Energía electrostática y potencial electrostático

Ya vimos que la F.za grav. tiene asociada una energía potencial. De hecho, todas las F conservativas la tienen (esa es la característica distintiva de una F. conservativa).

Otra caract. → W_{F_G} no dep. del camino, sino sólo de los puntos entre los cuales se realiza el desplazamiento.

La F. electrostática entre 2 q puntuales tiene exactamente la misma expresión que $F_{grav.}$, y dado q' el trabajo se define como

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

está claro que $F_{electrostática}$ también será conservativa.

Vamos a hallar entonces la energía potencial electrostática relacionada con F_E.

~~Si recordamos cómo lo hicimos antes, dijimos que "si realizamos un trabajo al mover una partícula de un punto A a otro B,~~

Veamos esto, supongamos un objeto sometido a la F_E. Ese cuerpo se verá acelerado, con lo que aumentará su energía cinética

⇒ el trabajo q' realiza la F_E es positivo → $F_E \cdot d = W_{F_E}$

donde d es la distancia q' se desplazó el objeto. (sup. desplaz. rectilíneo ∥ a F_E)

Como F_E es conservativa, si E_c aumenta $\Rightarrow$ E_p disminuye en la misma cantidad.

Adicionalmente, nuestra definición de energía potencial asociada a una fuerza, ~~[illegible]~~ es que la variac. de $E_p = -W$ de esa fuerza, entonces:

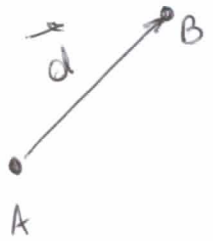
$$\Delta E_{pE} = - F_E \cdot d$$ en el caso anterior.

Si suponemos que F_E está aplicado sobre una carga de prueba q $\Rightarrow$ $\vec{F}_E = q\vec{E}$, siendo $\vec{E}$ el campo eléctrico aplicado:

$$\Delta E_{pE} = -q E d$$

$$d = |\vec{d}|$$

Esa será la variación de energía potencial eléctrica entre A y B



De la misma forma que definimos $\vec{E}$ para no tener que lidiar con q de prueba, podemos definir una "energía potencial eléctrica por unidad de carga" o simplemente "potencial" (V)

$$\Delta V = \frac{\Delta E_{pE}}{q} = E \cdot d$$

OK, PERO ESA EXPRESIÓN SÓLO NOS SIRVE PARA CALCULAR EL POTENCIAL CUANDO EL CAMPO ELÉCTRICO NO CAMBIA EN TODO EL CAMINO Y EL CAMINO ES UNA LÍNEA RECTA.

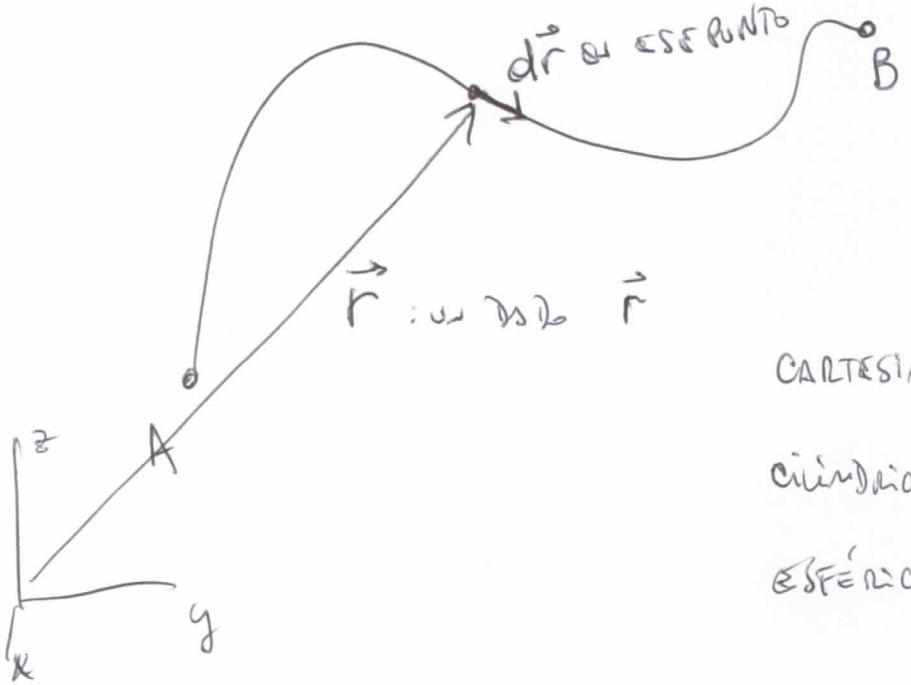
LA DEFINICIÓN + GENERAL ES:

