

Estudio de un oscilador amortiguado

Objetivo

- Estudiar un sistema formado por un resorte y una masa moviéndose en el seno de diferentes fluidos.
- Determinar el valor de la constante de amortiguamiento y de la frecuencia angular para cada fluido.

Introducción

Como vimos la clase pasada, en un movimiento oscilatorio que consta de un resorte y una masa la fuerza aplicada a la masa sigue la ley de Hooke, dentro de ciertos límites, y se expresa de la siguiente forma:

$$F = -k\Delta x \quad (1)$$

donde F es la fuerza aplicada, Δx el vector desplazamiento y k la constante elástica del resorte.

Cuando un sistema oscilatorio se encuentra moviéndose en el seno de un fluido la fuerza de fricción del fluido puede suponerse como:

$$F_R = -bv \quad (2)$$

donde F_R es la fuerza de fricción del fluido, v la velocidad y b es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{b}{M}\right)\frac{dx}{dt} + w_0^2x = 0 \quad (3)$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados (w_0 , b y M), y de la relación entre ellos.

Se define la constante de amortiguamiento del fluido, γ , como:

$$\gamma = \frac{b}{2M} \quad (4)$$

Si $\lambda^2 < w_0^2$ nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, una posible solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = a \exp^{-\gamma t} \text{sen}(wt + \varphi) + x_0 \quad (5)$$

donde x_0 es la posición de equilibrio, a y φ constantes a determinar, y w la frecuencia angular de oscilación del sistema, que puede expresarse como:

$$w = \sqrt{w_0^2 - \gamma^2} \quad (6)$$

con w_0 como la frecuencia angular de oscilación del movimiento sin amortiguar (fuera del fluido).

A partir de la ec. (5), podemos deducir que:

$$F(t) = A \exp^{-\gamma t} \text{sen}(wt + \varphi) + F_0 \quad (7)$$

Actividades

Se desea realizar un estudio de un oscilador amortiguado a través de un sistema formado por un resorte y una masa moviéndose en el seno de diferentes fluidos.

Se quiere determinar la constante de amortiguamiento y la frecuencia angular de oscilación para cada fluido utilizado mediante diferentes técnicas de análisis de datos.

Para ello, se propone armar un dispositivo experimental similar al de la clase pasada con una masa sumergida en el seno de un fluido. Separe la masa levemente de su posición de equilibrio de modo de provocar un movimiento oscilatorio asegurándose de que la masa se mantenga durante toda la oscilación inmersa en el fluido. ¿Por qué es esto necesario?

- Determine la frecuencia angular de oscilación w del resorte en el fluido a partir del cálculo del período del gráfico Fuerza vs. Tiempo.
- Obtenga la constante de amortiguamiento γ a partir del decaimiento de la amplitud del gráfico Fuerza vs. Tiempo los gráficos. Para ello, obtenga los máximos locales de dicho gráfico y realice una aproximación de los datos por una función exponencial propuesta por el Origin.
- Obtenga la constante de amortiguamiento γ a partir del uso de la técnica de cuadrados mínimos.

Repita el procedimiento con otro fluido.

¿Depende la frecuencia angular de oscilación del fluido utilizado? ¿Y la amplitud? Compare los resultados de w y γ obtenidos para cada fluido.