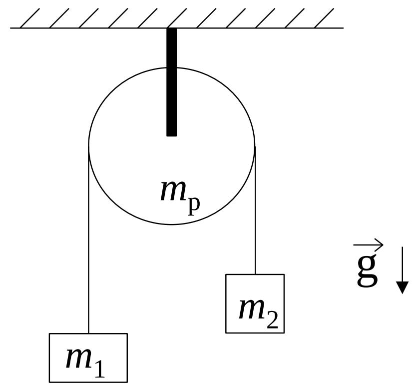
12- DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

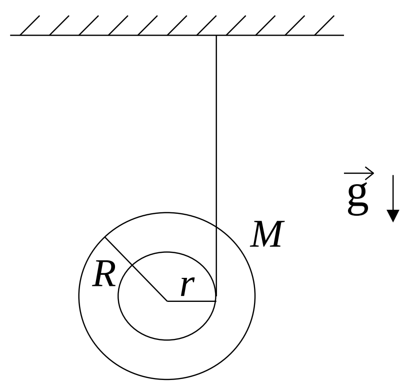
1 - El sistema de la figura consiste en dos cuerpos de masas m_1 y m_2 unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa m_p, que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.



2 - Considere un yo-yo con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r. El momento de inercia I_o del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por $I_o=1/2MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.

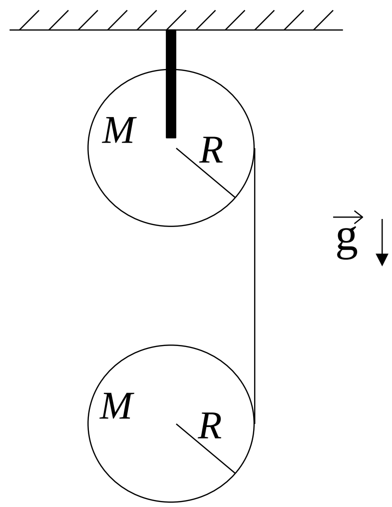
a) Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. Cómo es comparada con g?

b) Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. ¿Cómo es comparada con Mg?



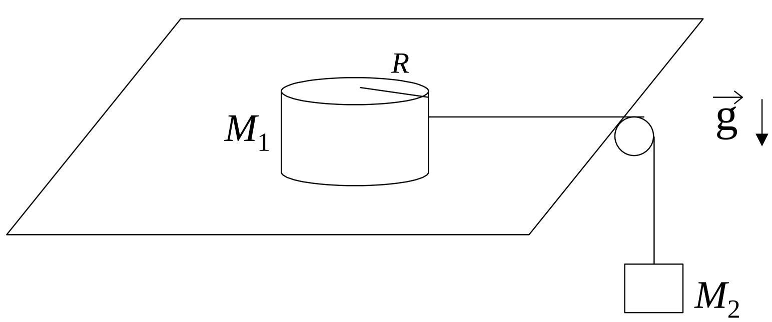
3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio R y masa M. El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.

a) ¿Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?
b) Calcule la tensión de la cuerda.
c) Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior, cuando ha caído una distancia 10 R.



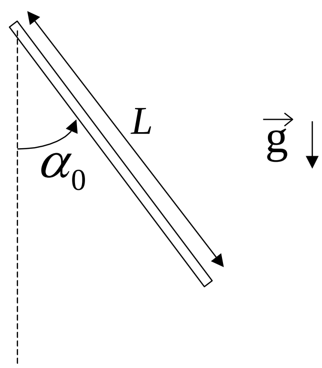
4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio R y masa M_1 es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa M_2, como se indica en la figura. Determine:

a) la aceleración del centro del disco.
b) La aceleración angular del disco.
c) La aceleración del cuerpo de masa M_2.
d) La tensión en la cuerda.
e) La velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
f) La velocidad de la masa colgante en ese instante.



