

Mediciones Indirectas

Supongamos que se puede obtener en forma indirecta la magnitud W midiendo en forma directa las magnitudes x, y, z , etc. (independientes entre sí), mediante una función $f(x, y, z, \dots)$, tal que $W = f(x, y, z, \dots)$.

A partir de las mediciones directas, conocemos los valores de x, y, z , etc:

$$x = x_o \pm \Delta x ; y = y_o \pm \Delta y ; z = z_o \pm \Delta z ; \dots$$

Entonces, se puede obtener en forma indirecta la magnitud $W = W_o \pm \Delta W$ siendo:

$$W_o = f(x_o, y_o, z_o, \dots) \quad (1)$$

$$\Delta W = \left\{ \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x_o, y_o, z_o, \dots) \cdot \Delta x \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o, z_o, \dots) \cdot \Delta y \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial z}(x_o, y_o, z_o, \dots) \cdot \Delta z \right]^2 + \dots \right\}^{1/2} \quad (2)$$

donde $\frac{\partial f}{\partial x}(x_o, y_o, z_o, \dots)$ es la derivada parcial de f con respecto a x , evaluada en los valores medios x_o, y_o, z_o, \dots , y se obtiene considerando a x como la única variable y al resto (y, z, \dots) como constantes. Notar que recién después de calcular la derivada parcial, se evalúa dicha expresión en x_o, y_o, z_o, \dots . De la misma forma, $\frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o, z_o, \dots)$ es la derivada parcial de f con respecto a la variable y , considerando al resto (x, z, \dots) constantes.

La expresión (2) se conoce como *fórmula de propagación de errores*. Es válida siempre que los parámetros x, y, z, \dots sean independientes (*independencia* significa que conocer la incerteza de la magnitud x no nos da ninguna información acerca de la incerteza de las otras magnitudes). La expresión (2) es una fórmula aproximada para ΔW , que es válida cuando las derivadas parciales de f de orden superior son despreciables frente a la primer derivada parcial (en general, estaremos dentro de las hipótesis de validez de esta aproximación).

Ejemplo

Si se quiere medir el área S de una mesa rectangular de lados A y B . Tanto A como B fueron medidas directamente, resultando: $A = A_o \pm \Delta A$ y $B = B_o \pm \Delta B$. El resultado de la medición indirecta de esta magnitud S será: $S = S_o \pm \Delta S$.

El valor medio del área de la mesa se obtiene como:

$$S_o = A_o \cdot B_o$$

Y su incerteza

$$\Delta S = \left\{ \left[\frac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) \cdot \Delta A \right]^2 + \left[\frac{\partial S}{\partial B}(A_o, B_o) \cdot \Delta B \right]^2 \right\}^{1/2} = \left\{ [B_o \cdot \Delta A]^2 + [A_o \cdot \Delta B]^2 \right\}^{1/2}$$

donde $\frac{\partial S}{\partial A}(A_o, B_o) = B_o$ y $\frac{\partial S}{\partial B}(A_o, B_o) = A_o$.