

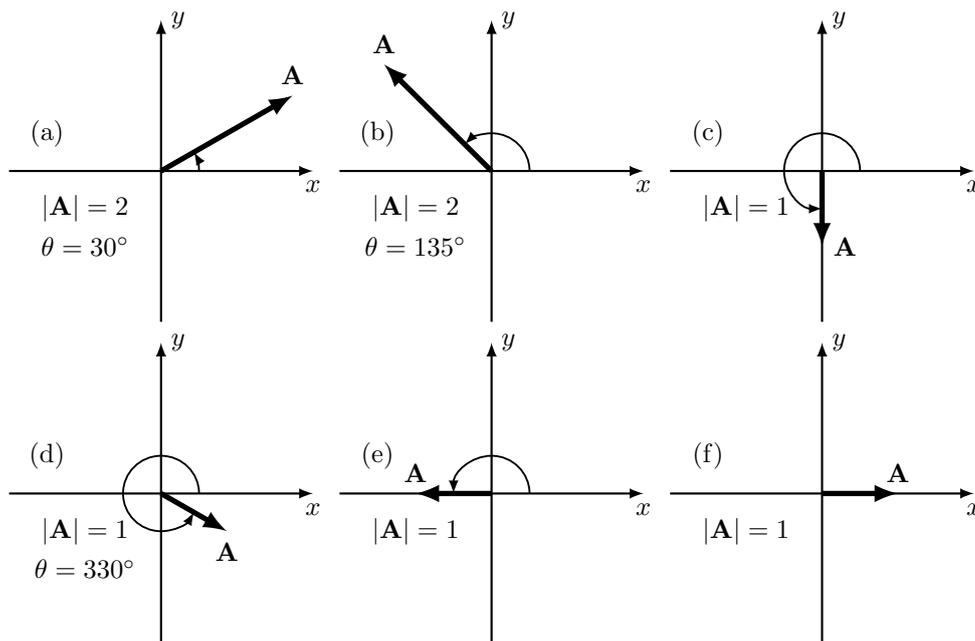
FÍSICA 1

PRIMER CUATRIMESTRE DE 2024

GUÍA 0 – REPASO¹

1 Hallar el módulo del vector de origen en $(20, -5, 8)$ y extremo en $(-4, -3, 2)$.

2 Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3 Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores y representelos gráficamente.

(a) $\mathbf{A} = 3\hat{x} + 3\hat{y}$

(b) $\mathbf{B} = (-5/4, -13/6)$

(c) $\mathbf{C} = (-5/2, 13/3)$

(d) $\mathbf{D} = 5\hat{x}$

(e) $\mathbf{E} = 3\hat{y}$

(f) $\mathbf{F} = (0, -7)$

4 Dados los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} , halle gráficamente la suma.

(a) $\mathbf{A} = (-3, 2)$ y $\mathbf{B} = (-2, 5)$

(b) $|\mathbf{A}| = 2$, $\theta_A = 20^\circ$ y $|\mathbf{B}| = 3$, $\theta_B = 135^\circ$

(c) $\mathbf{A} = (-2, 0)$ y $\mathbf{B} = (0, 4)$

5 Sean \mathbf{A} y \mathbf{B} los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ y del vector $\mathbf{A} - \mathbf{B}$. Dado el vector suma $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, ¿es el módulo de \mathbf{C} igual a la suma de los módulos de \mathbf{A} y de \mathbf{B} ?

¹v2024.1.0

6 Dados los vectores $\mathbf{A} = 3\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$, $\mathbf{B} = 4\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z}$ y $\mathbf{C} = -2\hat{y} - 5\hat{z}$, efectúe las siguientes operaciones.

- (a) $\frac{\mathbf{A}-\mathbf{B}}{|\mathbf{C}|}$
- (b) $5\mathbf{A} - 2\mathbf{C}$
- (c) $-2\mathbf{A} + \mathbf{B} - \frac{\mathbf{C}}{5}$

7 Encuentre qué propiedades deben tener los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} para que cumplan las siguientes condiciones.

