# Física 1 (Q): Laboratorios

1er. Cuatrimestre 2020

JTP Laura Ribba, Diego Shalom, Marcelo Luda
Ay. 1ra: Griselda Mingolla, Santiago Estevez Areco
Cátedra Pickholz

# PRÁCTICA 1: Mediciones Directas: Estadística

# El objetivo de esta práctica es:

| Medir | Analizar |
| --- | --- |
| Una magnitud directamente de manera seriada | La información obtenida utilizando fundamentos de estadística |

## DE MANERA SISTEMÁTICA

# ¿COMO SABEMOS SI UNA MEDICION ES CONFIABLE?

5 mg

4.8 mg

5.4 mg

5.1 mg

5 mg

5.5 mg

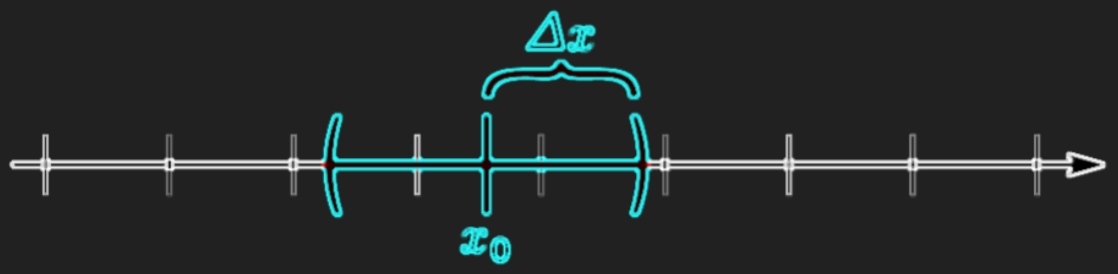
# ¿A que llamamos error?

INCERTEZA

↓

Medida de mi desconocimiento

- Definimos un intervalo de confianza




- Confío que el valor "real" esta en el intervalo comprendido entre mi medición +/- mi incerteza Δx

$$(x_0 \pm \Delta x)$$

# ¿Cómo se reporta el error?

- Existen diferentes convenciones
- Pero siempre se deben respetar las cifras significativas

→ $(\ x_0 \pm \Delta x\ )\ u$

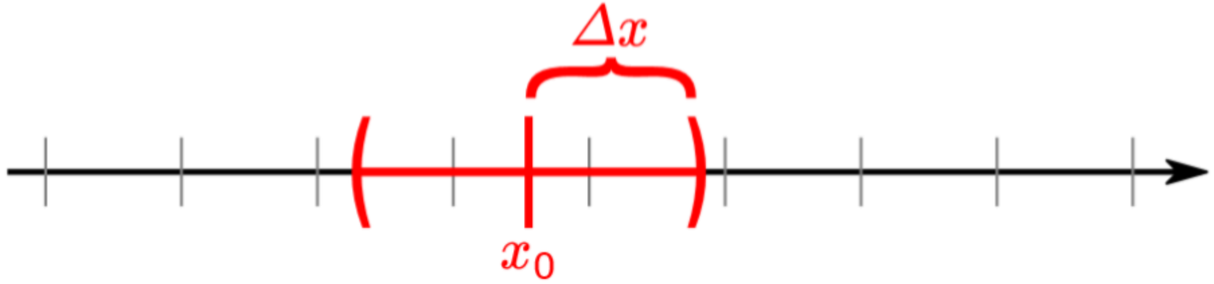
→ $(\ 2.23 \pm 0.12\ )\ m$

→ $(\ 123 \pm 4\ )\ s$

→ $x_0(\Delta x)\ u$

→ $2.23(12)\ m$

→ $123(4)\ s$



$$\begin{aligned} x_0 &= 3745.12845 \text{ m} \\ \Delta x &= 0.04932 \text{ m} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} x_0 &= 3745.13 \text{ m} \\ \Delta x &= 0.05 \text{ m} \end{aligned}$$

$$x_0 = (\ 3745.13 \pm 0.05\ )\ \text{m}$$

## ¿Qué son las cifras significativas?

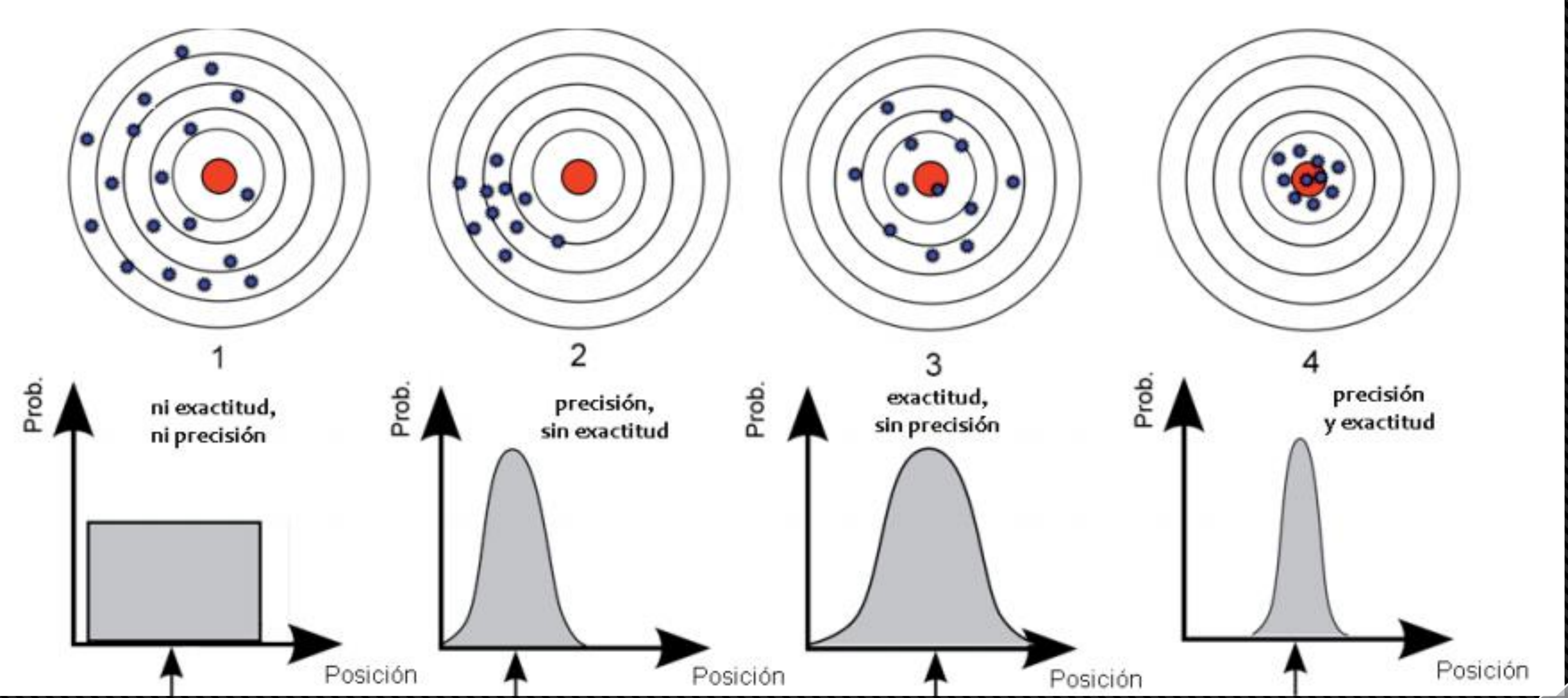
- Son aquellas que aportan informacion
- Expresaremos las incertezas con 1 cifra significativa

