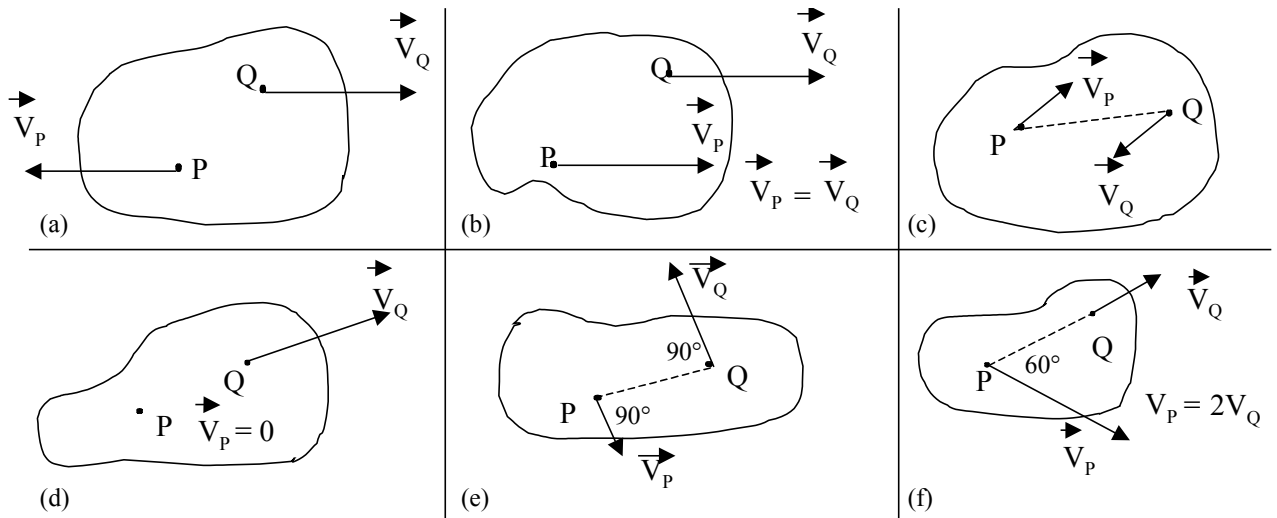


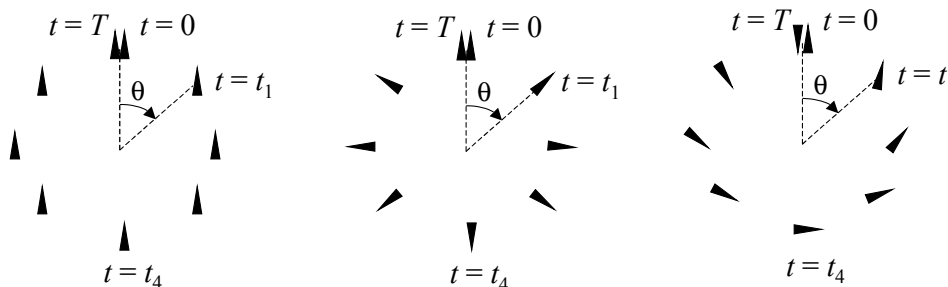
### CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - Algunos de los cuerpos de la figura no son rígidos. Encuéntrelos. (No debe hacer cálculos, solamente debe observar las figuras).

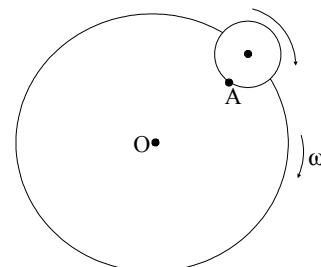


2 - ¿Qué dirección debe tener el vector  $\mathbf{v}_{PQ} = \vec{v}_P - \vec{v}_Q$  para que no cambie la distancia entre P y Q? La expresión  $\vec{v}_P - \vec{v}_Q = \vec{\Omega} \times \vec{r}_{QP}$  ¿satisface esa condición?

3 - Indique la velocidad de rotación del triángulo respecto a su centro de masa, en los siguientes tres casos y compárela con  $\dot{\theta}$  :



4 - El centro de una esfera describe un movimiento circular uniforme de velocidad angular  $\omega$  alrededor de un punto O. Simultáneamente la esfera gira sobre sí misma según un eje perpendicular al plano de rotación, de tal forma que un punto A de su superficie demora un tiempo  $\tau$  en volverse a enfrentarse con el punto O (ver figura).



