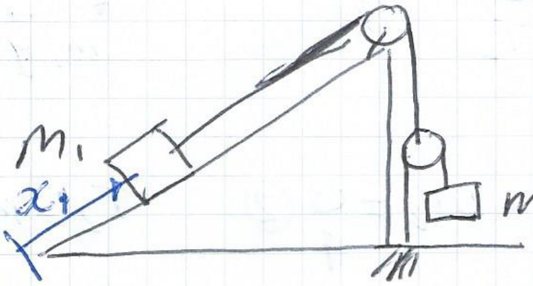
Dinámica

18)



Elegimos

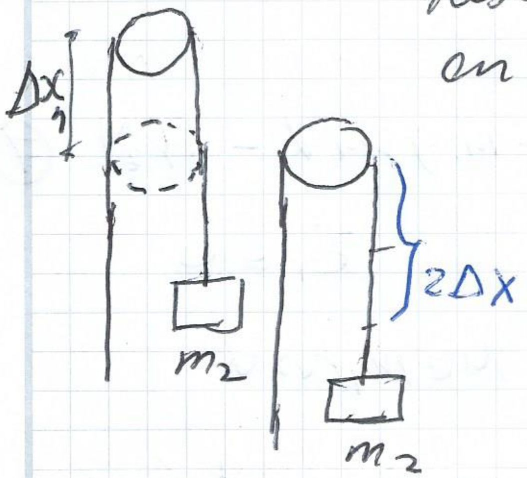
x_1 : posición de masa m_1

y_2 : posición de masa m_2

Si x_1 se incrementa en Δx_1

La polea que sostiene la cuerda 2 se desplaza en ese monto para abajo

$\Rightarrow$ La cuerda 2 debe extenderse $2\Delta x$ resultando que m_2 desciende en este monto.



$$\Delta y_2 = -2\Delta x_1$$

[Cuerdas inextensibles de masa nula]

Otra forma: (vínculo)

$$\underset{\text{cuerda 1}}{x_1 + l_1} + \underset{\text{polea}}{y_p} = cte.$$

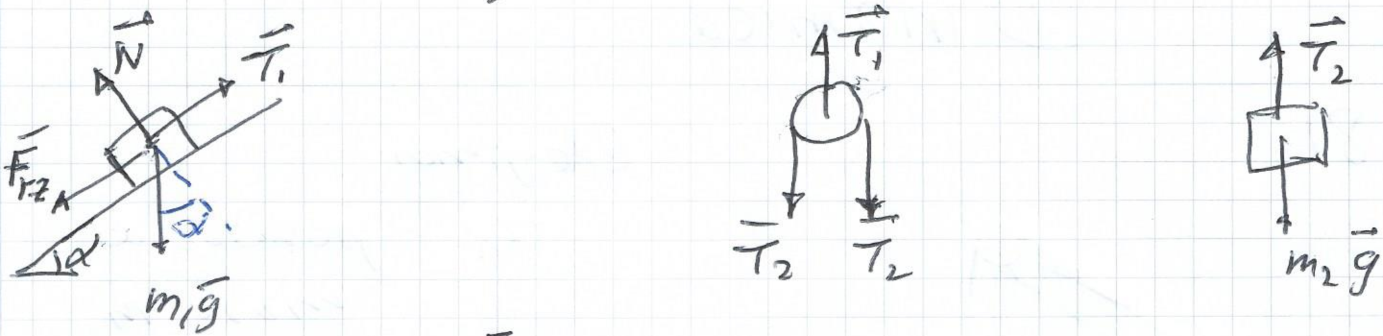
$$l_2 + y_2 = 2 y_p$$

$$\Rightarrow \quad l_2 + y_2 = 2(cte - x_1 - l_1)$$

$$\therefore \quad \Delta y_2 = -2\Delta x_1$$

$$\ddot{y}_2 = -2\ddot{x}_1 \quad (1)$$

Diagramas de cuerpo libre:



x) $T_1 - m_1 g\sin\alpha \underbrace{\;}_{-F_{rz}} = m_1\ddot{x}_1$ (1) $\qquad T_1 - 2T_2 = 0$ (2) $\qquad T_2 - m_2 g = m_2\ddot{y}_2$ (3)

4 polea sin masa

y) $N - m_1 g\cos\alpha = 0$ (4)

(5) $F_{rz} \begin{cases} \mu_d N & \text{(movimiento)} \\ \le \mu_e N & \text{(reposo)} \end{cases}$

(1) - 2(3): $\quad -m_1 g\sin\alpha - F_{rz} + 2m_2 g = m_1\ddot{x}_1 - 2m_2\ddot{y}_2$ (6)

(1) y (5) en (6)

$$(m_1 + 4m_2)\frac{\ddot{x}_1}{2} = 2m_2 g - m_1 g\sin\alpha - F_{rz} \quad (7)$$

i) En reposo $\quad \mu \to \mu_e \quad , \ddot{x}_1 = 0$

$$0 = 2m_2 - m_1\sin\alpha - \mu_e m_1\cos\alpha$$

$$F_{rz} = (2m_2 - m_1\sin\alpha)g$$

pero:

$$-\mu_e N \le F_{rz} \le \mu_e N$$

$$-\mu_e m_1\cos\alpha \le 2m_2 - m_1\sin\alpha \le \mu_e m_1\cos\alpha$$

$$\frac{m_1}{2}(\sin\alpha - \mu_e\cos\alpha) \le m_2 \le (\mu_e\cos\alpha + \sin\alpha)\frac{m_1}{2}$$

ii) En movimiento (masa m_2 desciende)

$$\ddot{y}_2 = -a \Rightarrow \ddot{x}_1 = \frac{a}{2}$$

de (7):

$$(m_1 + 4m_2)\frac{a}{2} = 2m_2 g - m_1 g \sin\alpha - \mu_d m_1 g \cos\alpha$$

$$\Rightarrow m_2 = \left[m_1 g(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha) + m_1 a \right] \cdot \frac{1}{2g - 2a}$$

a debe ser a lo sumo

*) $a \leq g(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha)$

*) Si $m_2 \to \infty$ $a \to g$.

iii) La polea desciende con la aceleración con que sube m_1

$$a_p = -\frac{a}{2}$$

$$y_p(t) = y_p(0) + v_{p0} t - \frac{a_p t^2}{2}$$

$$y_p(t) = h_0 - \frac{a}{4} t^2$$