Exactitud

- Cercanía del valor experimental obtenido, al valor real

Precisión

- Relacionada con cuan sensible es el dispositivo experimental



Errores sistemáticos

- por el diseño del experimento
- por problemas con los instrumentos que está utilizando
- por sus propios sesgos

- por variaciones impredecibles e incontrolables en el experimento
- por incapacidad del experimentador para realizar la misma medición exactamente de la misma manera cada vez

Errores estadísticos

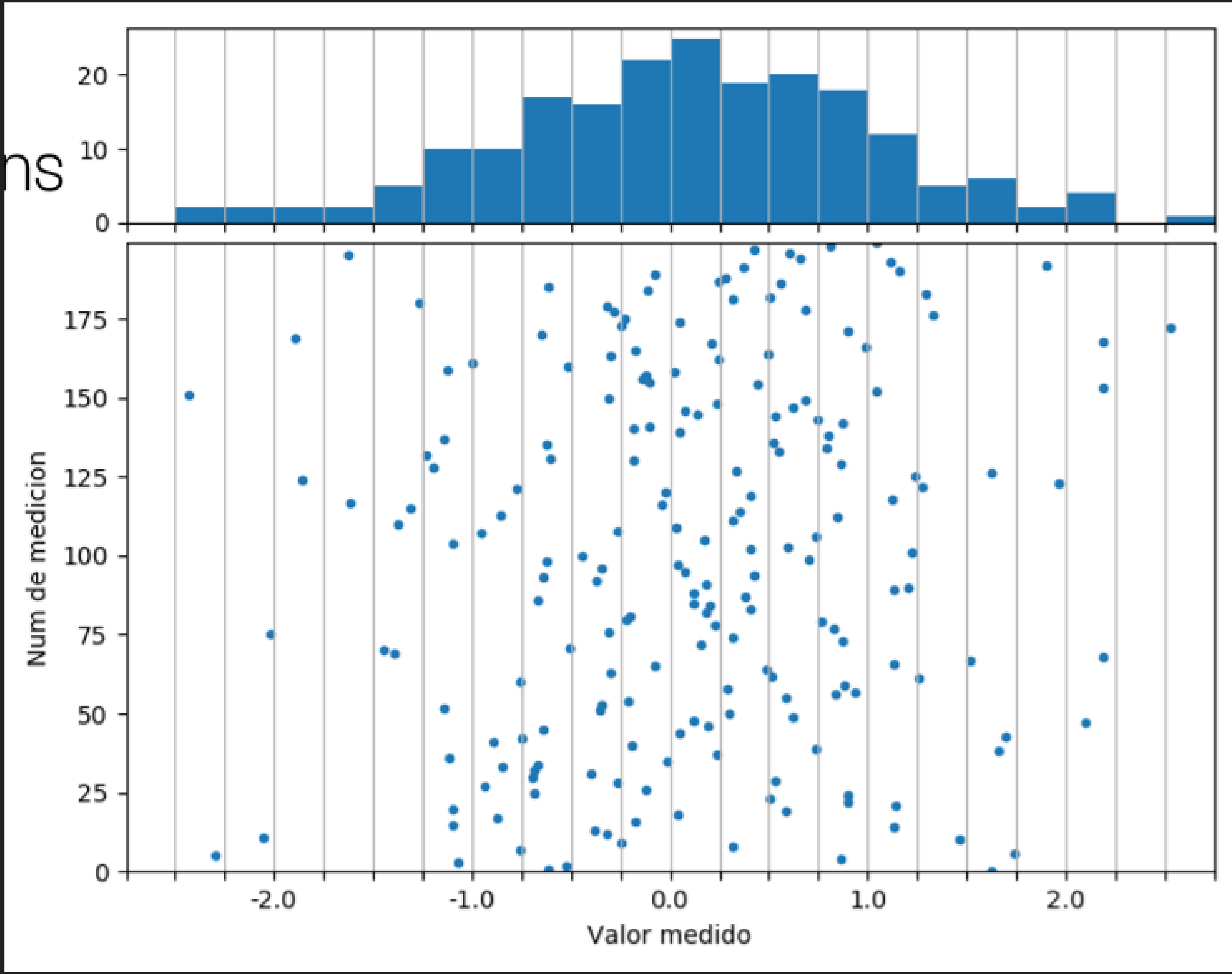
Tirar un dado N = 100 veces

| Medición # | Cara del dado |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 6 |
| 3 | 1 |
| … | … |
| 99 | 4 |
| 100 | 1 |