$$\Delta V_{AB} = \underbrace{\underset{\text{POT. EN B}}{V_B} - \underset{\text{POT. EN A}}{V_A}} = -\int_A^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

AL IGUAL Q' CON LA EPGRAVITATORIA, NO HABLAMOS DEL VALOR ABSOLUTO DE V, SINO DE DIFERENCIAS ESO ES LO IMPORTANTE.

$\vec{E}(\vec{r})$: INDICA QUE EL CAMPO ELÉCTRICO PUEDE DEPENDER DE LA POSICIÓN

$d\vec{r}$ ES UN VECTOR DIFERENCIAL QUE INDICA EL DESPLAZAMIENTO



$d\vec{r}$ SE ESCRIBIRÁ EN LAS COORDENADAS ADECUADAS AL PROBLEMA.

CARTESIANAS: $d\vec{r} = dx\, dy\, dz$

CILÍNDRICAS: $d\vec{r} = r\, dr\, d\varphi\, dz$

ESFÉRICAS: $d\vec{r} = r^2 \operatorname{sen}\theta\, dr\, d\varphi\, d\theta$

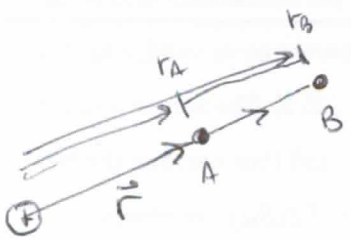
Unidades de potencial eléctrico $\longrightarrow$ Volts (V)

$$1\,V = 1\,\frac{\overset{E}{N}}{C} \cdot \overset{d}{m}$$

~~Notar que la ∃ de q>0 ó q<0 nos da una diferencia notable frente al caso de la B.E. por gravitatoria. Una masa sometida a un "potencial gravitatorio" siempre se acelera en la dirección de la $\vec{F}_G$, entonces si parte del reposo~~

Potencial debido a cargas puntuales

Para obtener el potencial de una carga puntual, recordemos partir de campo eléctrico q' ella genera: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$ ↑ esféricas



Calculemos $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$

que, según vimos, es $\Delta V_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$

Si voy de A a B $\longrightarrow$ $d\vec{r} = dr\,\hat{r}$

$$\Rightarrow V_B - V_A = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\underbrace{\hat{r}\,\hat{r}}_{=1}\,dr =$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_{r_A}^{r_B} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right)$$

UNIDADES DE POTENCIAL ELÉCTRICO

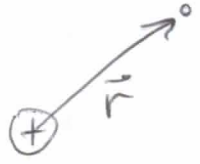
↳ VOLTS (V)

$$1\,V = 1\,\frac{\overset{E}{N}}{C}\cdot \overset{d}{m}$$

POTENCIAL DEBIDO A q PUNTUALES

PARA OBTENER EL POTENCIAL DE UNA q PUNTUAL HAY QUE RECORDAR EL CAMPO QUE ESTA GENERA:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot\hat{r} \quad \text{(COORD. ESFÉRICAS)}$$