- (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ y $|\mathbf{A}| + |\mathbf{B}| = |\mathbf{C}|$
- (b) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$
- (c) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ y $|\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2 = |\mathbf{C}|^2$

8 El *producto escalar* entre dos vectores se define como $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores. La base canónica de la terna derecha se define con los vectores $\hat{x} = (1, 0, 0)$, $\hat{y} = (0, 1, 0)$ y $\hat{z} = (0, 0, 1)$. Calcule $\hat{x} \cdot \hat{x}$, $\hat{x} \cdot \hat{y}$, $\hat{x} \cdot \hat{z}$, $\hat{y} \cdot \hat{y}$, $\hat{y} \cdot \hat{z}$ y $\hat{z} \cdot \hat{z}$.

9 Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma, $\mathbf{C} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{F}) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{F}$, y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si $\mathbf{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z}$ y $\mathbf{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{z}$, entonces

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

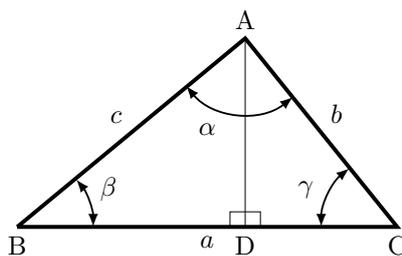
10 Utilizando la definición de las funciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras, demuestre los siguientes teoremas en base al triángulo de la figura².

(a) El *teorema del coseno*, es decir,

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \beta.$$

(b) El *teorema del seno*, es decir,

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

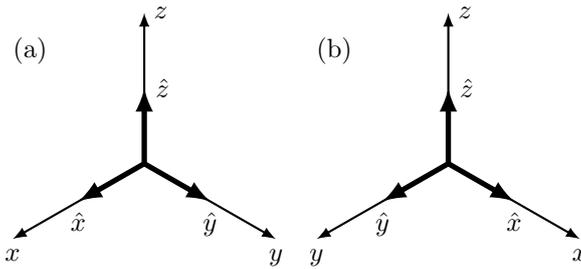


11 Utilizando la definición de el *producto vectorial* entre dos vectores, calcular:

- (a) $\hat{x} \times \hat{y}$, $\hat{z} \times \hat{x}$, $\hat{y} \times \hat{z}$, $\hat{x} \times \hat{x}$, $\hat{y} \times \hat{y}$, $\hat{z} \times \hat{z}$ usando la terna de la figura (a).
- (b) Repita el cálculo utilizando la terna de la figura (b) y compare.

En lo sucesivo trabajaremos con ternas análogas a las del caso (a), denominadas “ternas derechas”, en las cuales $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$.

²En la figura, a es la longitud del lado BC, b la del lado AC y c la del lado AB.



12 Dados los vectores \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} , demostrar:

(a) Que el producto vectorial no es asociativo y se cumple que

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}).$$

(b) Que cualesquiera sean los vectores, se cumple:

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) + \mathbf{C} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = 0.$$

(c) Que el producto mixto es igual al volumen del paralelepípedo construido sobre los mismos una vez llevado a partir de su origen común.

(d) Que la condición necesaria y suficiente para que los tres vectores sean paralelos a un mismo plano es que su producto mixto sea nulo.

13 Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

14 Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales. Es decir, encuentre la función $y(t)$. En todos los casos, y_0 es una constante.

(a) $\frac{dy}{dt} = 2$, $y(0) = 0$.

(b) $\frac{dy}{dt} = a$, $y(0) = y_0$.

(c) $\frac{dy}{dt} = e^t$, $y(0) = y_0$.

(d) $\frac{dy}{dt} - \sin(3t) = 0$, $y(0) = 0$.

(e) $\frac{dy}{dt} = 2y$, $y(1) = y_0$.

(f) $t \frac{dy}{dt} = 1$, $y(1) = 0$.

15 Suponga una colonia que tiene N_0 bacterias a tiempo $t = 0$. Si la colonia crece a una tasa proporcional a su población, entonces

$$\frac{dN}{dt} = kN,$$

donde k es una constante positiva.

(a) Resuelva esta ecuación para encontrar $N(t)$. Grafique cualitativamente la solución.

(b) ¿Cuánto tarda la población inicial en duplicarse? ¿Cuánto tiempo más hay que esperar para que se vuelva a duplicar?