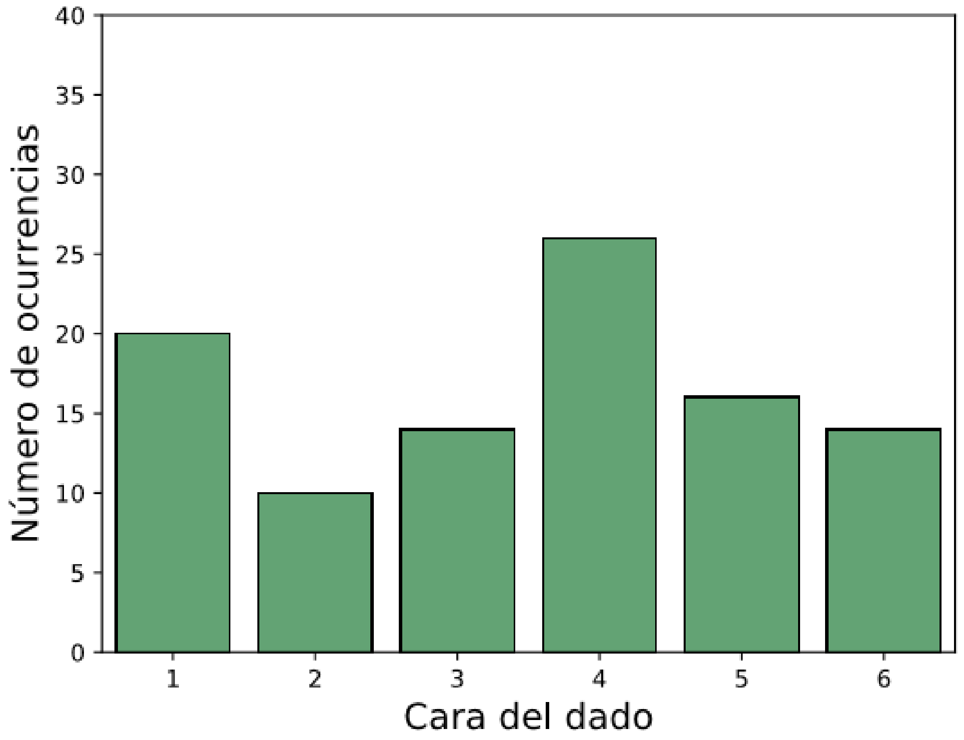
Medir el período de un faro N = 100 veces

| Medición # | Tiempo (s) |
|---|---|
| 1 | 1,02 |
| 2 | 0,98 |
| 3 | 1,07 |
| … | … |
| 99 | 1,22 |
| 100 | 1,10 |

