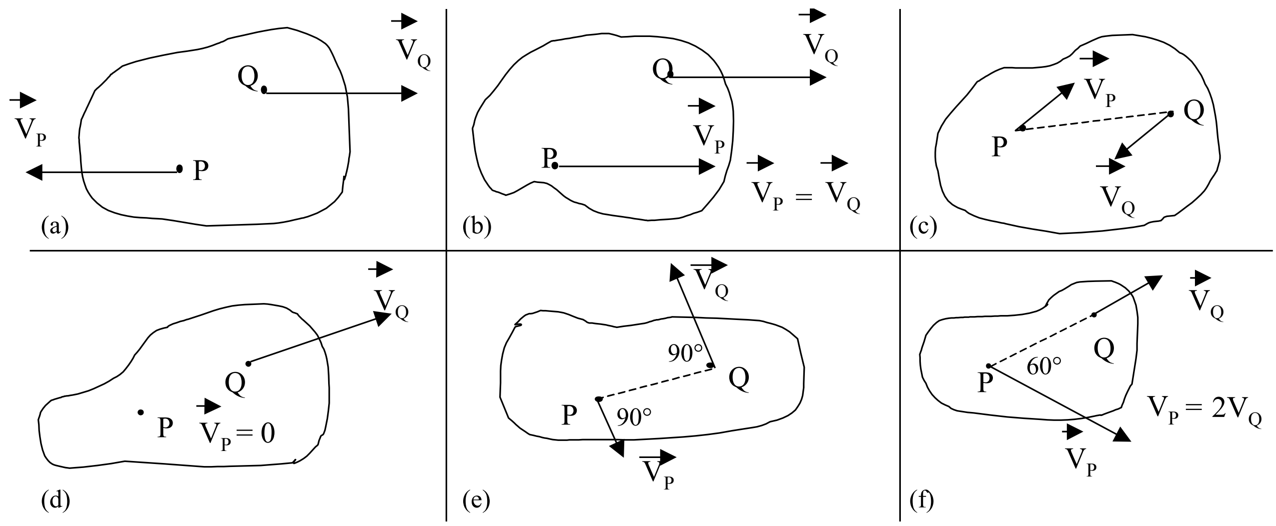
CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

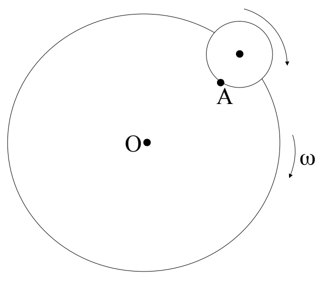
1 - Algunos de los cuerpos de la figura no son rígidos. Encuéntrelos. (No debe hacer cálculos, solamente debe observar las figuras).



2 - ¿Qué dirección debe tener el vector $\boldsymbol{v}_{PQ} = \vec{v}_P - \vec{v}_Q$ para que no cambie la distancia entre P y Q? La expresión $\vec{v}_P - \vec{v}_Q = \vec{\Omega} \times \vec{r}_{QP}$ ¿satisface esa condición?.

3 - Indique la velocidad de rotación del triángulo respecto a su centro de masa, en los siguientes tres casos y compárela con $\dot{\theta}$:

4 - El centro de una esfera describe un movimiento circular uniforme de velocidad angular ω alrededor de un punto O. Simultáneamente la esfera gira sobre sí misma según un eje perpendicular al plano de rotación, de tal forma que un punto A de su superficie demora un tiempo τ en volverse a enfrentarse con el punto O (ver figura).



i) Encuentre la velocidad de rotación de la esfera.
ii) ¿Cuánto tiempo transcurre entre dos pasajes sucesivos del punto A por el extremo inferior de la esfera?
iii) Si el eje de la Tierra fuera perpendicular a la eclíptica, ¿cuál sería el valor de Ω para la Tierra?.

5 - El eje instantáneo de rotación es el conjunto de puntos que tienen velocidad nula en un dado instante.

