Curso: Física 1 C Profesor: R. Piegaia

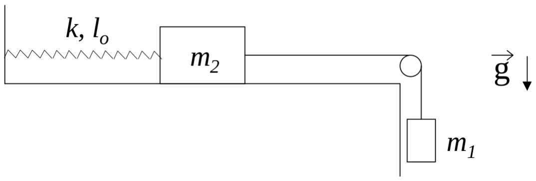
Física 1

Primer cuatrimestre de 2024

Guía 4 – Movimiento oscilatorio[1]

1 Considere una partícula de masa m suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0. Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en $t = 0$ la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo con velocidad nula.

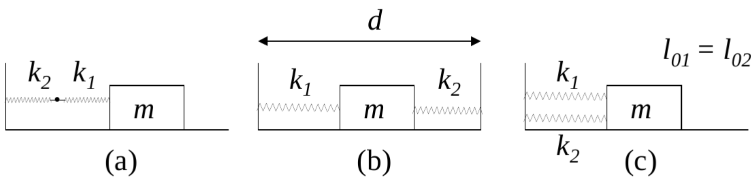
2 El sistema de la figura, compuesto por dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0, se encuentra inicialmente en equilibrio. Se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo (no hay rozamiento).



(a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y para m_2.

(b) Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.

3 Sean dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2, y un cuerpo de masa m, que desliza sin rozamiento, conectados como en las figuras (a), (b) y (c).



(a) Demostrar que la frecuencia de oscilación para el caso (a) vale

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}},$$

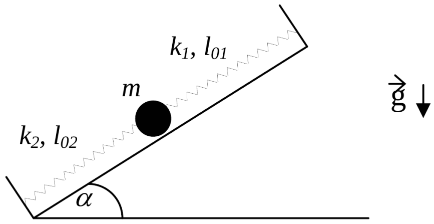
mientras que para (b) y (c) está dada por

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}.$$

(b) Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales l_{01} y l_{02}.

4 Una bolita de masa m se halla sobre un plano inclinado sostenida por dos resortes, de constantes elásticas k_1 y k_2, y longitudes libres l_{01} y l_{02}, respectivamente, los cuales se encuentran fijos a dos paredes separadas una distancia L.

[1] v2024.1.0

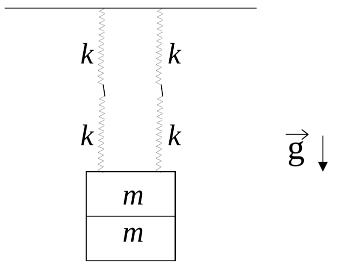


(a) Plantee la ecuación de Newton para la bolita y encuentre la ecuación de movimiento.

(b) Halle la posición de equilibrio y determine si es estable o inestable.

(c) Partiendo de la posición de equilibrio, el sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la bolita una velocidad v_0 hacia arriba. Encuentre la posición de la bolita como función del tiempo.

$\boxed{5}$ Cuatro resortes idénticos de constante elástica k desconocida y longitud natural l_0 se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa m cada una, como muestra la figura.



(a) Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia d del techo, encuentre el valor de k.

(b) Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.

- Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.
- Utilizando las condiciones iniciales, halle la posición del cuerpo en función del tiempo.

Se sugiere resolver primero el problema $\boxed{3}$ *y luego pensar cómo utilizar esos resultados en este caso.*

$\boxed{6}$ Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud $L = 80$ cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo θ el ángulo entre la vertical y el hilo.

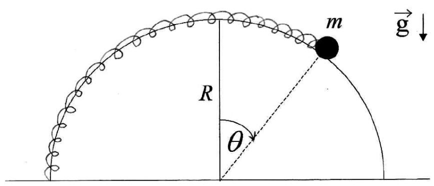
(a) Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.

(b) ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿Qué período tiene?

(c) Si $\theta(t = 0) = 0$ y $\dot{\theta}(t = 0) = 0.2\ \mathrm{s}^{-1}$, ¿se satisface la aproximación de (b) para todo tiempo?

(d) Usando las ecuaciones planteadas en (a), halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

$\boxed{7}$ Una bolita de masa m está enhebrada en un aro semicircular de radio R y sujeta a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, como muestra la figura.

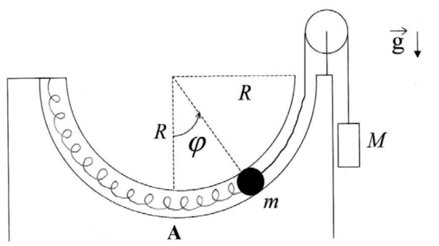


(a) Halle la ecuación de movimiento.

(b) Encuentre posiciones de equilibrio.

(c) Diga cuándo el equilibrio es estable.

8 Una bolita de masa m se mueve por un tubo delgado, carente de rozamiento, el cual describe una semicircunferencia de radio R. La bolita se halla sujeta por un extremo a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, y por el otro a una soga, deslizando ambos elementos por el interior del tubo, como muestra la figura. Del extremo de la soga pende, a través de una polea, otro cuerpo de masa M que actúa como contrapeso. Considere la soga inextensible, y las masas de la soga, el resorte y las poleas despreciables. En el instante inicial, la bolita se halla en el punto A con velocidad v_0.

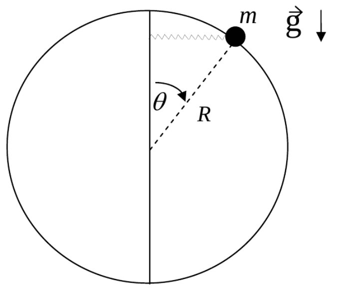


(a) Plantee las ecuaciones de Newton para cada una de las masas. Halle la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.

(b) Halle gráficamente la o las posiciones de equilibrio de la bolita, determinando si corresponden a posiciones de equilibrio estable o inestable.

(c) Halle la expresión de la fuerza de vínculo ejercida por el tubo sobre la bolita como función del ángulo φ.

9 Una masa m está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio R y unida al extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal.

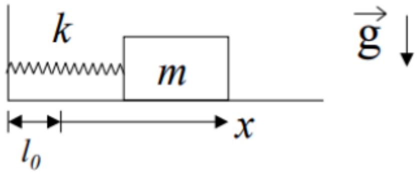


(a) Halle las ecuaciones de Newton para m.

(b) Si inicialmente la masa se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo θ.

(c) Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

10 Considere que el sistema de la figura está sumergido en un medio que le ejerce una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad del cuerpo con constante de proporcionalidad Γ.



(a) Escriba el vector fuerza de rozamiento.

(b) Encuentre la ecuación de movimiento.

(c) Definiendo $\beta = \Gamma/2m$ y $\omega_0^2 = k/m$, halle la solución $x(t)$ de la ecuación de movimiento y verifique que el resultado es:

- Si $\beta^2 > \omega_0^2$,
$$x(t) = \mathrm{e}^{-\beta t}\left(A\mathrm{e}^{\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}t} + B\mathrm{e}^{-\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}t}\right).$$
- Si $\beta^2 = \omega_0^2$,
$$x(t) = \mathrm{e}^{-\beta t}\left(A + Bt\right).$$
- Si $\beta^2 < \omega_0^2$,
$$x(t) = A\mathrm{e}^{-\beta t}\cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}t + \phi\right).$$

(d) Grafique $x(t)$ para los tres casos y describa las diferencias encontradas.

11 Un péndulo simple de 10 g de masa tiene inicialmente un período de 2 s y una amplitud de 2°. Luego se lo sumerge en un medio con rozamiento y después de dos oscilaciones completas la amplitud se reduce a 1.5°. Encuentre la constante de amortiguamiento.