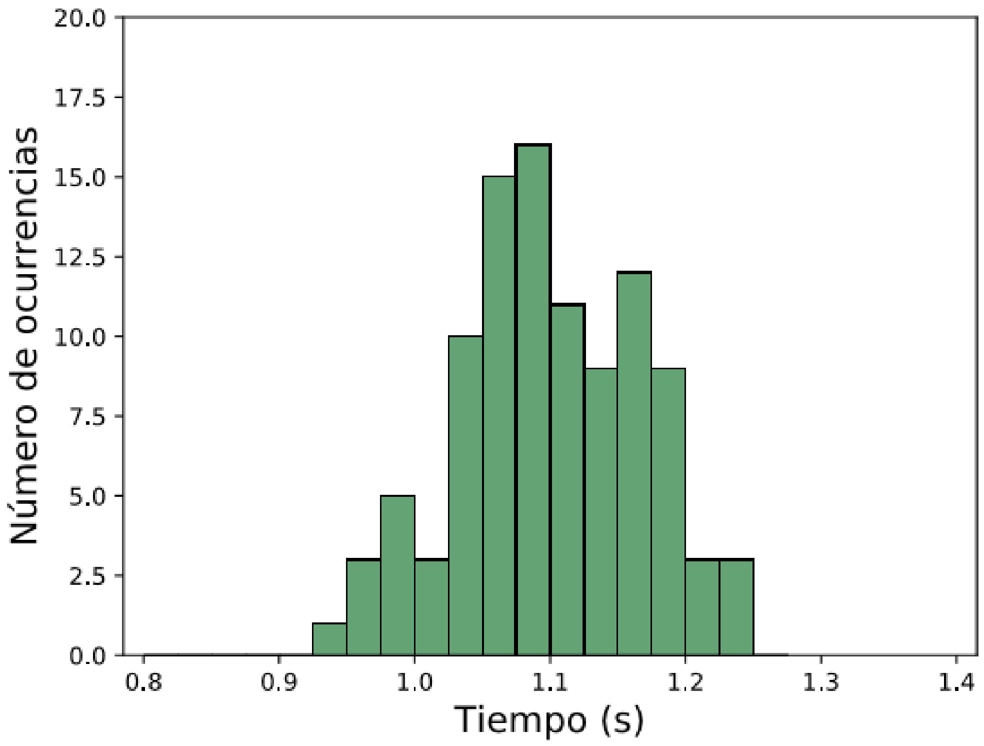
→ bin size
→ Límites
→ Numero de bin



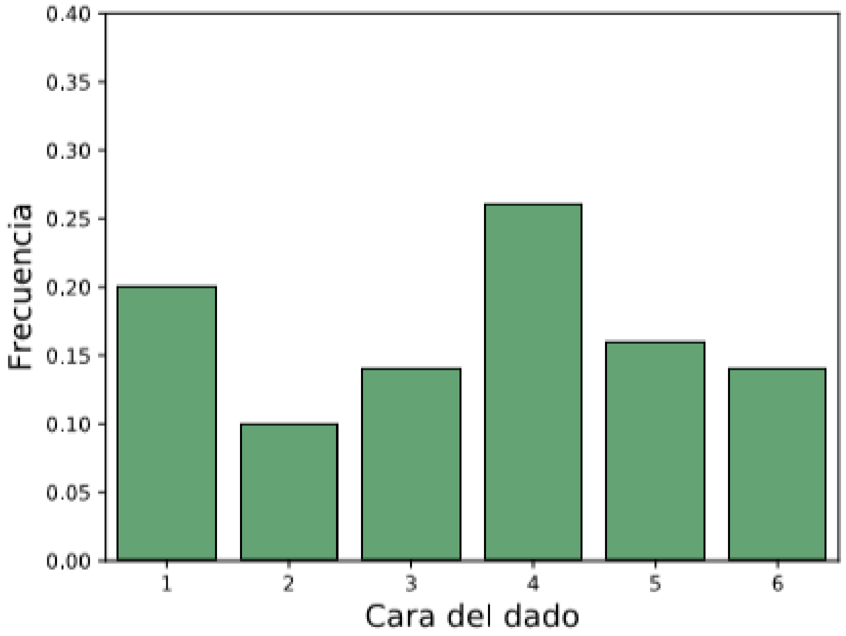
Tirar un dado N = 100 veces




Medir el período de un faro N = 100 veces

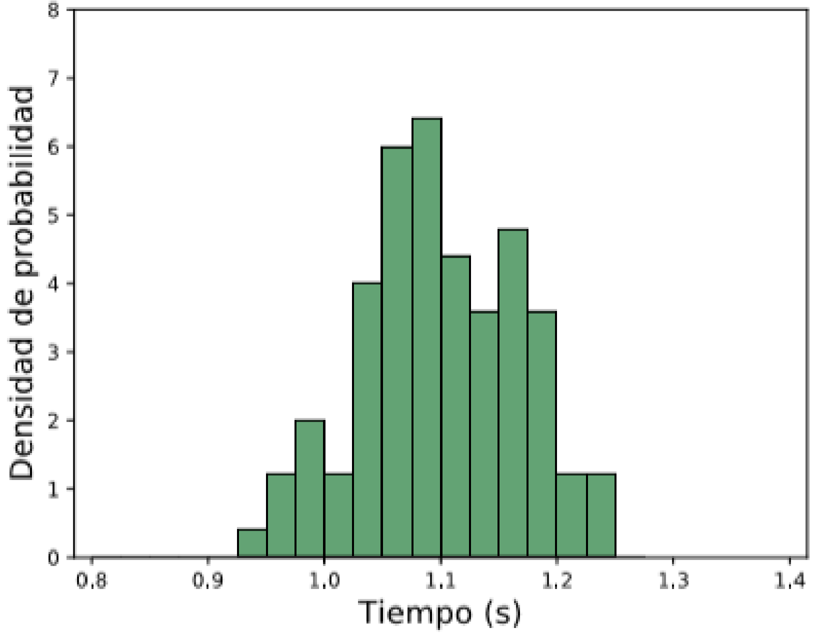


Tirar un dado N = 100 veces




$$F_k = \frac{n_k}{N}$$

Medir el período de un faro N = 100 veces

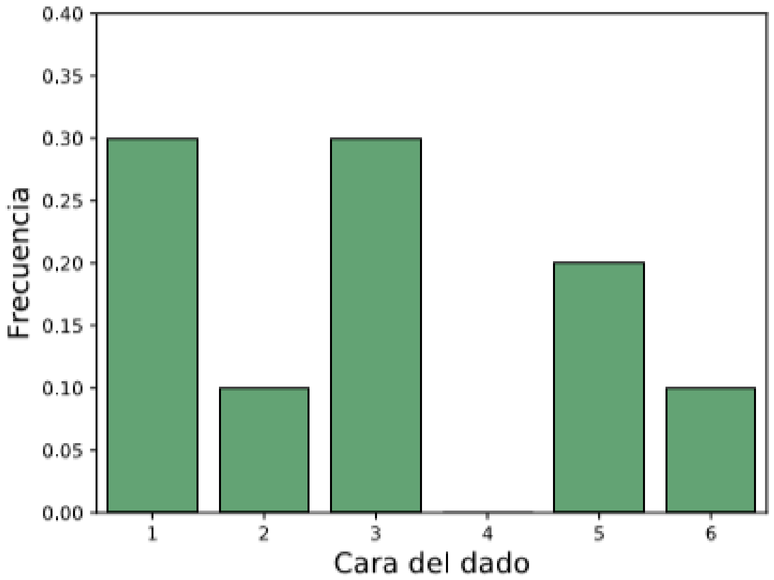


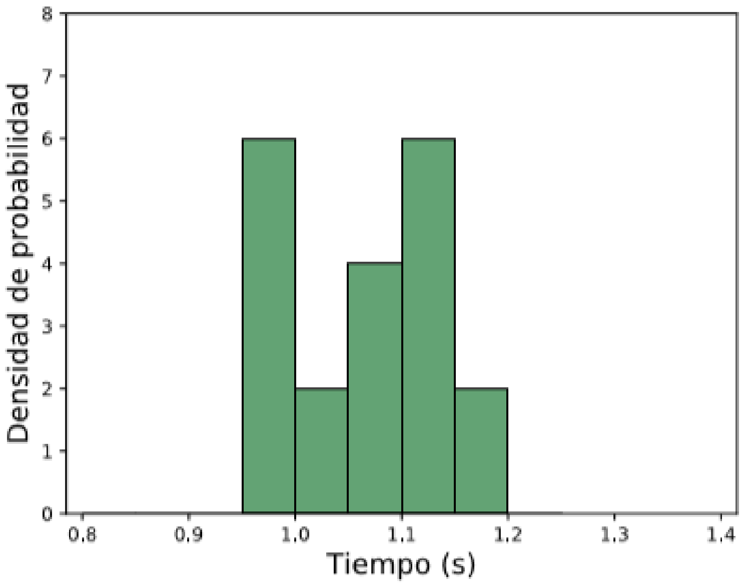

