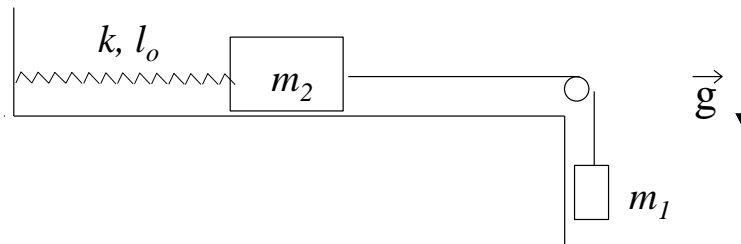
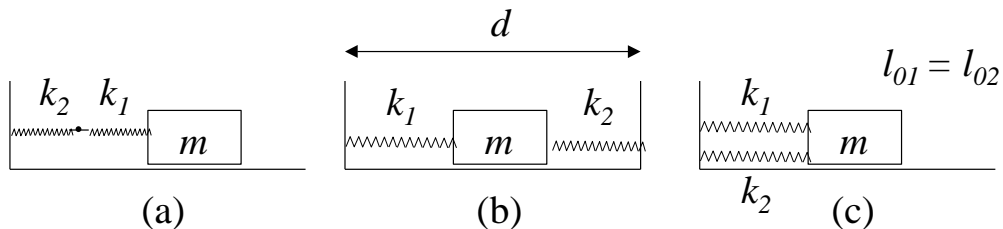


Guia 4: MOVIMIENTO OSCILATORIO

- 1 - Considere una partícula de masa m suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 . Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en $t = 0$ la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo, con velocidad nula.
- 2 - El sistema de la figura, compuesto por dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 , se encuentra inicialmente en equilibrio. Se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo (no hay rozamiento).



- a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y para m_2 .
 - b) Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.
- 3 - Sean dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2 , y un cuerpo de masa m , que desliza sin rozamiento, conectados como en las figuras a), b) y c).



- i) Demostrar que la frecuencia de oscilación de m vale, en el caso a)

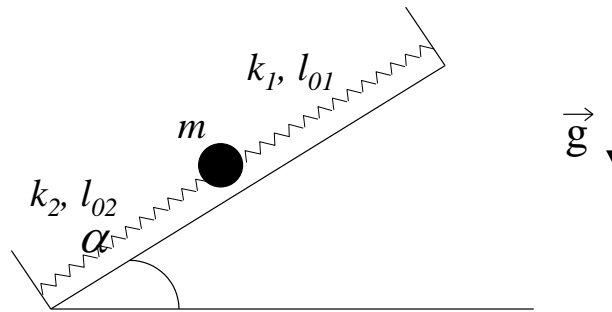
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$$

- y en los casos b) y c):

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

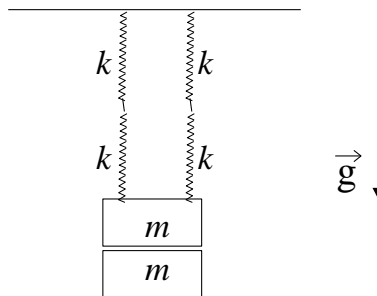
- ii) Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales l_{01} y l_{02} .

4 - Una bolita de masa m se halla sobre un plano inclinado sostenida por dos resortes, de constantes elásticas k_1 y k_2 , y longitudes libres l_{01} y l_{02} , respectivamente, los cuales se encuentran fijos a dos paredes separadas una distancia L .



- Plantee la ecuación de Newton para la bolita y encuentre la ecuación de movimiento.
- Halle la posición de equilibrio y determine si es estable o inestable.
- Si partiendo de la posición de equilibrio el sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la bolita una velocidad v_0 hacia arriba, encuentre la posición de la bolita como función del tiempo.

5 - Cuatro resortes idénticos de constante elástica k desconocida y longitud natural l_0 se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa m cada una, como muestra la figura.

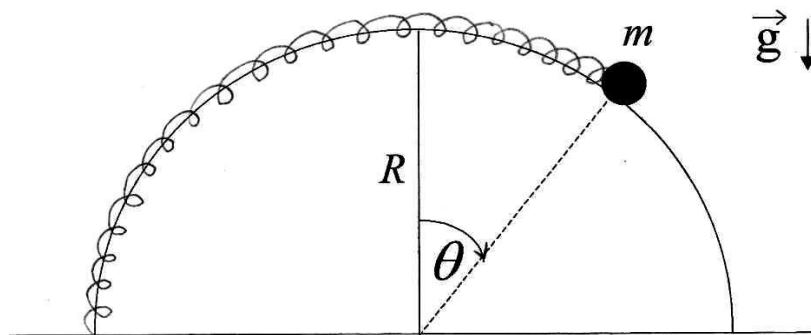


- Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia d del techo, encuentre el valor de k .
- Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
 - Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.
 - Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.

6 - Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud 80 cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo $\theta = \theta(t)$ el ángulo entre la vertical y el hilo.