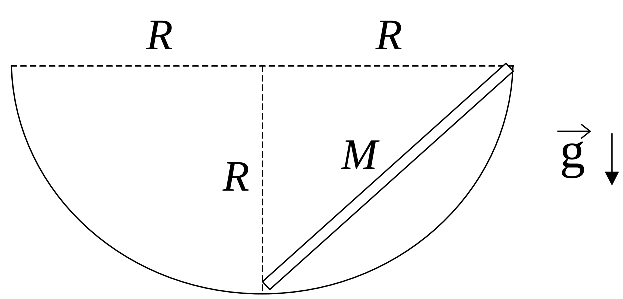
5 - Una barra homogénea delgada de masa M y longitud L puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo α_0 con la vertical. Hallar:

a) la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
b) la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.
c) Resuelva nuevamente por energía el punto a).

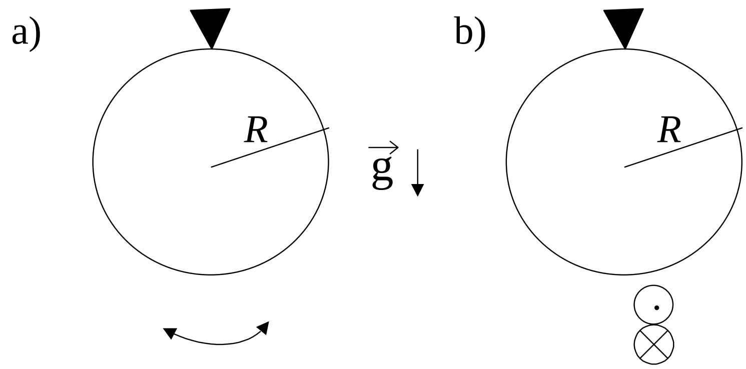


6 - Una varilla homogénea de masa M y longitud L es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio R, sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical.

a) Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.
b) Calcule, por energía, la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



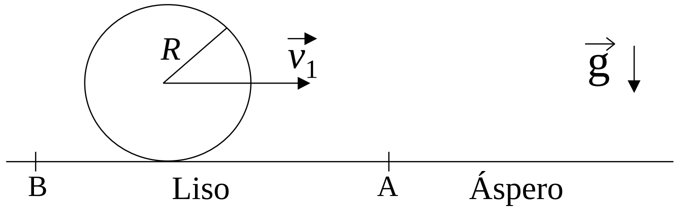
7 - Un anillo de masa M y radio R cuelga de un soporte, tal que el anillo puede oscilar en su propio plano como un péndulo físico. Encuentre el período T_1 de pequeñas oscilaciones.
Suponga un anillo idéntico que puede girar en torno de un eje tangente al anillo y contenido en el plano del mismo. El anillo puede efectuar oscilaciones dentro y fuera del plano. Encuentre el periodo T_2 de pequeñas oscilaciones.
¿Qué oscilación tiene el período más largo?



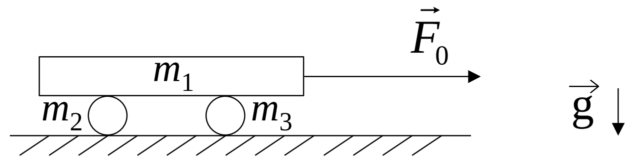
8 - Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo.
Demuestre que la esfera llega al piso en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro, cualquiera sean sus masas y sus radios.

9 - Un cilindro homogéneo de masa M y radio R se traslada sin rodar con velocidad $\vec{v}_1$ en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A el coeficiente de rozamiento es μ . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

a) Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
b) Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
c) Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.



10 - Una tabla de masa m_1 está apoyada sobre dos cilindros sólidos de igual masa ($m_2 = m_3$) y diámetro d. No hay deslizamiento entre la tabla y los cilindros ni entre los cilindros y la superficie horizontal. Se tira de la tabla con una fuerza constante $\vec{F}_0$ Calcule la velocidad de la tabla cuando se ha desplazado una distancia D desde la posición de reposo.