Normalización: $\sum_k F_k = 1$

$F_k = d_k\, a$ con $d_k = \frac{n_k}{a\, N}$

# Distribución de probabilidad

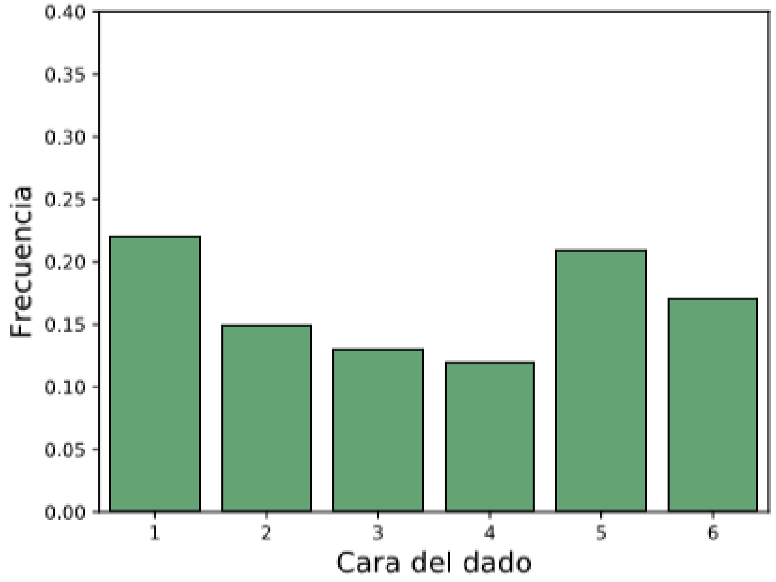
N = 10

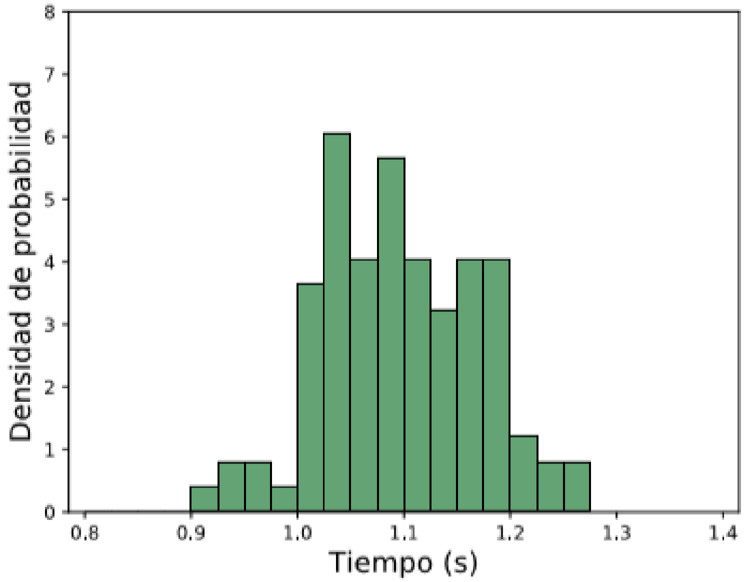


# Distribución de probabilidad

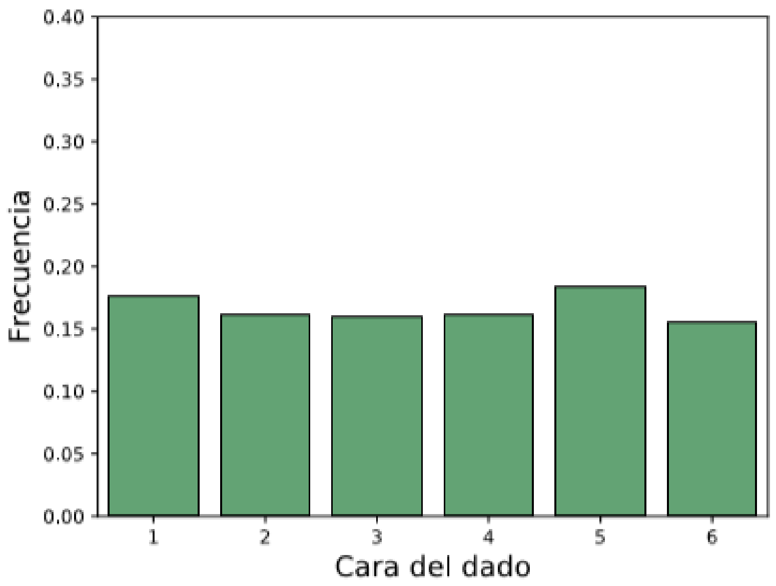
N = 100

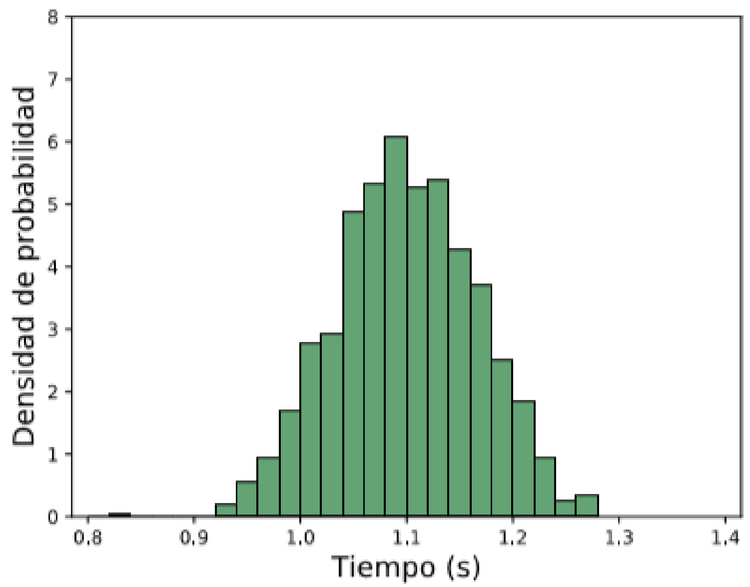


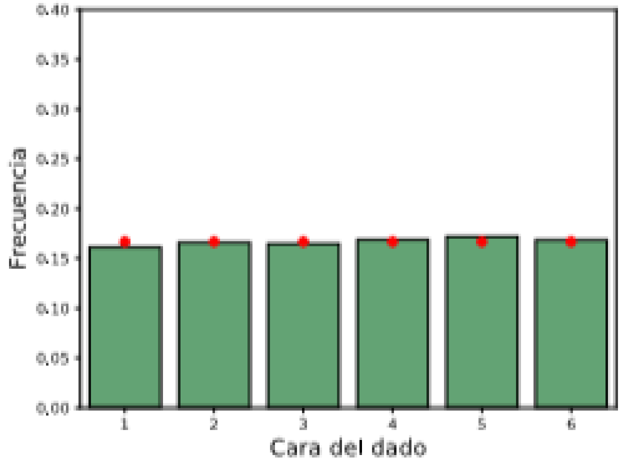