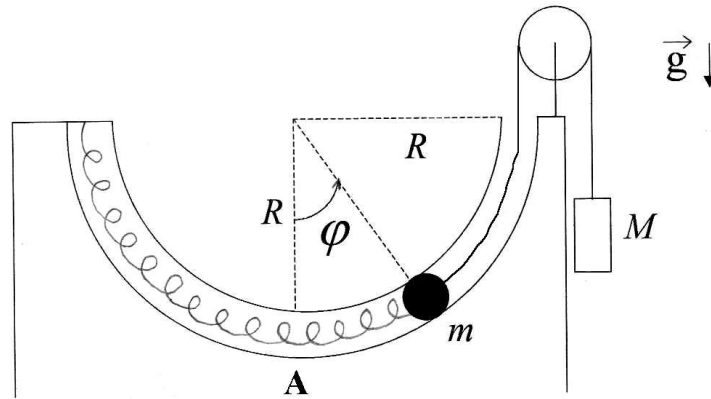
- Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.
- ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿qué período tiene?
- Si en $t = 0$ es $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0,2 \text{ seg}^{-1}$ ¿se satisface la aproximación de b) $\forall t$?
- Usando las ecuaciones planteadas en a) halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

7 - Una bolita de masa m está enhebrada en un aro semicircular de radio R y sujeta a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, como muestra la figura:

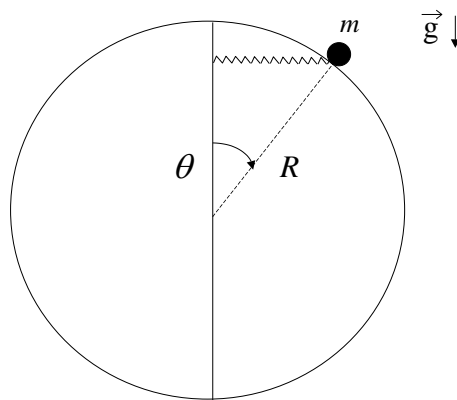


- Halle la ecuación de movimiento.
- Encuentre posiciones de equilibrio.
- Diga cuándo el equilibrio es estable.

- 8 - Una bolita de masa m se mueve por un tubo delgado, carente de rozamiento, el cual describe una semicircunferencia de radio R . La bolita se halla sujeta por un extremo a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, y por el otro a una soga, deslizando ambos elementos por el interior del tubo, tal como muestra la figura. Del extremo de la soga pende, a través de una polea, otro cuerpo de masa M que actúa como contrapeso. Considere la soga inextensible, y las masas de soga, resorte y poleas despreciables. En el instante inicial la bolita se halla en el punto A ($\varphi=0$) con velocidad v_0 .

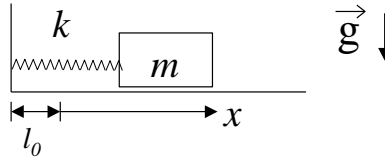


- a) Plantee las ecuaciones de Newton para cada una de las masas. Halle la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.
- b) Halle gráficamente la o las posiciones de equilibrio de la bolita, determinando si corresponden a posiciones de equilibrio estable o inestable.
- 9 - Una masa m está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio R y unida al extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal (ver figura).



- a) Halle las ecuaciones de Newton para m .
- b) Si inicialmente la masa se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo θ .
- c) Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

- 10 - Considere que el sistema de la figura está sumergido en un medio que le ejerce una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad del cuerpo. La constante de proporcionalidad es r .



- Escriba el vector fuerza de rozamiento.
- Escriba la ecuación de movimiento.
- Definiendo $\beta = r/2m$, $\omega_0^2 = k/m$, halle las soluciones $x(t)$ de la ecuación de movimiento y verifique que son:

- si $\beta^2 > \omega_0^2$

$$x(t) = e^{-\beta t} \left(A_1 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + A_2 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right)$$

- Si $\beta^2 = \omega_0^2$

$$x(t) = e^{-\beta t} (A_1 + A_2 t)$$

- Si $\beta^2 < \omega_0^2$

$$x(t) = A e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi)$$

- Grafique x versus t para los tres casos de c) y analice los gráficos.

- 11 - Un péndulo simple de 10 g de masa tiene inicialmente un período de 2 seg y una amplitud de 2° . Luego se lo sumerge en un medio con rozamiento y después de dos oscilaciones completas la amplitud se reduce a $1,5^\circ$

Encuentre la constante de amortiguamiento r .

- 12 - Una partícula de masa m está unida al extremo de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 . El otro extremo del resorte está unido a una pared que se mueve de acuerdo a la ley $x_p(t) = L \cos(\omega t)$. La partícula también está sometida a la acción de una fuerza viscosa tal que $\vec{F}_v = -r \dot{x} \hat{x}$.

- Escriba la ecuación de Newton para la partícula. Indique claramente cuáles son las fuerzas que actúan sobre ella.

- Para el caso $\frac{k}{m} > \left(\frac{r}{2m}\right)^2$, diga cuál es la solución de la ecuación de movimiento $x(t)$. Para tiempos largos ($\beta t \gg 1$, con $\beta = \frac{r}{2m}$), diga en qué dirección se mueve la partícula cuando la pared se mueve hacia la derecha, si $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.