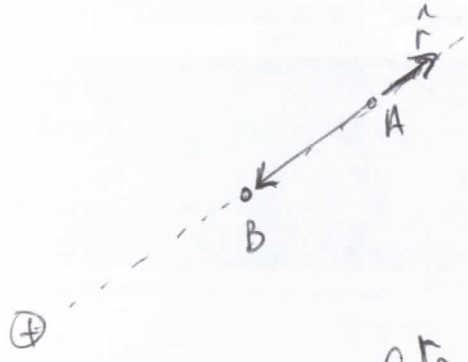
RECORDEMOS QUE PARA LA ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA UNO TENÍA QUE DEFINIR EN DÓNDE SE ENCONTRABA EL CERO.
AQUÍ VEREMOS QUE ES SIMILAR.

SUPONGAMOS QUE QUEREMOS CALCULAR LA VARIACIÓN DE POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA q CUANDO RECORREMOS UN CAMINO QUE VIENE DESDE UN PUNTO "MUY LEJANO" (A) HASTA OTRO "CERCANO" (B). SEGÚN LA DEF.

$$\Delta V_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Como la fuerza eléctrica es conservativa, sin pérdida de generalidad, podemos hacer que el camino de A a B sea radial

$\Rightarrow d\vec{r} = -dr\,\hat{r}$ (pues $r_A > r_B$)



$$\Rightarrow \Delta V_{AB} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}(-dr\,\hat{r})$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_B} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_A}$$

Si hacemos que r_A sea $\gg r_B$ ($\longrightarrow \infty$) $\Rightarrow$ es como poner el potencial $= 0$ en el ∞ y en ese caso, definimos que el potencial en r_B es (q puntual)

$$V(r_B) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_B}$$

ó para cualquier $r \longrightarrow$ $\boxed{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$

q centrada en el origen

Notar q' (a diferencia de $\vec{E}$) V es un escalar, lo que hace que sea + sencillo calcularlo cuando hay una distribución de cargas complicada.

UNA SALVEDAD → SÓLO SE PUEDE PONER EL $V = 0$ EN ∞ SI LA DISTRIBUCIÓN DE q ES ACOTADA. SI HAY CARGAS EN ∞ $\Rightarrow$ $V = 0$ EN OTRO LUGAR. EN DONDE NO HAYA CARGA.

CASOS → HILO ∞, PLANO ∞

MATERIALES CONDUCTORES

MATERIALES EN LOS CUALES LOS q ESTÁN LIBRES (COBRE, AL, ESTAÑO, MERCURIO) TIENEN e^- QUE NO ESTÁN LIGADOS A LOS ÁTOMOS PERO QUE NO PUEDEN SALIR DEL MATERIAL. ESTOS "e^- LIBRES" SE MOVERÁN EN PRESENCIA DE UN CAMPO (Ó POTENCIAL) ELÉCTRICO.

CARACTERÍSTICAS:

UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO:

1) $\vec{E}(\text{interior}) = 0$ SI NO FUERA ASÍ, LOS e^- LIBRES SE MOVERÍAN

2) SI ESTÁN CARGADOS, LA CARGA SE UBICA EN LA SUPERFICIE. ESTO OCURRE PORQUE CUALQUIER DESEQUILIBRIO DE CARGA PROVOCARÁ UN MOVIMIENTO DE LOS e^- LIBRES PARA HACER QUE ESAS CARGAS SE ALEJEN LO + POSIBLE $\Rightarrow$ SE IRÁN A LA SUPERFICIE

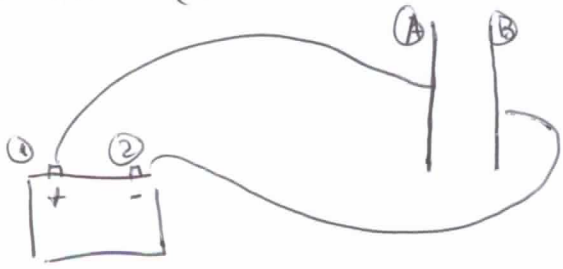
3) $\vec{E}$ EN LA FRONTERA DE UN COND. ES $\perp$ A SU SUPERFICIE. DE OTRA FORMA, LAS CARGAS LIBRES DE LA SUPERFICIE SE MOVERÍAN Y NO ESTARÍAN EN EQUILIBRIO.