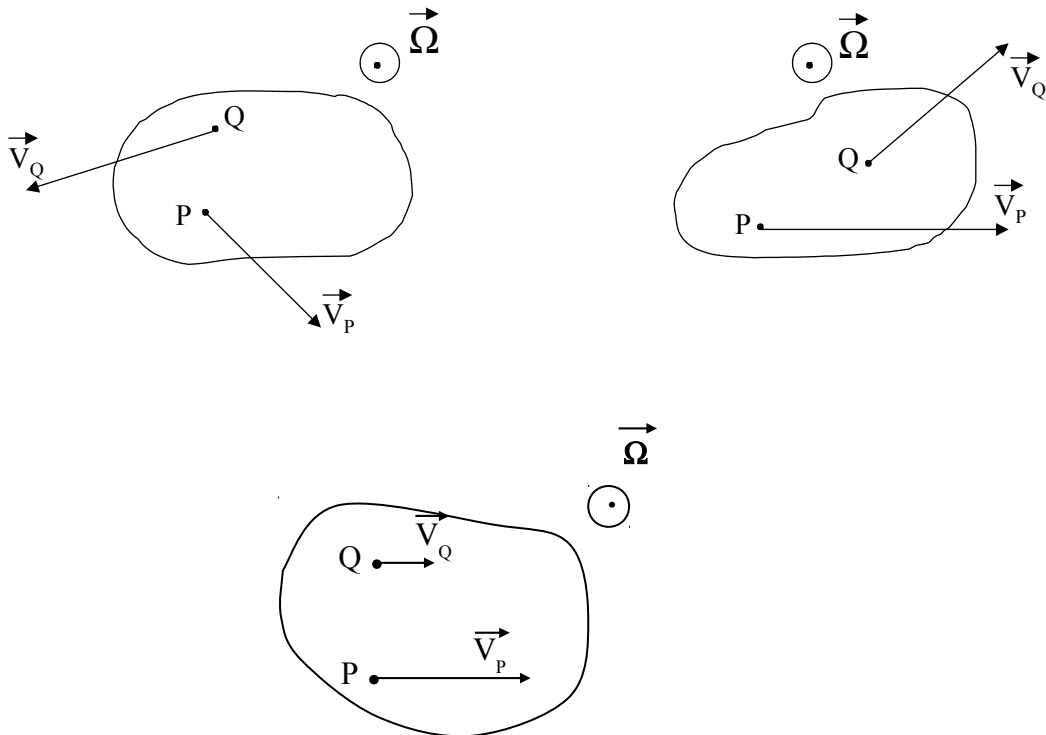
- i) Encuentre la velocidad de rotación de la esfera.
- ii) ¿Cuánto tiempo transcurre entre dos pasajes sucesivos del punto A por el extremo inferior de la esfera?
- iii) Si el eje de la Tierra fuera perpendicular a la eclíptica, ¿cuál sería el valor de  $\Omega$  para la Tierra?

5 - El eje instantáneo de rotación es el conjunto de puntos que tienen velocidad nula en un dado instante.

- Demuestre que, si existe, es una recta paralela a  $\vec{\Omega}$ .
- Demuestre que si hay un punto P del cuerpo tal que  $\vec{v}_P \cdot \vec{\Omega} \neq 0$ , entonces no hay eje instantáneo de rotación.
- Demuestre que si un punto O pertenece al eje instantáneo de rotación, entonces  $\vec{v}_P$  es perpendicular a  $\vec{r}_{OP}$ .

6 - Teniendo en cuenta el resultado del problema 5-iii:

- Encuentre un método gráfico que le permita determinar la posición del eje instantáneo de rotación, en los siguientes casos:

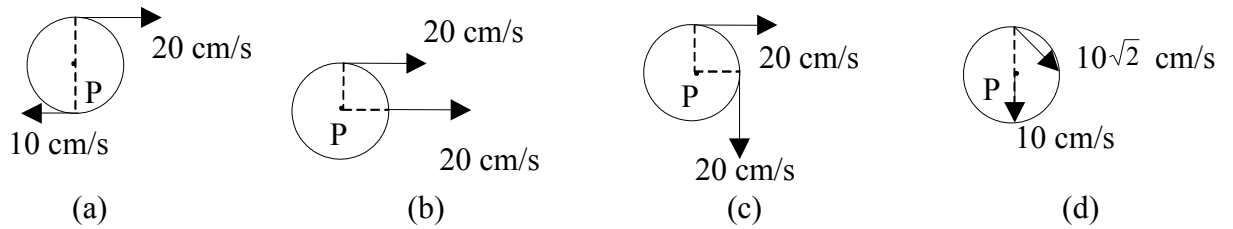


- Dibuje el campo de velocidades de un cilindro que rueda sin deslizar sobre un plano horizontal.