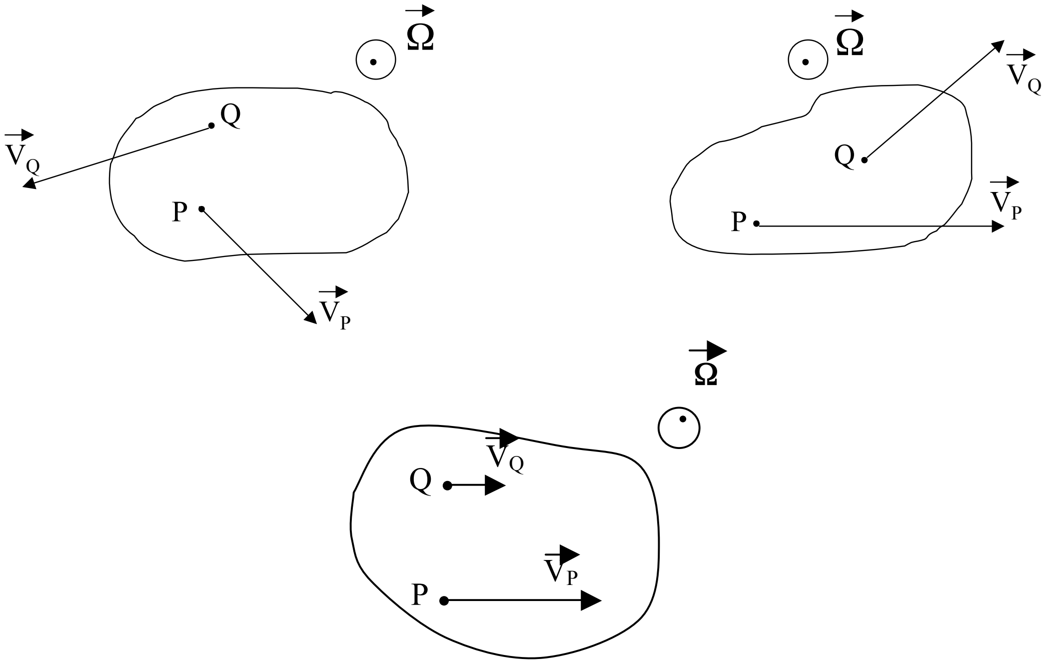
i) Demuestre que, si existe, es una recta paralela a $\vec{\Omega}$.

ii) Demuestre que si hay un punto P del cuerpo tal que $\vec{v}_P \cdot \vec{\Omega} \neq 0$, entonces no hay eje instantáneo de rotación.

iii) Demuestre que si un punto O pertenece al eje instantáneo de rotación, entonces $\vec{v}_P$ es perpendicular a $\vec{r}_{OP}$.

6 - Teniendo en cuenta el resultado del problema 5-iii:

i) Encuentre un método gráfico que le permita determinar la posición del eje instantáneo de rotación, en los siguientes casos:



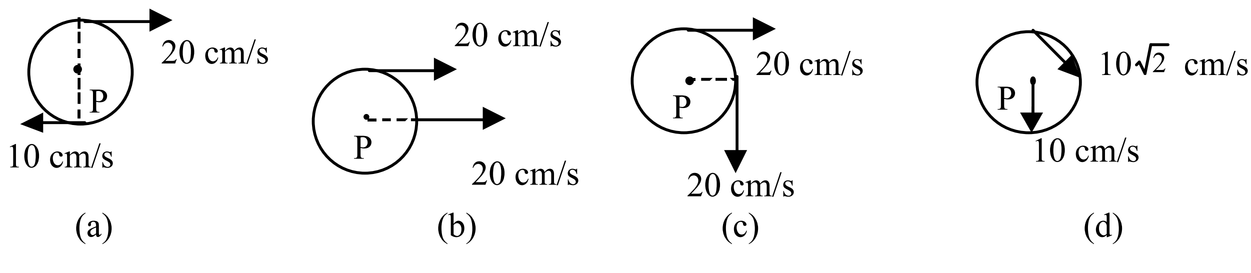
ii) Dibuje el campo de velocidades de un cilindro que rueda sin deslizar sobre un plano horizontal.