4) LA CARGA SE ACUMULA PREFERENTEMENTE EN LOS BORDES AFILADOS

↳ CONSECUENCIA: EL CAMPO ELÉCTRICO ES + INTENSO EN ESOS PUNTOS.

Veamos un ejemplo p/entender cómo se puede someter una partícula a un potencial eléctrico.

Supongamos que tenemos una batería. Ese artefacto es básicamente un dispositivo que, en su interior, produce una reacción química que separa cargas positivas de un lado y negativas del otro. Cuantas más cargas se acumulen (= pos. que neg. pues la sustancia interna es neutra). La pila tendrá mayor potencial ó tensión (a veces se dice "voltaje" por volts).



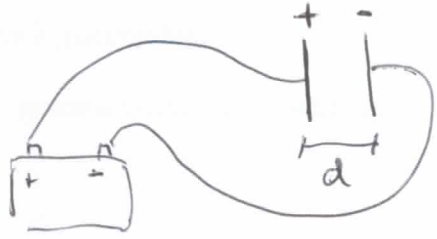
¿Qué ocurre si conectamos c/polo (+ y −) a un cable conductor y estos a 2 placas también conductoras?

Los e^- libres de los cables se moverán para evitar el desequilibrio de cargas en 1 y 2 (serán atraídos hacia + y repelidos por −)

⇒ se va a generar un mov. de e^- hasta que se llegue al equilibrio ⟶ esto va a ocurrir a expensas de la carga de las placas metálicas. Si los e^- de la placa A van hacia 1 ⇒ la placa A quedará cargada positivamente

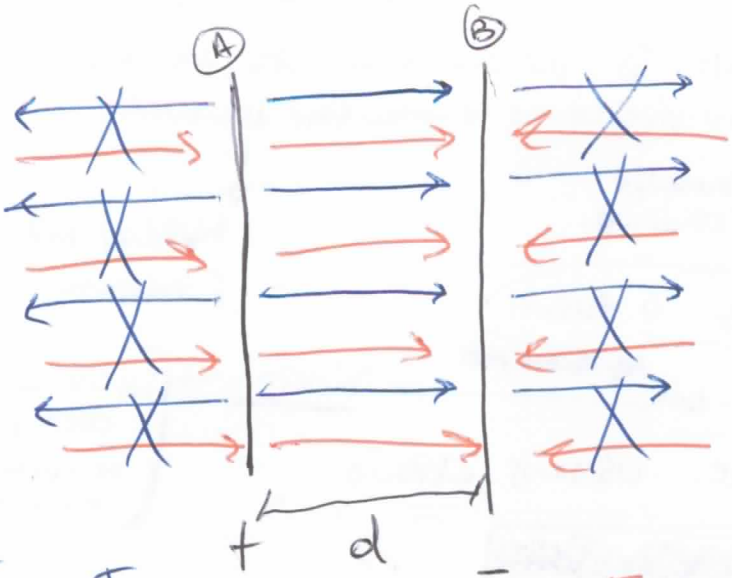
Análogamente, si los e^- del cable conductor q' está conectado a 2 son repelidos por la carga negativa, se irán lo más lejos posible ⟶ o sea a la placa B

La situación de equilibrio será



Supongamos que $d << a$ (siendo a el lado de las placas)

$\Rightarrow$ Podemos suponer que las placas son 2 planos ∞



$E_+ = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ "hacia afuera"

$E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ "hacia adentro"

Como consecuencia, los campos se suman en el interior y se restan en el exterior.

$$\Rightarrow |\vec{E}_{INT}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \times 2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad ; \quad |\vec{E}_{EXT}| = 0$$

La construcción mostrada recibe el nombre de <u>capacitor</u> por su capacidad de almacenar carga en las placas (también se lo usa condensador). En particular, es un capacitor de placas paralelas.