7 - La velocidad angular de un cuerpo rígido sometido a un movimiento rototraslatorio es  $(0,0, \omega)$  y la velocidad de uno de sus puntos P es  $(v_x, v_y, v_z)$ .

- Si  $v_z = 0$ , determinar si existe un eje instantáneo de rotación utilizando consideraciones de cálculo vectorial.
- Idem si  $v_z \neq 0$ .

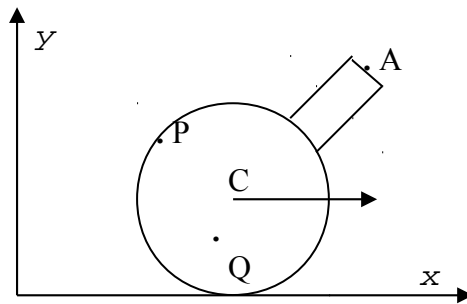
8 - Los discos de la figura ( $R = 10$  cm) tienen movimiento plano. Halle:



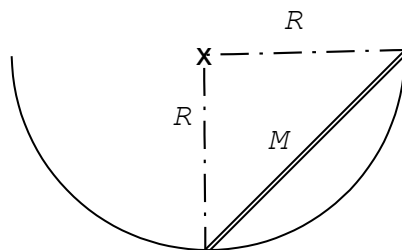
- i) La posición del eje instantáneo de rotación.
- ii) El vector  $\vec{\Omega}$ .
- iii) La velocidad del punto P.

9 - Un cilindro de radio  $R = 10$  cm rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Su centro se desplaza con velocidad  $v_c = 10$  cm/s. Para los puntos P (periférico), Q (a distancia  $R/2$  del centro) y A (sobre una manivela de longitud  $2R$  fija al cilindro):

- i. hallar el vector velocidad en función del tiempo.
- ii. dibujar la hodógrafa correspondiente ( $v_y$  vs  $v_x$ ).
- iii. graficar el módulo de la velocidad en función del tiempo.
- iv. graficar las componentes  $v_x$  y  $v_y$  en función del tiempo.

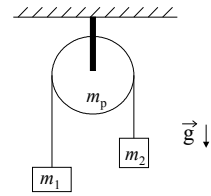


10 - Una varilla homogénea de masa  $M$  y longitud  $L$  es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio  $R$ , sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical. Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



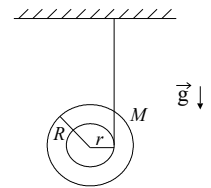
## DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa  $m_p$ , que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.



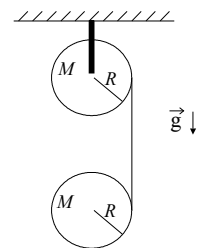
2 - Considere un yo-yo con radio exterior  $R$  igual a 10 veces su radio interior  $r$ . El momento de inercia  $I_o$  del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por  $I_o = (1/2)MR^2$ , donde  $M$  es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.

- Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. ¿Cómo es comparada con  $g$ ?
- Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. ¿Cómo es comparada con  $Mg$ ?



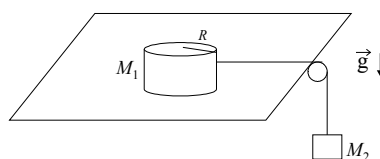
3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio  $R$  y masa  $M$ . El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrolla una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.

- ¿Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?
- Calcule la tensión de la cuerda.
- Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior cuando ha caído una distancia  $10R$ .

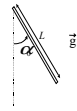


4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio  $R$  y masa  $M_1$  es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa  $M_2$ , como se indica en la figura. Determine:

- la aceleración del centro del disco.
- la aceleración angular del disco.
- la aceleración del cuerpo de masa  $M_2$ .
- la tensión en la cuerda.
- la velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
- la velocidad de la masa colgante en ese instante.



5 - Una barra homogénea delgada de masa  $M$  y longitud  $L$  puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo  $\alpha_0$  con la vertical. Hallar:

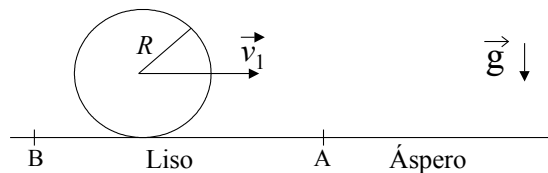


- la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
- la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.
- Resuelva nuevamente por energía el punto a).

