

**LABORATORIO DE FÍSICA 1**

(Biólogos y Geólogos)

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

**PRÁCTICA 4: Movimiento Oscilatorio Armónico Simple y Amortiguado****OBJETIVO GENERAL**

Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

**INTRODUCCIÓN**

Todo sistema físico que se encuentra en equilibrio estable, oscila al ser apartado de su posición de equilibrio. En general, los sistemas lineales oscilan además en forma armónica, siempre que la perturbación aplicada lo aparte levemente de su posición de equilibrio. En estas condiciones se puede definir una frecuencia de oscilación, que estará completamente determinada por los parámetros del sistema físico en consideración, y será independiente de las condiciones específicas en las que se pone a oscilar el sistema.

**ACTIVIDAD 1 (DÍA 1): ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO SIMPLE Y DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN RESORTE**

Se propone determinar las características de un resorte simple empleando para ello dos métodos experimentales distintos: uno estático y otro dinámico. El protocolo experimental sugerido para implementar dichos métodos se describe a continuación.

**(a) Método estático:**

Hallar la posición de equilibrio de un sistema formado por un objeto que cuelga de un resorte, para diversas masas del objeto suspendido. A partir de la dependencia de dicha posición como función de la masa del cuerpo se pueden determinar las características del resorte (constante elástica y longitud en reposo) mediante un ajuste por cuadrados mínimos de los resultados. Elija un método para la medición de la variación en la posición (ej. Cinta métrica, sensor de posición, otro)

i.- Represente gráficamente la fuerza aplicada,  $F$ , en función de la posición  $x$  del resorte. ¿Qué relación encuentra entre estas magnitudes?

ii.- Utilizando la ley de Hooke que ha estudiado en su clase teórica, ¿qué representa la pendiente? ¿y la ordenada al origen?

iii.- ¿Es el valor obtenido por ajuste de la ordenada al origen el esperado?

**(b) Método dinámico:**

Una vez determinadas las características del resorte, se lo suspende de un sensor de fuerzas que permite registrar una señal proporcional a la fuerza necesaria para sostener el

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

(Biólogos y Geólogos)

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

sistema suspendido desde su soporte. En estas condiciones se procede a ponerlo a oscilar en diversas condiciones para así registrar la lectura del sensor de fuerzas en función del tiempo.

i.- Estudie la dependencia de la frecuencia de oscilación con la masa.

ii.- Represente sus resultados en un gráfico. Analice gráficos tanto en escalas lineales como logarítmicas. ¿Qué relación encuentra entre ambas magnitudes? Si es posible determine la constante elástica del resorte también por este método.

iii.- Describa a partir de sus mediciones la ecuación de movimiento para el sistema estudiado. ¿Cuál es la ecuación de movimiento (ecuación diferencial) que corresponde a este movimiento?

iv.- Describa las características de las fuerzas de roce involucradas en la experiencia (caso real).

vi.- En última instancia, se propone que compare ambos métodos de medición en lo que hace a la exactitud y precisión de los valores obtenidos para la constante elástica del resorte. ¿Cuál de los dos métodos recomendaría a alguien que deseara medir la elasticidad de un material?

**ACTIVIDAD 2 (DÍA 2): ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO AMORTIGUADO**

En esta segunda parte se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas del sistema masa-resorte, cuando la masa es parcialmente sumergida en un fluido viscoso.

Adjunte una esfera de masa  $m$  al resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p.ej., con agua y detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

¿Qué se espera observar en esta experiencia?

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire, aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles) con el tiempo, ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. La forma en la que el movimiento se amortiguará depende de la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio, y de sentido contrario ésta.

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado.

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

(Biólogos y Geólogos)

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

En el caso que nos ocupa, correspondiente a un movimiento oscilatorio subamortiguado, la posición de la masa oscilante en función del tiempo viene dada por:

$$x(t) = ae^{-bt} \cos(\omega t + \varphi) + x_0 \quad (1)$$

siendo  $x(t)$  la posición en función del tiempo  $t$ ,  $a$  la amplitud,  $b$  el coeficiente de amortiguamiento,  $\omega$  la frecuencia angular de oscilación,  $\varphi$  la fase inicial y  $x_0$  la posición de equilibrio. Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte (dado que no es posible medir con el sensor de posición), el sensor medirá la fuerza  $F$  sobre el resorte, no la posición de este último.

Recordando que dicha fuerza viene dada por

$$F(t) = -kx(t) \quad (2)$$

podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión:

$$F(t) = -k ae^{-bt} \cos(\omega t + \varphi) - kx_0 \quad (3)$$

es decir,

$$F(t) = Ae^{-bt} \cos(\omega t + \varphi) - D \quad (4)$$

Nótese entonces que tenemos ahora 5 parámetros a determinar a través de un ajuste de los datos medidos por el método de cuadrados mínimos. Observe además que dicho ajuste será no lineal, dado que la función a la que buscamos ajustar nuestros datos es *no lineal en sus parámetros* ( $b$ ,  $\omega$ , y  $\varphi$ ).