Si colocamos una carga positiva en el interior de un capacitor, se moverá de la placa positiva a la placa negativa, en analogía con lo que ocurre en mecánica con la energía potencial gravitatoria, la carga va desde el punto de mayor potencial (+) al de menor potencial (−)

¿Cómo calculamos la diferencia de potencial entre estas 2 placas?

Hay que conocer σ (y por lo tanto el $\vec{E}$).

Supongamos que conocemos σ, entonces

$$\vec{E}_{int} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$$ y como es una f. conservativa

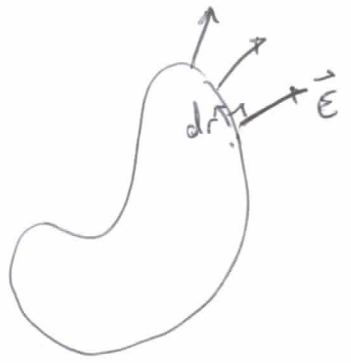
elegimos el camino más simple (nos movemos en $\hat{x}$)

$$\Rightarrow \quad V_B - V_A = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d$$, que es negativo

porque la placa (B) es la de menor potencial.

<u>Potencial eléctrico en conductores cargados</u>

Recordemos que el campo eléctrico en un conductor en eq. es $\perp$ a su superficie. Como V se define a partir de $\int \vec{E}\cdot d\vec{r}$, esto quiere decir que $\vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$ siempre que recorra un camino que va por la superficie. $\Rightarrow$ la diferencia de potencial entre 2 puntos de la sup. de un conductor en eq. es cero o (lo que es =) todos los puntos de la superficie de un conductor están al mismo potencial.



PERO ADEMÁS, $\vec{E} = 0$ DENTRO DEL CONDUCTOR, ENTONCES SI HAGO $\int \vec{E} d\vec{r}$ DESDE UN PUNTO DE LA SUPERFICIE HASTA CUALQUIER PUNTO INTERIOR, EL RESULTADO ES CERO

$\Rightarrow$ TODOS LOS PUNTOS DE UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO ESTÁN AL MISMO POTENCIAL, QUE ES EL DE LA SUPERFICIE.

VOLVEMOS AL CAPACITOR

VIMOS QUE UN CAPACITOR PUEDE ACUMULAR CARGA Y ESTO ORIGINA UNA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE SUS PLACAS.

DEFINIMOS CAPACIDAD (O CAPACITANCIA SI SON MÁS IBÉRICOS) AL COCIENTE

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Q → CARGA ALMACENADA EN LAS PLACAS (MÓDULO)

ΔV → DIF. DE POTENCIAL ENTRE LAS PLACAS

ΔV VA A ESTAR DADO GENERALMENTE POR UNA PILA (O BATERÍA) CONECTADA AL CAPACITOR.

$$[C] = \text{FARADIO} = \frac{\text{COULOMB}}{\text{VOLT}}$$

ES UNA UNIDAD MUY GRANDE, EN LA PRÁCTICA SE USA

$\mu F = 10^{-6} F$

$nF = 10^{-9} F$

$pF = 10^{-12} F$

La capacidad también se relaciona con los parámetros geométricos (a mayor superficie, mayor carga)

$$\longrightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A → área de las placas

d → separación entre placas

La carga almacenada en un capacitor puede provocar el mov. de cargas, entonces también almacena energía.

La energía almacenada x el capacitor se expresa como:

$$E = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

Donde $Q \equiv$ carga de una de las placas (módulo)

$C \equiv$ capacidad

$\Delta V \equiv$ dif. de potencial entre las placas