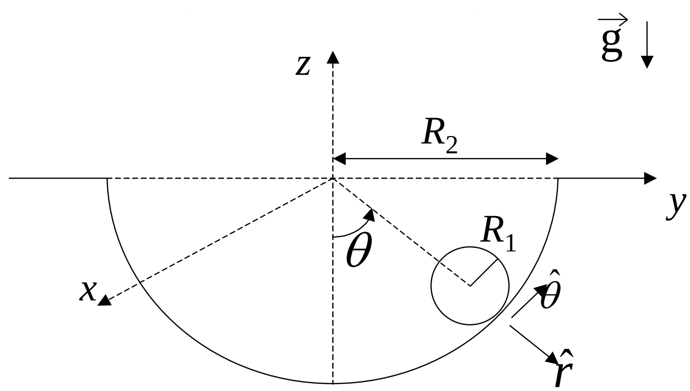
11 - Un cilindro homogéneo de radio R_1 y masa m rueda sin resbalar (hay rozamiento) dentro de una cavidad semicilíndrica de radio R_2 (ver figura).

a) Si θ es el ángulo de la figura y $\vec{v}_{CM}$ es la velocidad del centro de masa del cilindro de radio R_1, escriba los vectores $\vec{v}_{CM}$ y $\dot{\vec{v}}_{CM}$ en función de datos y de las derivadas de θ con respecto al tiempo.

b) Teniendo en cuenta los resultados de a) y que el cilindro rueda sin deslizar, exprese los vectores velocidad angular $\vec{\Omega}$ y aceleración angular $\dot{\vec{\Omega}}$ de este cilindro en función de datos y de las derivadas de θ con respecto al tiempo.

c) Indique en un dibujo todas las fuerzas que actúan sobre el cilindro y plantee las ecuaciones de Newton y momentos para este cilindro. Obtenga una ecuación diferencial para θ (t) y diga qué tipo de movimiento realiza el cilindro.

d) Si en el instante inicial θ (t = 0) = 0 y $\dot{\theta}$ (t = 0) = ω_0, diga cuál es la solución de la ecuación diferencial obtenida en c) para ángulos pequeños.

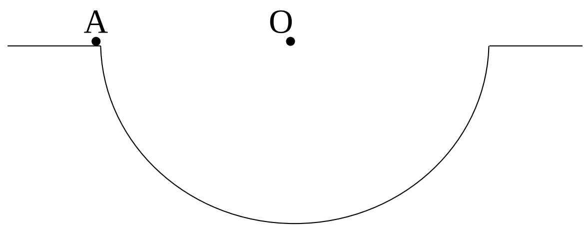


12 –Pregunta: En los problemas 6 y 11 discuta cuál o cuáles de las siguientes alternativas son incorrectas:

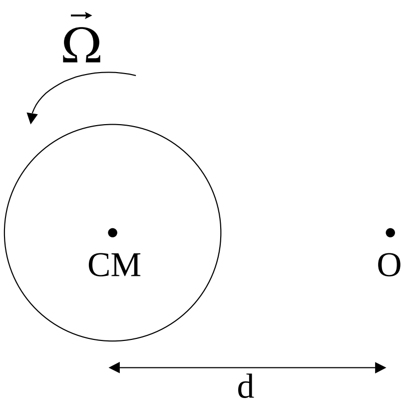
a) $\vec{L}_A = I_A \vec{\Omega}$

b) $\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega}$

c) $\vec{L}_{CM} = I_{CM} \vec{\Omega}$



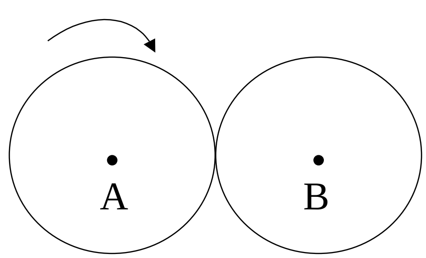
13 – Pregunta: El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que: $\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2)\vec{\Omega}$.



14 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

a) Muestre que $\vec{L}_{total} = 0$ cualquiera sea la velocidad angular de rotación $\Omega(t)$. Es decir que $\vec{L}_{total}$ se conserva en cualquier circunstancia.

b) Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve $\vec{L}_{total}$?.



15 - Una persona está parada sobre una plataforma giratoria que rota con velocidad angular ω. La persona tiene sus brazos extendidos horizontalmente y en cada mano sostiene un cuerpo de masa m. Repentinamente deja caer ambos cuerpos en forma simultánea; halle la velocidad angular final de la plataforma después del choque plástico de los cuerpos con la misma.