# Distribución de probabilidad

N = 1000



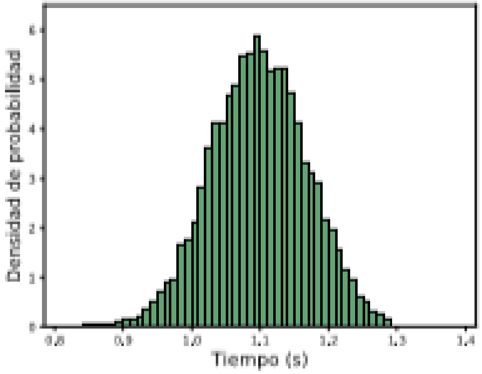



## Discreto



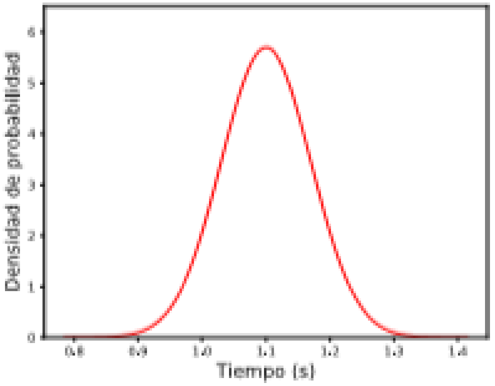

$$F_k \underset{N \to \infty}{\longrightarrow} P_k$$

## Continuo




$$\xrightarrow{\quad}$$

$$N \to \infty$$
$$a \to 0$$




$$F_k \rightarrow f(x)dx$$

$$\sum_k P_k = 1 \longleftarrow \text{Condición de normalización} \longrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