7 - La velocidad angular de un cuerpo rígido sometido a un movimiento rototraslatorio es (0,0, ω) y la velocidad de uno de sus puntos P es (v_x,v_y,v_z).

i) Si $v_z = 0$, determinar si existe un eje instantáneo de rotación utilizando consideraciones de cálculo vectorial,.

ii) Idem si $v_z \neq 0$.

8 - Los discos de la figura (R = 10 cm) tienen movimiento plano. Halle:



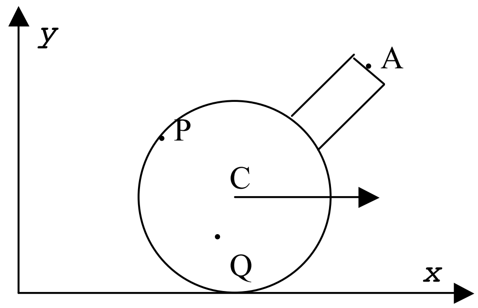
i) La posición del eje instantáneo de rotación.

ii) El vector $\vec{\Omega}$.

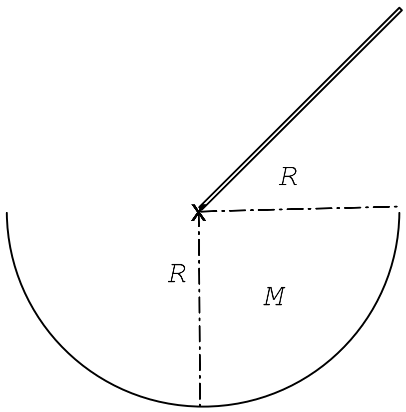
iii) La velocidad del punto P.

9 - Un cilindro de radio R = 10 cm rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Su centro se desplaza con velocidad v_C = 10 cm/s. Para los puntos P (periférico), Q (a distancia $R/2$ del centro) y A (sobre una manivela de longitud $2R$ fija al cilindro):

i. hallar el vector velocidad en función del tiempo.
ii. dibujar la hodógrafa correspondiente (v_y vs v_x).
iii. graficar el módulo de la velocidad en función del tiempo.
iv. graficar las componentes v_x y v_y en función del tiempo.

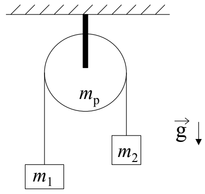


10 - Una varilla homogénea de masa M y longitud L es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio R, sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical.
Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



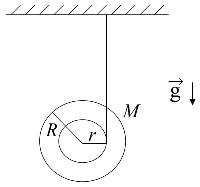
DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa m_p, que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.



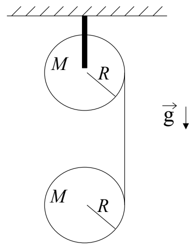
2 - Considere un yo-yo con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r. El momento de inercia I_o del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por $I_o=(1/2)MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.

a) Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. ¿Cómo es comparada con g?.
b) Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. ¿Cómo es comparada con Mg?.



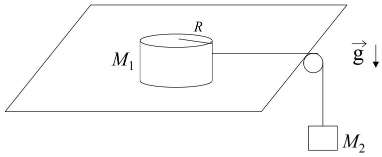
3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio R y masa M. El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.

a) ¿Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?
b) Calcule la tensión de la cuerda.
c) Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior cuando ha caído una distancia 10 R.

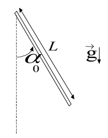


4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio R y masa M_1 es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa M_2, como se indica en la figura. Determine:

a) la aceleración del centro del disco.
b) la aceleración angular del disco.
c) la aceleración del cuerpo de masa M_2.
d) la tensión en la cuerda.
e) la velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
f) la velocidad de la masa colgante en ese instante.



