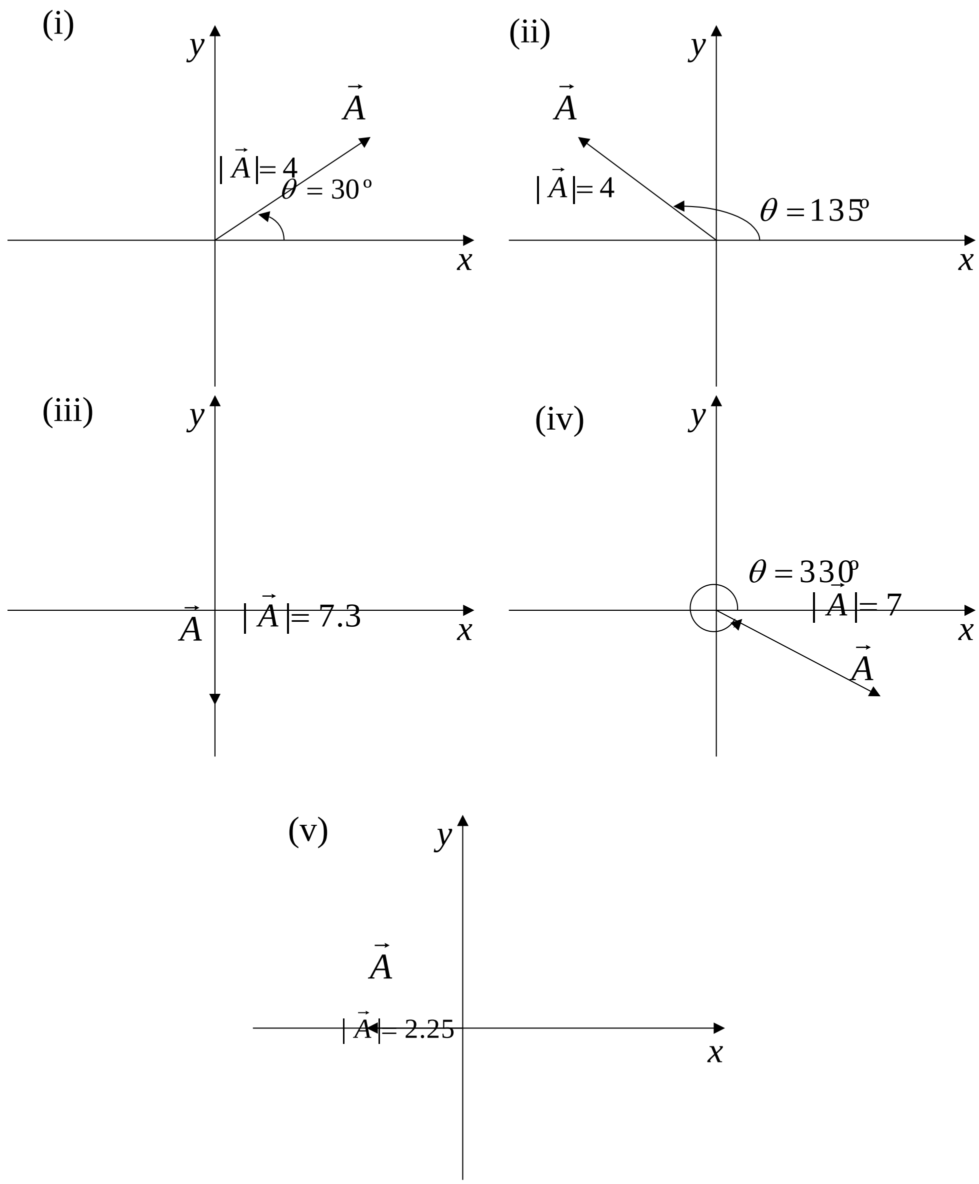
GUIA 0: Repaso

1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20,-5,8) y extremo en (-4,-3,2).

2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

(i) $\vec{A} = (3,3)$
(ii) $\vec{B} = (-1.25,-2.16)$
(iii) $\vec{C} = (-2.5,4.33)$
(iv) $\vec{D} = (5,0)$
(v) $\vec{E} = (0,3)$

3 - Qué propiedades tienen los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tales que:

a) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $|\vec{A}| + |\vec{B}| = |\vec{C}|$

b) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$

c) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ y $A^2+B^2=C^2$

4 - Usando la definición de producto escalar, calcular

a) $\hat{x}.\hat{y}$ e) $\hat{y}.\hat{y}$

b) $\hat{x}.\hat{z}$ f) $\hat{z}.\hat{z}$

c) $\hat{y}.\hat{z}$ g) $\hat{y}.\hat{x}$

d) $\hat{x}.\hat{x}$

donde $\hat{x}$ = (1,0,0), $\hat{y}$ = (0,1,0), $\hat{z}$ = (0,0,1).

