Laboratorio de Física 1 (Químicos) – 1er cuatrimestre 2016

Guía 6: Movimiento oscilatorio amortiguado

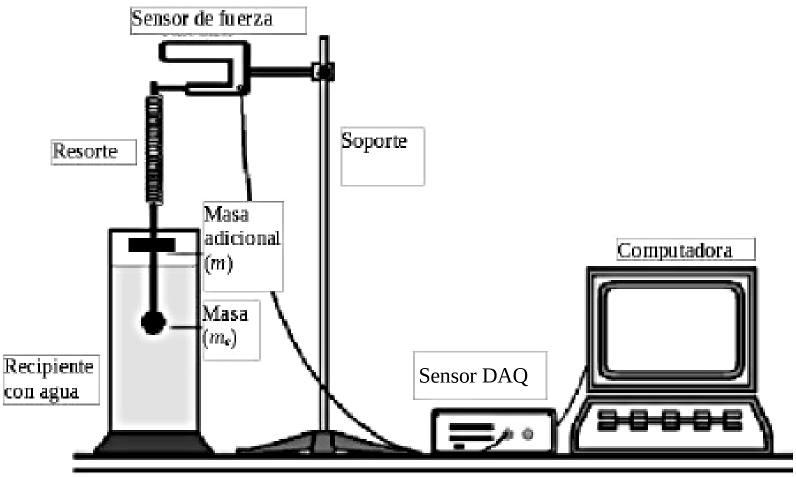
Objetivo

El objetivo global de esta práctica es estudiar las propiedades del movimiento oscilatorio amortiguado. Para ello, se utiliza un sistema compuesto por un objeto de masa *m* sujeto a un resorte e inmerso en un fluido viscoso. En particular, se analiza el efecto producido por la presencia del fluido en la amplitud y frecuencia del movimiento resultante.

Introducción

Un péndulo, un cuerpo moviéndose sujeto a un resorte, los átomos vibrando en una molécula, los electrones de una antena radiante o receptora, son sólo algunos pocos ejemplos de cuerpos que se mueven en forma oscilatoria, es decir, sistemas físicos en los cuales el movimiento ocurre en forma periódica con respecto a la posición de equilibrio.
El modelo más sencillo para describir un movimiento oscilatorio corresponde al caso ya estudiado del movimiento armónico simple, donde el cuerpo oscila indefinidamente manteniendo la amplitud constante. Sin embargo, experimentalmente sabemos que la amplitud de un cuerpo oscilante decrece gradualmente con el tiempo hasta que éste se detiene, es decir, el movimiento oscilatorio está amortiguado. Desde el punto de vista dinámico, el amortiguamiento es la respuesta a la acción de una fuerza de fricción actuando sobre el cuerpo. En particular, cuando un cuerpo se mueve a velocidad relativamente baja a través de un fluido, la fuerza de fricción puede suponerse proporcional a la velocidad, y opuesta a ella.

Actividades



Utilice, si es posible, el mismo resorte empleado en la práctica anterior, cuya constante elástica ya conoce. Adjunte una esfera de masa al resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p.ej. detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple (ver figura) se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

¿Qué se espera observar en esta experiencia?

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire, aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles) con el tiempo, ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. La forma en la que el movimiento se amortiguará depende de la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio, y de sentido contrario ésta.

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado.

En el caso que nos ocupa, correspondiente a un movimiento oscilatorio subamortiguado, la posición de la masa oscilante en función del tiempo viene dada por:

$$x(t) = a\exp(-bt)\cos(\omega t + \varphi) + x_0 \qquad (1)$$

siendo $x(t)$ la posición en función del tiempo, a la amplitud, b el coeficiente de amortiguamiento, ω la frecuencia angular de oscilación, φ la fase inicial y x_0 la posición de equilibrio. Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte (dado que no es posible medir con el sensor de posición), el sensor medirá la fuerza F sobre el resorte, no la posición de este último.

Recordando que dicha fuerza viene dada por

$$\vec{F} = -k\vec{x} \qquad (2)$$

podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión:

$$F(t) = -ka\exp(-bt)\cos(\omega t + \varphi) - kx_0 \qquad (3)$$

es decir,

$$F(t) = A\exp(-bt)\cos(\omega t + \varphi) + D \qquad (4)$$

Nótese entonces que tenemos ahora 5 parámetros a determinar a través de un ajuste de los datos medidos por el método de cuadrados mínimos. Observe además que dicho ajuste será no lineal, dado que la función a la que buscamos ajustar nuestros datos es no lineal en sus parámetros (b, ω y φ).

El principio de este tipo de ajustes es esencialmente el mismo que el correspondiente al ajuste lineal que ya ha empleado en prácticas anteriores. Sin embargo, desde el punto de vista operativo, existe una diferencia esencial. El ajuste no lineal no emplea expresiones analíticas para hallar los valores óptimos de sus parámetros dado que, en general, dichas expresiones no existen. Por lo tanto, los métodos de ajuste no lineal por cuadrados mínimos recurren a métodos de minimización numérica iterativos, a fin de encontrar un conjunto de parámetros que minimice la función de mérito χ^2. Por ello, el algoritmo de ajuste requiere que se especifiquen valores iniciales para cada uno de los parámetros buscados. Dichos valores serán tomados como punto de partida para el algoritmo de minimización, el cuál recorrerá el espacio de parámetros buscando un mínimo. Para que esta búsqueda resulte exitosa es entonces imperativo dar valores iniciales adecuados para dichos parámetros, ya que es posible (y muy a menudo es el caso) que la función de mérito tenga más de un mínimo (local) y el algoritmo nos entregue valores sin sentido físico. Asimismo, es posible reducir el tiempo de cálculo de los parámetros si se restringe el dominio en el cual el algoritmo realiza la minimización. Como ejemplo, considere el coeficiente de amortiguamiento, b. A partir de la ecuación (1), sabemos que dicho parámetro solo puede tomar valores positivos (valores negativos de b estarían asociados a un incremento de la amplitud de oscilación conforme el tiempo avanza). Teniendo en cuenta esta información, resulta útil y computacionalmente económico especificar también esta condición al momento de establecer la forma en la que se realizará el ajuste no lineal.

En el caso que nos interesa, los valores asociados a los parámetros A, ω y D son fáciles de determinar a partir de mediciones como las realizadas en la práctica anterior (mov. osc. armónico simple) para el método dinámico.
Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento de 3 maneras distintas:

(a) Estudie si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento ¿Varía dicha frecuencia? ¿Debería variar según fundamentos teóricos? Explique qué puede estar sucediendo. ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?
(b) Identifique los picos de la función trigonométrica y obtenga la constante del ajuste de la exponencial.
(c) Finalmente, realice un ajuste no lineal de la señal amortiguada y determine de ahí la constante correspondiente.

Analice la precisión, exactitud y "utilidad" de cada uno de los métodos propuestos. Si se le ocurre otro, calcule también por ese método.