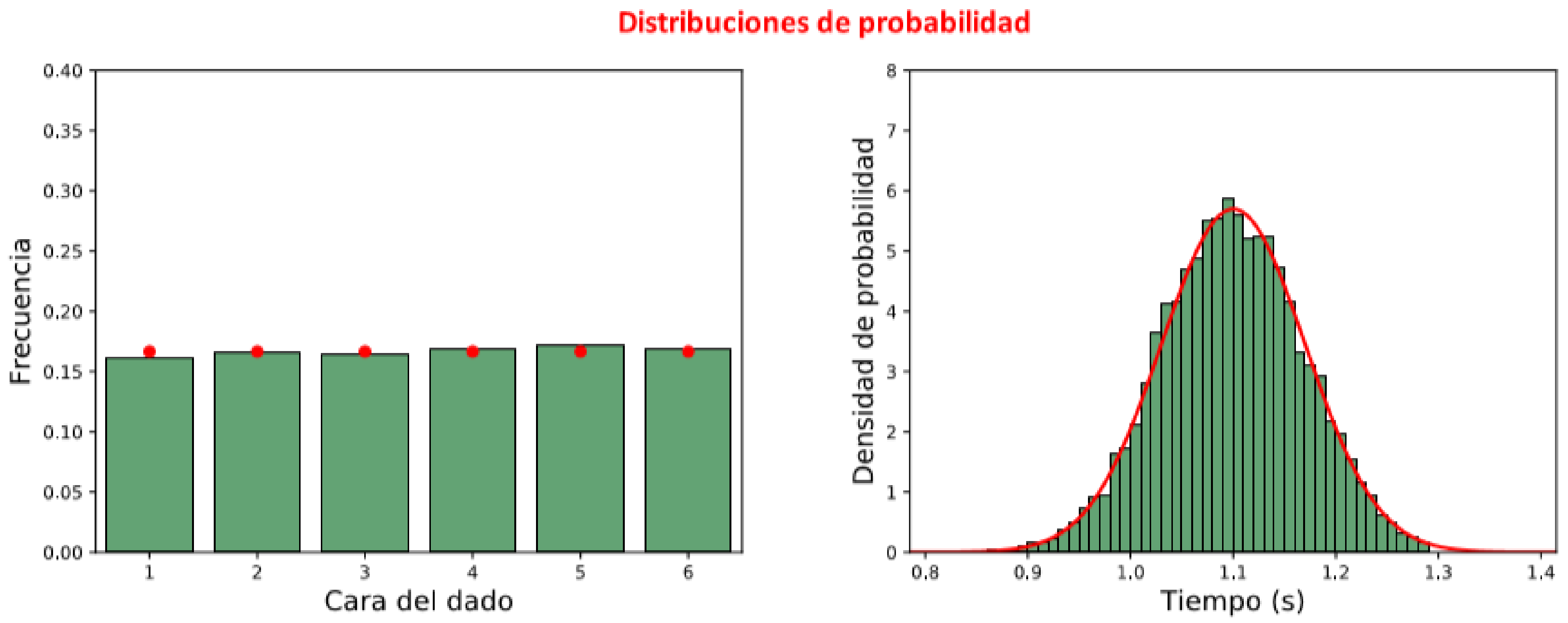
$a$: bin size

$$\boxed{F_k = \frac{n_k}{N}}$$

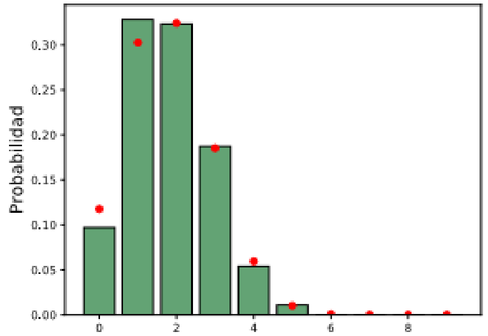
$$\boxed{F_k = d_k\, a \quad \text{con} \quad d_k = \frac{n_k}{a\, N}}$$

# Distribución de probabilidad

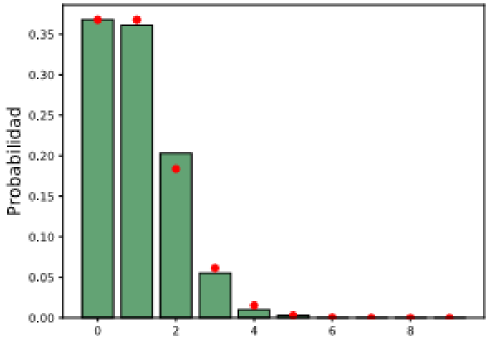
N = 10000



Binomial

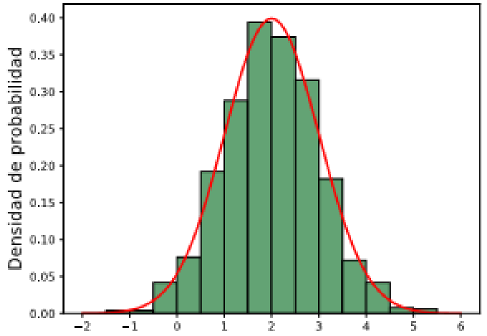



Poisson

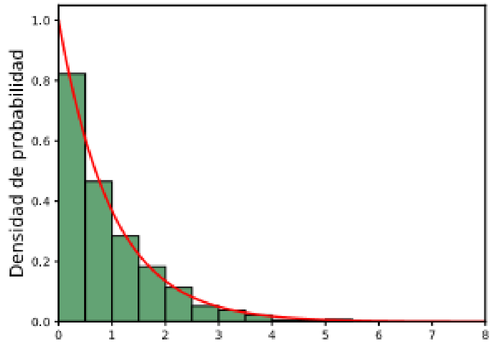


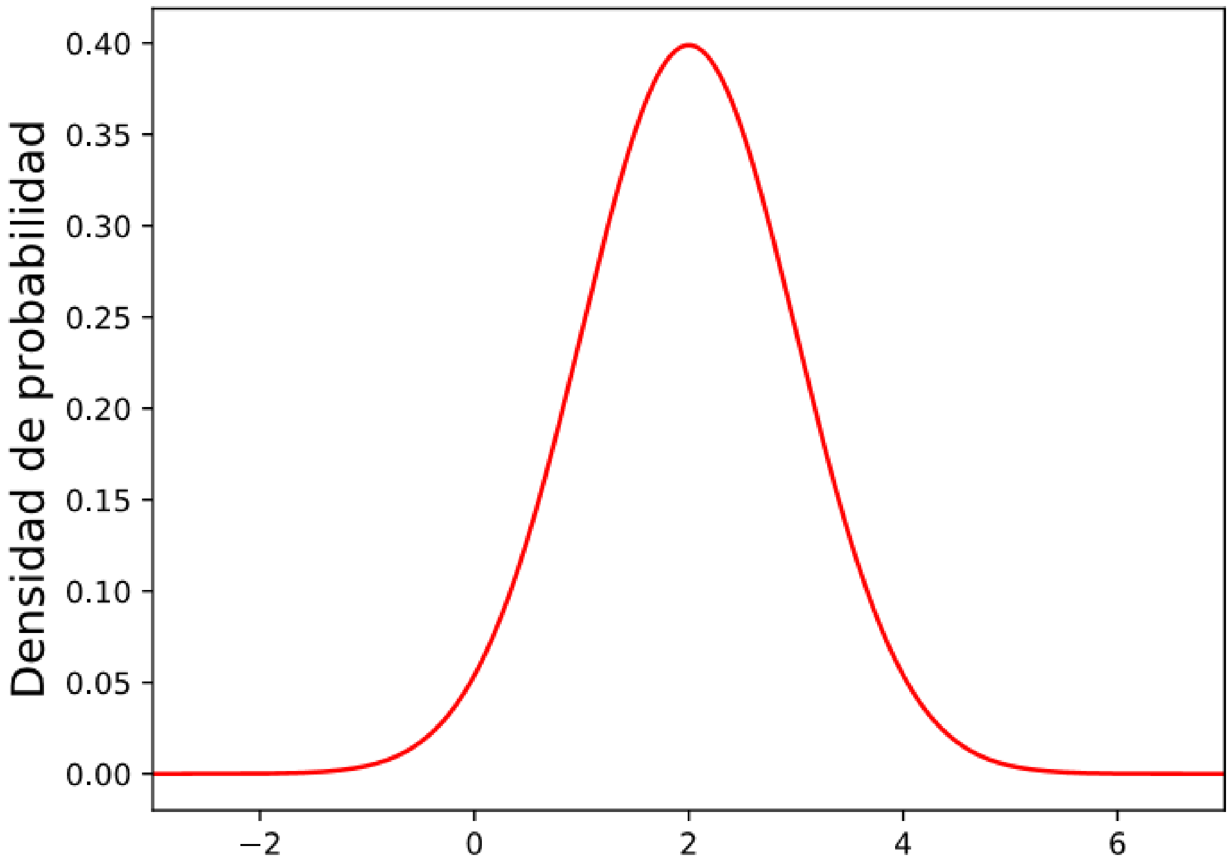

¡La de Gauss no es la única distribución de probabilidad!