6 – En el problema 10 de la guía anterior (“Cinemática del cuerpo rígido”), calcule utilizando argumentos energéticos la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.

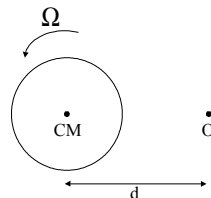
7 - Un cilindro homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  se traslada sin rodar con velocidad  $\vec{v}_1$  en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal. Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A los coeficientes de rozamiento son  $\mu_e$  y  $\mu_a$ . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

- Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
- Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
- Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.



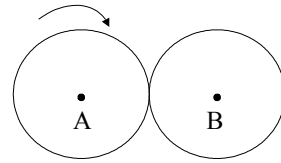
8 - El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:

$$\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2) \vec{\Omega} .$$



9 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

- a) Muestre que  $\vec{L}_{total} = 0$  cualquiera sea la velocidad angular de rotación  $\Omega(t)$ , es decir que  $\vec{L}_{total}$  se conserva en cualquier circunstancia.
- b) Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve  $\vec{L}_{total}$  ?

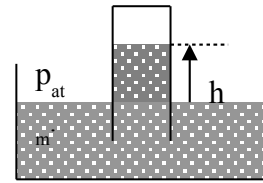


10 – Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo. Demuestre que la esfera llega en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro cualesquiera sean sus masas y sus radios. Observe que el orden de llegada depende del valor de cierta relación matemática entre  $I$ ,  $M$  y  $R$ , donde  $I$  es el momento de inercia correspondiente al eje de giro,  $M$  es la masa, y  $R$  es la distancia ente el eje de giro y el punto de rodadura.

En base a esta observación, diseñe un objeto que demore un tiempo muy grande y otro que demore un tiempo apenas mayor que el correspondiente a una partícula que resbala por la superficie, para recorrer el plano inclinado.

## HIDROSTÁTICA

1 – El esquema corresponde a un sistema en equilibrio. La cuba externa está abierta a la atmósfera. Deducir la expresión que permita conocer la presión en B en función de la presión atmosférica, de la altura  $h$  y del peso específico del líquido.



2 - Estimar la máxima diferencia de la presión sanguínea hidrostática en una persona de 1,83 m de altura ( $\gamma_{\text{sangre}} = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ).

3 - La presión de agua a la entrada de una casa a nivel del suelo es de  $1,1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ . ¿Hasta qué altura llega el líquido sin ser bombeado?

4 - Un tubo en U, abierto en ambas ramas, contiene un líquido A hasta una altura  $H$ . Por una de las ramas se introduce otro líquido B no miscible con A hasta alcanzar una altura de 10 cm respecto de la superficie de separación de ambos líquidos. Sabiendo que la densidades de los líquidos respecto al agua valen  $\gamma_A = 2$  y  $\gamma_B = 3$ . Deducir la relación entre  $h_A$ ,  $h_B$ ,  $\gamma_A$  y  $\gamma_B$ . Calcular el valor de  $h_A$ .

5 - Un tubo en U contiene mercurio. Se echan 13.6 cm de agua destilada en la rama derecha, ¿cuánto se eleva el mercurio en la rama izquierda respecto de su nivel original?

6 - Un trozo de vidrio pesa 0,25 N en el aire, 0,14 N en el agua y 0,17 N en alcohol. Calcular el peso específico del vidrio y del alcohol.

7 - Un densímetro tiene 60 cm de longitud y  $1 \text{ cm}^2$  de sección. Colocado en agua pura se sumerge 54 cm y en el ácido sulfúrico sólo 30 cm. Calcular el peso específico del ácido sulfúrico.

8 – Se tiene una prensa hidráulica de secciones  $S = 1 \text{ cm}^2$  y  $S' = 100 \text{ cm}^2$ . Se aplica sobre  $S$  una fuerza  $F_1$  de 400 N formando un ángulo de  $60^\circ$  con su normal.  $S$  se desliza 100 cm. Calcular:

- a) la presión sobre  $S$  y la presión sobre  $S'$ .
- b) la fuerza  $F_2$  que actuando sobre  $S'$  equilibra al sistema (dar dirección y sentido)
- c) el trabajo de las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$ . Compárelos

9 – Un cuerpo de hierro ( $\gamma = 7,8 \text{ g/cm}^3$ ) se usa para lograr que un tablón de roble cuyo peso es 10 N y cuya densidad es  $0,6 \text{ g/cm}^3$  quede flotando con la cara superior rasante en la superficie del agua. Calcular el peso del bloque en las siguientes situaciones:

- a) se lo coloca encima del tablón.
- b) se lo amarra por debajo del tablón.