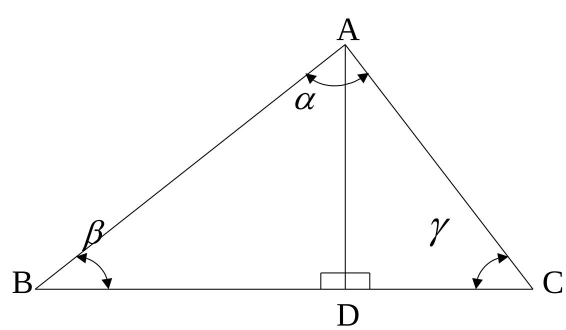
5 - Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma, $\vec{C}\cdot\left(\vec{E}+\vec{F}\right)=\vec{C}\cdot\vec{E}+\vec{C}\cdot\vec{F}$ y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si $\vec{A} = a_x\hat{x} + a_y\hat{y} + a_z\hat{z}$ y $\vec{B} = b_x\hat{x} + b_y\hat{y} + b_z\hat{z}$ entonces,

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z.$$

6 - Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el "Teorema del Coseno":

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\ BC \cos\beta,$$

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.



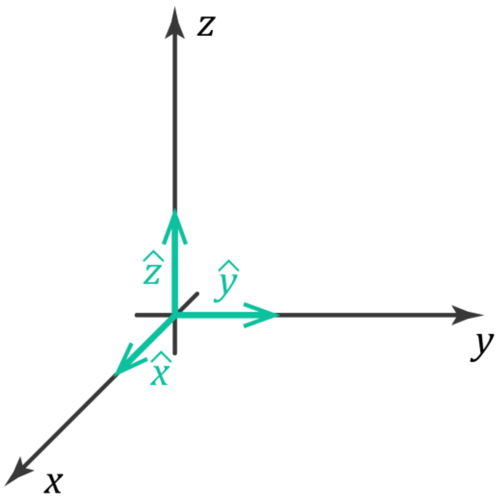
AYUDA: Considerar los triángulos rectángulos ABD y ADC.

7 - a) Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$ y $\hat{z}$ los versores de la terna mostrada en la figura (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular

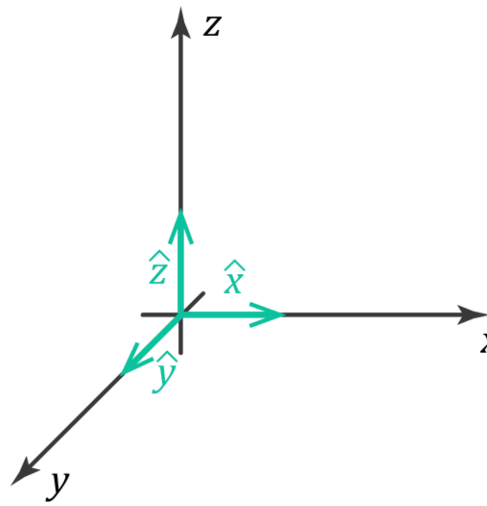
(i) $\hat{x}\times\hat{y}$ (ii) $\hat{z}\times\hat{x}$ (iii) $\hat{y}\times\hat{z}$

(iv) $\hat{x}\times\hat{x}$ (v) $\hat{y}\times\hat{y}$ (vi) $\hat{z}\times\hat{z}$

b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la figura (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.



a)



b)

NOTA: En lo sucesivo se convendrá en trabajar con ternas análogas a las del caso (a), en las cuales $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$, que se denominan “Ternas Derechas”.

8 - a) Demostrar que el producto vectorial no es asociativo y que dados los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, se cumple:

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)=\vec{B}\left(\vec{A}\cdot\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right).$$

a) Probar que cualesquiera que sean los vectores, se cumple:

$$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right)+\vec{B}\times\left(\vec{C}\times\vec{A}\right)+\vec{C}\times\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=0.$$

9 - Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.