El principio de este tipo de ajustes es esencialmente el mismo que el correspondiente al ajuste lineal que ya ha empleado en prácticas anteriores. Sin embargo, desde el punto de vista operativo, existe una diferencia esencial. El ajuste no lineal no emplea expresiones analíticas para hallar los valores óptimos de sus parámetros dado que, en general, dichas expresiones no existen. Por lo tanto, los métodos de ajuste no lineal por cuadrados mínimos recurren a métodos de minimización numérica iterativos, a fin de encontrar un conjunto de parámetros que minimice la función de mérito  $\chi^2$ . Por ello, el algoritmo de ajuste requiere que se especifiquen valores iniciales para cada uno de los parámetros buscados. Dichos valores serán tomados como punto de partida para el algoritmo de minimización, el cuál recorrerá el espacio de parámetros buscando un mínimo. Para que esta búsqueda resulte exitosa es entonces imperativo dar valores iniciales adecuados para dichos parámetros, ya que es posible (y muy a menudo es el caso) que la función de mérito tenga más de un mínimo (local) y el algoritmo nos entregue valores sin sentido físico. Asimismo, es posible reducir el tiempo de cálculo de los parámetros si se restringe el dominio en el cual el algoritmo realiza la minimización. Como ejemplo, considere el coeficiente de amortiguamiento,  $b$ . A partir de la ecuación (1), sabemos que dicho parámetro solo puede tomar valores positivos (valores negativos de  $b$  estarían asociados a un incremento de la amplitud de oscilación conforme el tiempo avanza). Teniendo en cuenta esta información, resulta útil y computacionalmente económico especificar también esta condición al momento de establecer la forma en la que se realizará el ajuste no lineal.

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

(Biólogos y Geólogos)

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

---

En el caso que nos interesa, los valores asociados a los parámetros  $A$ ,  $\omega$  y  $D$  son fáciles de determinar a partir de las mediciones realizadas en la primera parte de esta práctica.

Utilizando el método dinámico de la actividad 1 con el sensor de fuerza vinculado al resorte, tome registro del movimiento para una única masa. Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento  $b$  de 3 maneras distintas:

- (a) Estudie si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento ¿Varía dicha frecuencia? ¿Debería variar según fundamentos teóricos? Explique qué puede estar sucediendo. ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?
- (b) Identifique los picos de la función trigonométrica y obtenga la constante  $b$  del ajuste de la exponencial.
- (c) Finalmente, realice un ajuste no lineal de la señal amortiguada y determine de ahí la constante correspondiente.

Estudie la precisión, exactitud y “utilidad” de cada uno de los métodos propuestos. Si se le ocurre otro, calcule  $b$  también por ese método.

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

(Biólogos y Geólogos)

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

## APÉNDICE 1: SENSOR DE FUERZAS

El sensor de fuerzas que usted dispone en el laboratorio, es un dispositivo multipropósito para la medición de fuerzas de empuje y de tracción. Como muchos dispositivos de medición tiene dos rangos de medición con sus correspondientes resoluciones. Dependiendo de la magnitud a medir y de la precisión buscada se aconseja utilizar uno u otro rango de medición. Los rangos son:

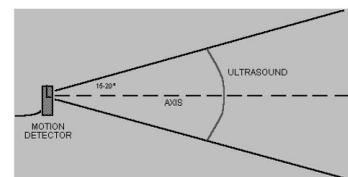
$\pm 10$ N	0.01N	Stored Calibration	slope:	-4.9 N/V
			intercept:	12.25 N
$\pm 50$ N	0.05 N	Stored Calibration	slope:	-24.5 N/V
			intercept:	61.25 N

Estudie si la calibración de fábrica es correcta para su montaje experimental.

Si la práctica lo requiere, podría ser que necesite redefinir el cero de la calibración de fábrica o eventualmente hacer una calibración completa del sensor. En ese caso, calibre el sensor en la posición que vaya a utilizarlo (vertical u horizontal). Para recalibrar el sensor necesitará dos puntos, uno correspondiente a 0N (sin peso en el sensor ubicado en la posición de medición) y como segundo punto se aconseja utilizar una masa de 300g (2.94N) o equivalente. Una vez calibrado revise que la calibración sea la correcta midiendo estos dos puntos de calibración.

## APÉNDICE 2: SENSOR DE POSICIÓN

Este detector de movimiento emite ráfagas cortas de sonido ultrasónico a través de la hoja de oro del transductor. Las ondas emitidas llenan un área en forma de cono aproximadamente 15 a 20° fuera del eje central. El detector de movimiento a continuación "escucha" el eco de las ondas ultrasónicas que regresan a ella. El equipo mide el tiempo que tardan las ondas ultrasónicas en hacer el viaje desde el detector de movimiento hasta el objeto más cercano y vuelta al detector. Haciendo uso de este tiempo y la velocidad del sonido en el aire, resulta posible determinar la distancia al objeto más cercano. Tenga en cuenta que el detector de movimiento informará la distancia al objeto más cercano que produce un eco suficientemente fuerte. El detector de movimiento puede identificar la posición de objetos como sillas y mesas en el cono de la onda emitida.



El rango de distancias que mide el sensor de posición es entre 0.15m y 6m, aunque se recomienda su uso entre 0.4m y 2.5m.