10 – Un bloque de madera flota en el agua con las  $2/3$  partes de su volumen sumergido, mientras que en aceite tiene sumergido 90% de su volumen. Hallar la densidad de la madera y del aceite.

11 - Calcular el área mínima de un bloque de hielo ( $\gamma = 0,93 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) de 0,3m de espesor que flota en el agua para que sea capaz de sostener un automóvil que pesa 11.125 N.

12 – a) Se suspende un cuerpo de un dinamómetro (resorte). Indicar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los pares de interacción correspondientes.

b) Se toma una balanza, sobre uno de sus platillos se coloca un recipiente lleno de agua y sobre el otro la cantidad de pesas necesaria para equilibrar la balanza. Si se sumerge el cuerpo del ítem anterior (sostenido por el dinamómetro) totalmente en el agua, analice si se desequilibra la balanza y si cambia la lectura del dinamómetro (Sugerencia: replantee nuevamente las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los correspondientes pares de interacción)

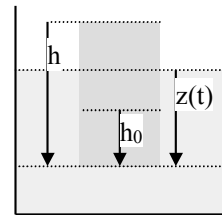
c) Se agregan pesas hasta equilibrar nuevamente la balanza. ¿Qué indica el valor de las pesas agregadas?

13 – Un cilindro de altura  $h$ , sección  $A$  y densidad  $\rho$ , flota en un líquido de densidad  $\gamma_0$ , con una altura  $h_0$  sumergida. Se hunde cierto volumen y luego se lo deja en libertad, a partir del reposo.

- Hallar la ecuación diferencial para  $z(t)$ .
- Demostrar que el movimiento será oscilatorio de período:  

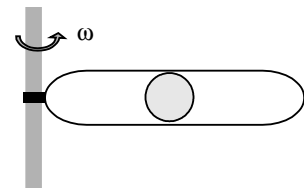
$$T = 2\pi [h \gamma / g \gamma_0]^{1/2}.$$

c)



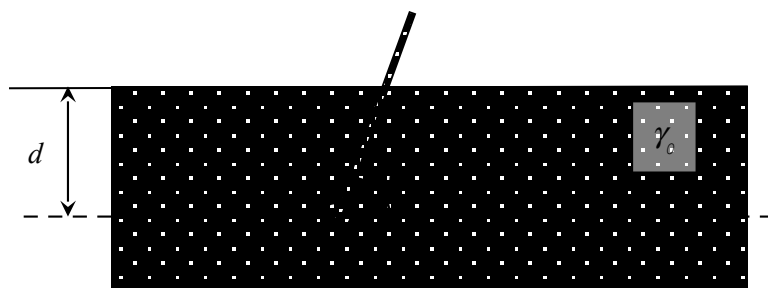
14 – Un niño sostiene un globo lleno de helio en el interior del auto. Cuando el auto acelera, ¿en qué dirección se mueve el globo visto desde el auto? ¿Por qué?

15 - Se tiene una pelota de ping-pong dentro de un tubo lleno de agua, como se muestra en la figura. Si el tubo rota alrededor del eje con velocidad angular  $\omega$ , ¿qué posición ocupa la pelota? ¿Y si la pelota fuese de aluminio? Justifique su respuesta.



16 – Una barra recta uniforme de longitud  $L$ , sección  $A$  y densidad  $\rho$  puede girar libremente alrededor de un eje horizontal  $P$ , situado una distancia  $d$  debajo de la superficie libre del agua.

- Hallar el momento ejercido por el empuje en función de  $\theta$ .
- Encontrar las posiciones de equilibrio de la barra y decir si son estables o inestables.
- Discutir los casos:  $[\gamma_0/\gamma = 2, d = L]$ ,  $[\gamma_0/\gamma = 2, d = L/2]$ ,  $[\gamma_0/\gamma = 1/2, d = L]$  y  $[\gamma_0/\gamma = 1/2, d = L/2]$ .