16 Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto A, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v . Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B, que está a distancia d de A.

(a) Halle v .

(b) Dé dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, considerando un sistema de coordenadas con origen en A y un sistema de coordenadas con origen en B, y grafíquelas.

17 Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que pasa por A a las 12:00, por B a las 13:00 y por C a las 15:00. La distancia entre A y B es 50 km.

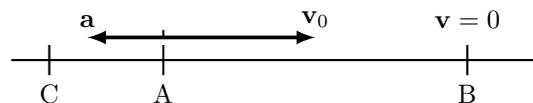
- (a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
- (b) Elija un instante t_0 . ¿Cuánto vale x_0 ? Escriba la ecuación de movimiento.
- (c) Elija otro instante t_0 . ¿Cuánto vale x_0 ? Escriba la ecuación de movimiento.
- (d) Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.

18 Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B a 80 km/h y otro móvil 2 lo hace desde B hacia A a 50 km/h. La distancia entre A y B es 300 km y el móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.

- (a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.
- (b) Escribir los vectores velocidad \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 de los móviles 1 y 2, respectivamente.
- (c) En un mismo gráfico, representar la posición en función del tiempo para ambos móviles. ¿Cuál es el significado del punto de intersección de ambas curvas?
- (d) En un mismo gráfico, representar la velocidad en función del tiempo para ambos móviles. ¿Cómo podría encontrarse en este gráfico el tiempo de encuentro?
- (e) Repetir el problema para el caso en que ambos móviles viajan desde A hacia B.

19 Un cuerpo viaja en línea recta con aceleración constante de módulo desconocido a y dirección como la de la figura. En el instante $t = 0$ el móvil pasa por el punto A con velocidad v_0 como la de la figura, en $t = t_0$ el móvil pasa por B y tiene velocidad nula y en $t = t_1$ el móvil pasa por C.

- (a) Elegir un sistema de referencia y escribir las expresiones para la posición y la velocidad del móvil en función del tiempo, $x(t)$ y $v(t)$.
- (b) Hallar a y la distancia AB.
- (c) Calcular la distancia BC y la velocidad del móvil cuando pasa por C, ¿se pueden usar para este cálculo las expresiones $x(t)$ y $v(t)$ del inciso (a)?
- (d) Hallar la velocidad media entre A y B y entre A y C. ¿Coinciden estas dos velocidades medias? ¿Por qué?



20 Un auto viaja por una ruta a 20 m/s cuando un perro se cruza a 50 m.

- (a) ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?
- (b) ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?
- (c) Calcule la desaceleración mínima teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es 0.3 s.
- (d) Mostrar las situaciones anteriores en un gráfico de posición en función del tiempo.

21 Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende a 12 m/s.

- (a) Elegir un sistema de referencia y escribir las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.

- (b) Calcular la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 s.
- (c) Resolver los incisos (a) y (b) considerando que el globo asciende a 12 m/s.

22 Una piedra en caída libre recorre 67 m en el último segundo de su movimiento antes de tocar el piso. Suponiendo que partió del reposo, determinar la altura desde la cual cayó, el tiempo que tarda en llegar al piso y la velocidad de llegada.

23 Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza hacia arriba una piedra con velocidad 15 m/s.

- (a) ¿Con qué velocidad vuelve a pasar por el nivel de la terraza?
- (b) ¿Cuándo llega al suelo?
- (c) ¿Cuándo y dónde se encuentra con una piedra arrojada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 55 m/s y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior?
- (d) Representar gráficamente.

24 Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un control policial. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente de modo que alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 s. Hallar:

- (a) El tiempo que dura la persecución.
- (b) El punto en que el patrullero alcanza el automóvil.
- (c) La velocidad del patrullero en el punto de alcance.

25 El sistema de la figura, formado por dos partículas de masas m_1 y m_2 , parte del reposo y se mueve de tal forma que la masa m_1 sube recorriendo todo el plano inclinado en un tiempo τ . Intercambiando las partículas, m_2 recorre todo el plano subiendo en un tiempo $\tau/4$. Sabiendo que $m_1/m_2 = 9$, hallar α .

