Física 1

Primer cuatrimestre de 2024

Guía 11 – Gravitación

1 Considere dos partículas de masas M_1 y M_2 fijas y separadas por una distancia D. Una tercera partícula de masa m se mueve bajo la atracción gravitatoria de las otras dos. Suponga que m se mueve sobre la recta que una a M_1 y M_2, considerando que puede hallarse entre ambas, a la izquierda o a la derecha de ellas.

(a) Escriba la fuerza neta sobre m en función de la posición.

(b) Calcule y grafique el potencial.

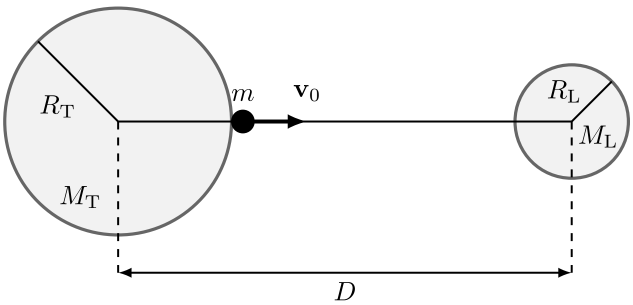
(c) Describa cualitativamente el movimiento de m para distintos valores de su energía mecánica.

2 Aplique el problema anterior considerando que $M_1 = M_\mathrm{T}$ (masa de la Tierra), $M_2 = M_\mathrm{L}$ (masa de la Luna), D es la distancia entre la Tierra y la Luna, y la partícula de masa m es un cohete que se dispara desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con una velocidad inicial $\mathbf{v}_0$. Tenga en cuenta que en este problema $M_1 = M_\mathrm{T}$ y $M_2 = M_\mathrm{L}$ no son partículas puntuales, sino que tienen radios R_T (radio de la Tierra) y R_L (radio de la Luna), respectivamente.

(a) Calcule y grafique el potencial gravitatorio del cohete en función de su distancia a la Tierra, medida desde la superficie terrestre.

(b) ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna el cohete tiene aceleración nula?

(c) Calcule la velocidad inicial mínima del cohete necesaria para llegar al punto de aceleración nula y caer en la Luna por la acción de la atracción gravitatoria lunar.



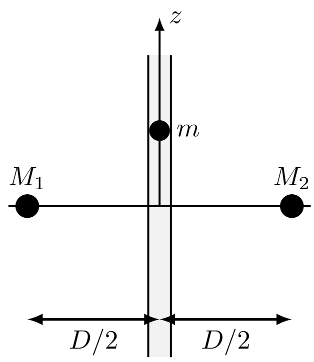
3 Considere dos partículas de masas M_1 y M_2, fijas y separadas entre sí por una distancia D. Una tercera partícula de masa m es libre de moverse por un tubo carente de rozamiento, que se halla sobre la mediatriz del segmento determinado por ambas masas, como muestra la figura.

(a) Calcule la energía potencial gravitatoria en función de la coordenada z que determina la posición. Grafique cualitativamente el potencial.

(b) Determine la posición de equilibrio indicando si corresponde a un equilibrio estable o inestable.

(c) Encuentre la frecuencia angular de oscilación para pequeños apartamientos de la masa m de su posición de equilibrio.

(d) Calcule la fuerza que ejerce el tubo sobre la masa en función de la posición.

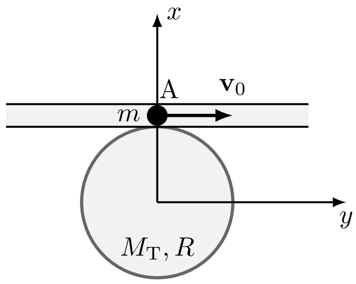


$\boxed{4}$ Una partícula de masa m es dejada en el punto A de un túnel sin fricción imprimiéndole una velocidad $\mathbf{v}_0$ (situación indicada en la figura). La partícula se halla bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra.

(a) Grafique la energía potencial de la partícula en función de la coordenada y. Diga cuál es la máxima velocidad v_0 que puede tener la partícula en A para que su movimiento sea ligado.

(b) Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula. Diga bajo qué condiciones el movimiento será aproximadamente armónico simple y escriba la ecuación de movimiento en ese caso.

(c) Para el caso armónico simple, halle la frecuencia de oscilación y determine la posición de la partícula en función del tiempo.