5 - Una barra homogénea delgada de masa *M* y longitud *L* puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo α_0 con la vertical. Hallar:

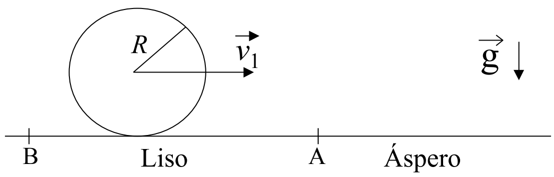


a) la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
b) la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.
c) Resuelva nuevamente por energía el punto a).

6 – En el problema 10 de la guía anterior ("Cinemática del cuerpo rígido"), calcule utilizando argumentos energéticos la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.

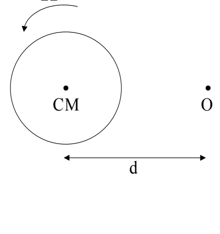
7 - Un cilindro homogéneo de masa *M* y radio *R* se traslada sin rodar con velocidad $\vec{v}_1$ en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal. Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A los coeficientes de rozamiento son μ_e y μ_d. Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

a) Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
b) Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
c) Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.



8 - El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:

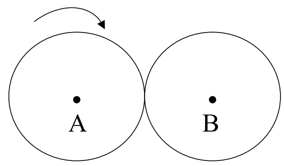
$$\vec{L}_O = I_O\vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2)\vec{\Omega}$$



9 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

a) Muestre que $\vec{L}_{total} = 0$ cualquiera sea la velocidad angular de rotación $\Omega(t)$, es decir que $\vec{L}_{total}$ se conserva en cualquier circunstancia.

b) Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve $\vec{L}_{total}$?.



10 – Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo. Demuestre que la esfera llega en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro cualesquiera sean sus masas y sus radios. Observe que el orden de llegada depende del valor de cierta relación matemática entre *I, M* y *R*, donde *I* es el momento de inercia correspondiente al eje de giro, *M* es la masa, y *R* es la distancia ente el eje de giro y el punto de rodadura.
En base a esta observación, diseñe un objeto que demore un tiempo muy grande y otro que demore un tiempo apenas mayor que el correspondiente a una partícula que resbala por la superficie, para recorrer el plano inclinado.

11- Un cilindro de masa M y radio R se halla apoyado sobre un tablón de longitud L y masa m. Sobre el tablón se aplica una fuerza F como se indica en la figura de manera que el cilindro rueda sin deslizar sobre el tablón. Hay rozamiento entre ambos (μ_D y μ_E), pero no entre el tablón y el piso.

(a) Escriba las ecuaciones de Newton, de torque y de vínculo para ambos cuerpos.

(b) Halle la aceleración del centro de masa del cilindro, del tablón y la aceleración angular del cilindro.

(c) Diga que valor máximo debe tener la fuerza F para que el cilindro no deslice sobre el tablón.

12-Un yo-yo esférico de masa *m* y radio exterior *R* e interior *r=R/3,* desciende por un plano inclinado mientras se desenrolla de tal manera que la cuerda no desliza sobre el eje del yo-yo. Suponga que la inclinación del plano es suficiente como para que el yo-yo descienda. El extremo libre de la cuerda se encuentra sujeto a una pared. Existe rozamiento entre el plano y el yo-yo, con coeficientes μe y μd.

(a) Escriba las ecuaciones dinámicas del yo-yo aclarando si la fuerza de roce es estática o dinámica (justifíquelo).

(b) Escriba la velocidad del centro de masa en función de la velocidad angular y de datos aplicando la condición de rigidez. En base a este resultado calcule la velocidad del punto P (punto de contacto entre el yo-yo y el plano) en función de la velocidad del centro de masa y deduzca cuál será el sentido de la fuerza de roce.

(c) Calcule la aceleración angular del yo-yo en función de datos. d) Encuentre el mínimo valor de 〈 para que el yo-yo pueda rodar hacia abajo.

Datos: momento de inercia de la esfera maciza = 2/5 mR^2