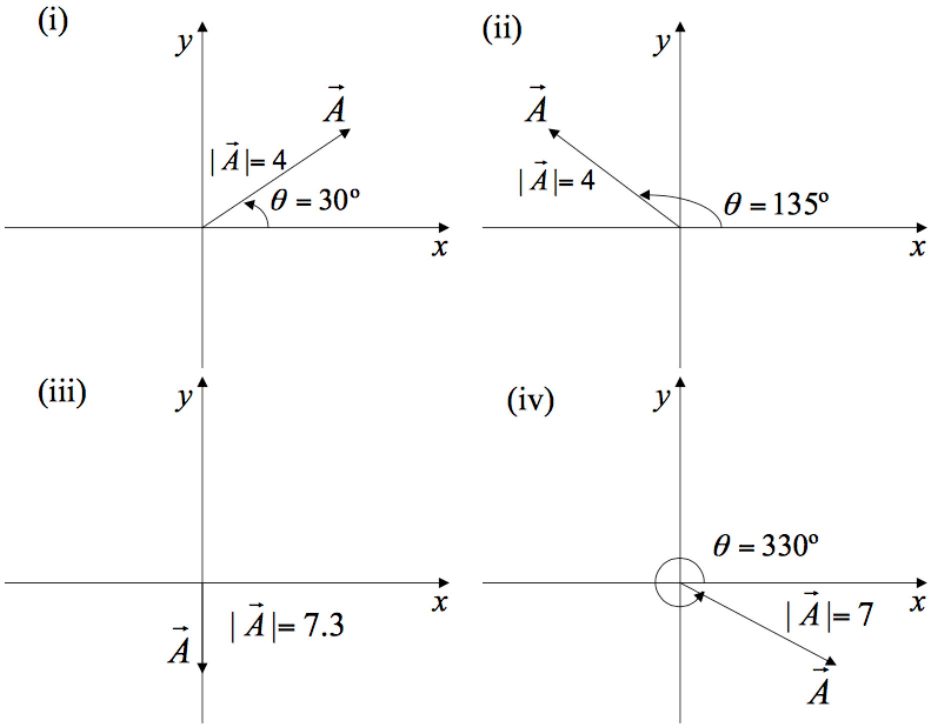
Repaso matemático

1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20, -5, 8) y extremo en (-4, -3, 2).

2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:
i) $\vec{A}$ = (3, 3); ii) $\vec{B}$ = (-1.25, -2.16); iii) $\vec{C}$ = (-2.5, 4.33); iv) $\vec{D}$ = (5,0) y v) $\vec{E}$ = (0,3)

3 – Analice las propiedades de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que satisfacen las siguientes relaciones:

a) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ y $|\vec{A}|+|\vec{B}|=|\vec{C}|$

b) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$

c) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ y $A^2+B^2=C^2$

Se define el **producto escalar** de dos vectores como **A . B** = $|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

---

4 - Usando la definición de producto escalar, calcular

a) $\hat{i}\cdot\hat{j}$ b) $\hat{i}\cdot\hat{k}$ c) $\hat{j}\cdot\hat{k}$

d) $\hat{i}\cdot\hat{i}$ e) $\hat{j}\cdot\hat{j}$ f) $\hat{k}\cdot\hat{k}$

donde $\hat{i}$ = (1,0,0), $\hat{j}$ = (0,1,0), $\hat{k}$ = (0,0,1).

5 - Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma, es decir, $\vec{C}\cdot\left(\vec{E}+\vec{F}\right)=\vec{C}\cdot\vec{E}+\vec{C}\cdot\vec{F}$ y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si:

$\vec{A}=a_x\hat{i}\ +a_y\hat{j}\ +a_z\hat{k}$ y $\vec{B}=b_x\hat{i}\ +b_y\hat{j}\ +b_z\hat{k}$ entonces: $\vec{A}\cdot\vec{B}\ = a_xb_x + a_yb_y +\ a_zb_z$

6- Efectúe el producto escalar de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ y diga si en algún caso $\vec{A}$ es perpendicular a $\vec{B}$.

a) $\vec{A}\ = 3\hat{i}\ - 2\hat{j}\ +\ \hat{k}$, $\vec{B}\ = -\ \hat{i}\ + 3\hat{k}$

b) $\vec{A}$ = (2; 3; -1), $\vec{B}$ = (6; -5; 2)

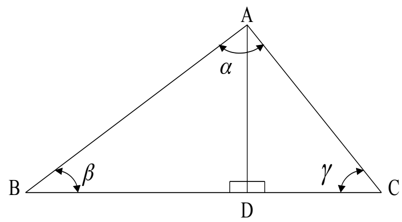
c) $|\vec{A}| = 3$, $|\vec{B}| = 2$, $\theta = 60°$ (θ: ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$)

7 - a) Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el "Teorema del Coseno":

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\ BC\cos\beta$,

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.

<u>AYUDA</u>: Considerar los triángulos rectángulos ABD y ADC.



b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que: AC/sen β = AB/sen γ, y generalizar el resultado para demostrar el "Teorema del Seno": AC/sen β = AB/sen γ = BC/ sen α.

Se define el **producto vectorial** como $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}$ tal que

a) $|\vec{C}|=|\vec{A}||\vec{B}|\operatorname{sen}\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores

b) **C** tiene dirección perpendicular al plano determinado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$

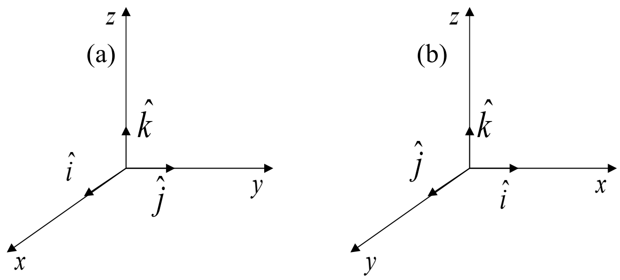
c) El sentido es tal que $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ tengan la misma orientación en el espacio

---

8 - a) Sean $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$ los versores de la terna mostrada en la figura (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular

(i) $\hat{i}\times\hat{j}$ (ii) $\hat{k}\times\hat{i}$ (iii) $\hat{j}\times\hat{k}$

(iv) $\hat{i}\times\hat{i}$ (v) $\hat{j}\times\hat{j}$ (vi) $\hat{k}\times\hat{k}$



b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la figura (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.

NOTA: En lo sucesivo se convendrá en trabajar con ternas derechas (caso (a)), en las cuales $\hat{i}$ x $\hat{j}=\hat{k}$.

9- Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si:

$\vec{A}=a_x\hat{i}\ +a_y\hat{j}\ +a_z\hat{k}$ y $\vec{B}=b_x\hat{i}\ +b_y\hat{j}\ +b_z\hat{k}$ entonces: $\vec{A}x\vec{B}\ = (a_yb_z - a_zb_y\ ;\ a_zb_x - a_xb_z;\ a_xb_y - a_yb_x)$

10- Sean los vectores $\vec{A}$ = (3; 2; 1) $\vec{B}$ = (1; 0;-1) $\vec{C}$ = (0;-2; 4) calcule:

a. $\vec{B}$ x $\vec{C}$
b. -4($\vec{B}$ x $\vec{B}$) - $\vec{A}$
c. ($\vec{A}+\vec{B}$) x $\vec{C}$
d. ($\vec{A}$ x $\vec{B}$).$\vec{C}$

11 - Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.