## HIDRODINÁMICA

1 – En el interior de un tubo horizontal que tiene 3 secciones diferentes ( $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ ) circula un líquido no viscoso e incompresible en régimen estacionario. Sabiendo que  $v_1 > v_2$  ( $v$  es la velocidad) y que  $p_3 < p_1$  ( $p$  es la presión hidrostática) indicar, justificando cada respuesta:

- a) cómo es  $S_1$  respecto de  $S_2$ .
- b) cómo es  $v_1$  respecto de  $v_3$ .
- c) cómo es  $S_1$  respecto de  $S_3$ .

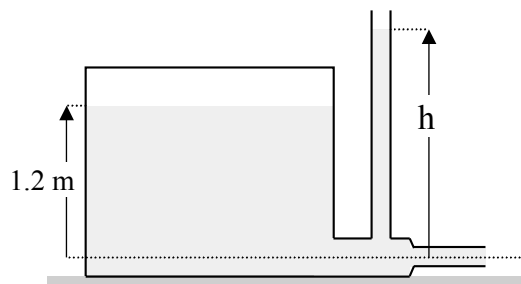
Dibujar el esquema del tubo.

2 – Una manguera de jardín tiene un diámetro interno de 20 mm y se conecta con un aspersor (regador) que es una caja con 24 agujeros de 2 mm de diámetro c/u. Si el agua (incompresible y no viscosa) en la manguera tiene una velocidad de 1 m/s (régimen estacionario), ¿con qué velocidad sale de los agujeros del regador?

3 – Dos botes de remo que se mueven paralelamente uno al otro con igual velocidad en un lago en reposo, experimentan una fuerza de atracción entre sí. Explique cualitativamente las causas de tal atracción en base a la ecuación de Bernoulli.

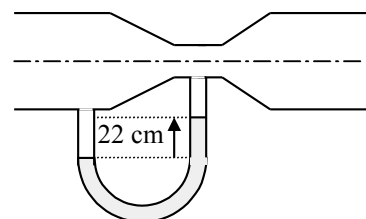
4 – En un depósito de gran sección como el de la figura, el agua alcanza una altura de 1,2 m. El depósito se presuriza a 2 atm. El tubo de desagüe tiene secciones transversales de  $18 \text{ cm}^2$  y  $9 \text{ cm}^2$ .

- a) ¿Cuál es el caudal de salida del agua?
- b) ¿Hasta qué altura  $h$  llega el agua en el tubo abierto?
- c) ¿Se modifica el caudal de salida en instantes posteriores? ¿Por qué? Si se modifica, ¿qué habría que hacer para mantenerlo constante?
- d) Si se practica una perforación en la parte superior del tanque, ¿cuál es la altura  $h$ ?



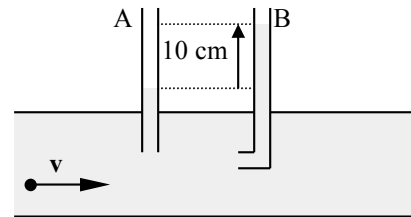
5 – Un medidor de Venturi que tiene un diámetro de tubo de 20 cm y un diámetro de garganta de 10 cm, está equipado con un manómetro diferencial como el de la figura. La diferencia de alturas en el manómetro es 22 cm y  $\gamma_{Hg} = 13.6 \text{ g/cm}^3$ . Calcular

- a) el caudal de agua.
- b) la diferencia de presiones entre el tubo y la garganta.
- c) las velocidades del agua en la parte ancha y en la garganta.



6 – Por un tubo horizontal como el de la figura circula un líquido. La diferencia de altura del líquido entre el tubo A y el acodado B (tubo de Pitot) es de 10 cm. Los diámetros de los tubos son iguales.

- Explique la diferencia de altura del líquido entre ambos tubos.
- Halle la velocidad de la corriente en el tubo horizontal.



7 – a) El depósito de la figura está abierto a la atmósfera y es de gran sección. Contiene agua hasta 40 cm de altura. Las secciones de los tubos horizontales inferiores son:  $1 \text{ cm}^2$ ,  $0.5 \text{ cm}^2$  y  $0.2 \text{ cm}^2$ . Despreciando la viscosidad del agua, calcular:

- el caudal.
- la velocidad del agua en cada sección.
- la altura que alcanza el agua en cada tubo vertical.

b) Considere ahora que el agua es un fluido real de viscosidad  $\eta = 0,0114$  poise, que la altura en el tanque es tal que se mantiene el caudal calculado en a) y que la distancia entre tubos es de 20 cm. Calcule la diferencia de alturas entre los tubos A y B y la diferencia de alturas entre los tubos C y D. ¿Cuál es la velocidad del agua en las paredes y en el eje de las secciones de los tubos horizontales?