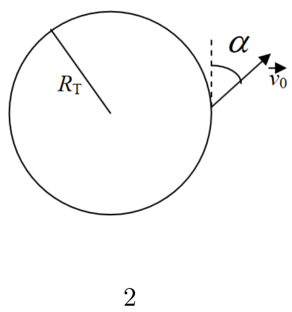


$\boxed{5}$ Una nave espacial de masa m es lanzada desde la superficie terrestre con una velocidad $\mathbf{v}_0$ que forma un ángulo α con dicha superficie (ver figura). Suponga que la Tierra, de masa M_T y radio R_T, permanece en reposo, y que toda su masa se halla concentrada en su centro.

(a) Diga, justificando su respuesta, si se conservan o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total de la nave.

(b) Halle la expresión de la energía mecánica total en función de la distancia r al centro de la Tierra y de los datos del problema. Escriba el potencial efectivo que gobierna el movimiento radial de la nave y grafíquelo en función de r.

(c) Diga para qué valores de la energía mecánica total el movimiento de la nave es ligado. Calcule la velocidad de escape, es decir, el mínimo valor de v_0 necesario para que la coordenada r de la nave aumente sin cota superior.

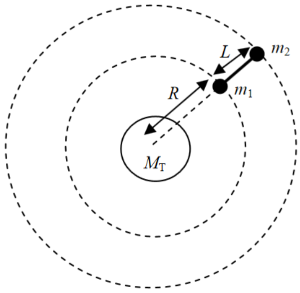


$\boxed{6}$ Un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra a una distancia R de su centro está compuesto por dos masas de igual valor $m_1 = m_2 = m$, unidas entre sí por una barra de longitud L y masa despreciable. Durante todo el movimiento la barra del satélite se halla orientada en la dirección radial, como se muestra en la figura. Considere que la Tierra permanece fija y desprecie la atracción gravitatoria entre las masas que forman el satélite.

(a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas. Plantee las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo que rigen su movimiento.

(b) Calcule la velocidad angular del movimiento de rotación del satélite y el valor de la tensión ejercida por la barra sobre cada una de las masas.

(c) En un dado instante se corta la barra que une ambas partes del satélite. A partir de ese momento determine cualitativamente la trayectoria de la masa m_1. Justifique su respuesta.

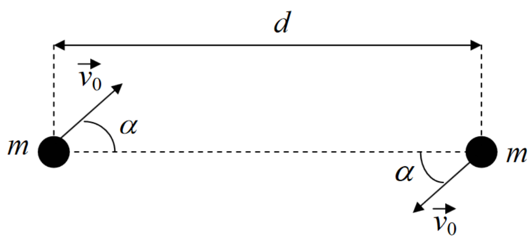


$\boxed{7}$ Considere dos partículas de masa m que interactúan gravitatoriamente entre sí. Las partículas pueden moverse sobre una mesa horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial ($t = 0$) las partículas se hallan separadas una distancia d y se les da a cada una de ellas una velocidad $\mathbf{v}_0$ de módulo v_0 y dirección indicada en la figura.

(a) Indique en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula. Para el sistema formado por las dos partículas diga, justificando su respuesta, si se conservan o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total.

(b) Halle la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial. Diga qué tipo de movimiento describe el centro de masa para $t > 0$.

(c) Para cada una de las partículas, calcule el vector velocidad (componentes paralela y perpendicular al segmento que las une) cuando las partículas se hallan separadas una distancia $d/2$.



$\boxed{8}$ Una partícula de masa m se acerca desde el infinito con velocidad v_0 y parámetro de impacto b a un cuerpo de masa M, que se halla fijo en el punto O. Debido a la atracción gravitatoria ejercida por M, la partícula describe una trayectoria hiperbólica, y al pasar por el punto de máximo acercamiento (punto A) se engancha con un resorte de masa despreciable, constante elástica k y longitud natural $l_0 = r_0$, con r_0 la distancia de máximo acercamiento de la partícula. El otro extremo del resorte está sujeto a un eje que pasa por O.

(a) Diga qué magnitudes se conservan para la partícula de masa m antes y después de alcanzar el punto A.

(b) Calcule el momento angular de la partícula en función de m, b y v_0. *Ayuda: use un momento en que la partícula se halla muy lejos de la masa central, de manera que su velocidad es prácticamente horizontal y su distancia al eje x es prácticamente b.*

(c) Calcule la distancia r_0 de máximo acercamiento y la velocidad de la partícula en el correspondiente punto A en función de M, m, b y v_0.

(d) Después de engancharse con el resorte, encuentre la velocidad de la partícula (componentes radial y tangencial) cuando ésta se halla a una distancia $d = 2r_0$ del punto O. Exprese el resultado en términos de r_0 y de los datos del problema.