques se anulan en dos casos: si la fuerza resultante es nula, o si todas las fuerzas apuntan siempre paralelas a $\bar{r}$. En este caso, vamos a tener una componente del peso que no va a ser paralela a la posición, esto implica que el peso hace torque y que $\bar{L}$ no se conserva.

d) Nos piden que escribamos Newton en un punto genérico, lo hago en coordenadas polares:




$$\hat{r})\quad \underbrace{mg\cos\theta}_{P_r} - N = -m\underbrace{\frac{v^2}{R}}_{a_c}$$

$$\hat{\theta})\quad -\underbrace{mg\,\mathrm{sen}\,\theta}_{P_\theta} = m\underbrace{R\ddot{\theta}}_{a_\theta}$$