Gauss



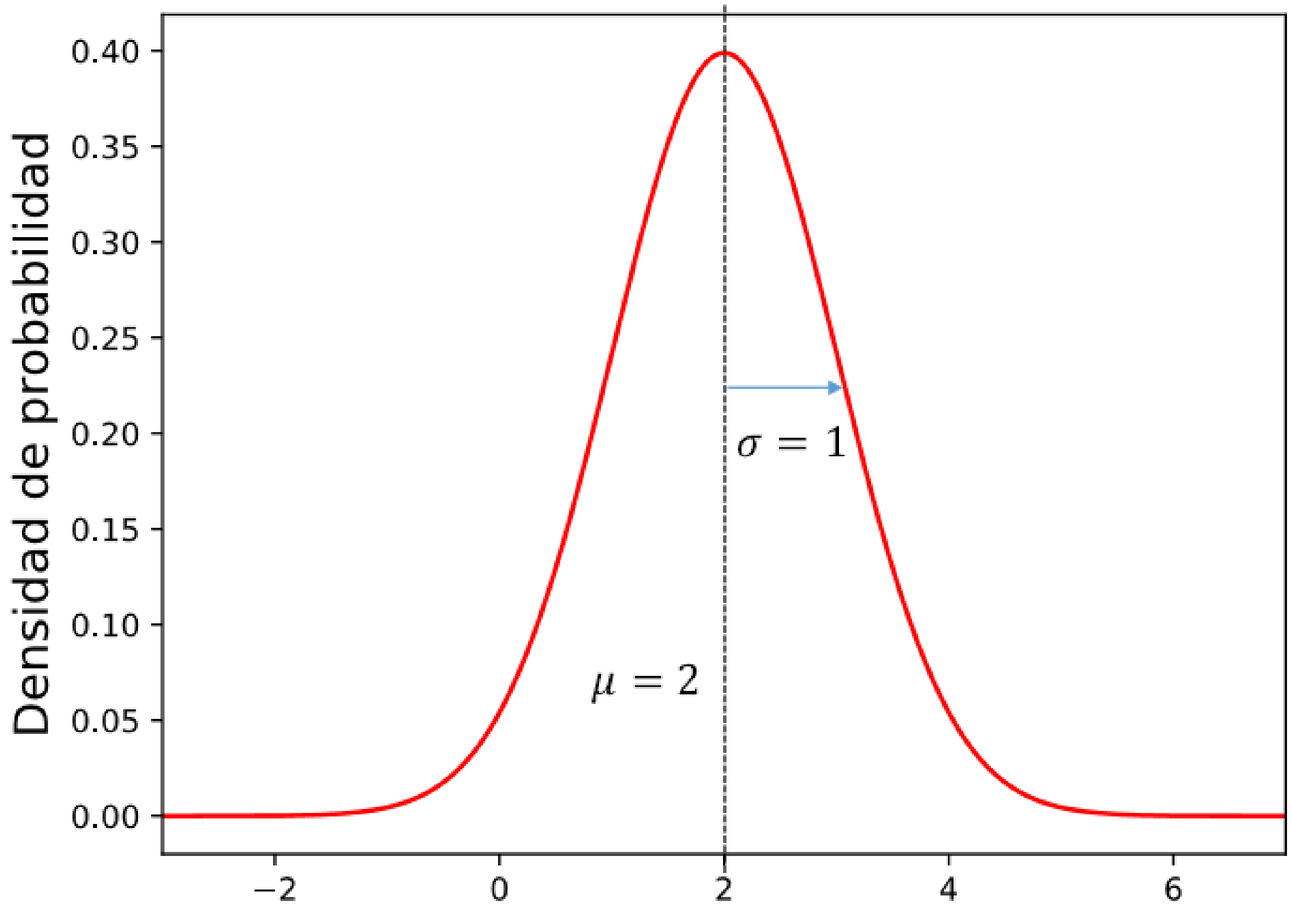

Exponencial






La distribución de Gauss es una buena *aproximación* para muchísimos casos*

$$G_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$




La distribución de Gauss es una buena *aproximación* para muchísimos casos*

$$G_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Caso discreto

**Valor medio** $$E(X) = \frac{1}{N}\sum_k n_k x_k = \sum_k x_k F_k$$

**Varianza** $$VAR(X) = \frac{1}{N}\sum_k n_k (x_k - \bar{X})^2 = \sum_k (x_k - \bar{X})^2 F_k$$

Caso continuo

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$VAR(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{X})^2 f(x) dx$$

**Desviación estándar** $$SD(X) = \sqrt{VAR(X)}$$

Notaciones

$$E(X) \equiv \langle X \rangle \equiv \bar{X}$$

$$VAR(X) \equiv \sigma^2$$

$$SD(X) \equiv \sigma$$

X: variable aleatoria (ej: resultado de una medición)
$x_k$: resultado k-ésimo
x: resultado continuo
x es análogo a $x_k$
$F_k$: frecuencia del resultado $x_k$
*f(x)dx* es análogo a $F_k$
f(x): densidad de probabilidad del resultado x
N: número total de resultados (ej: mediciones)
$n_k$: número de veces que se obtuvo $x_k$

## Media

(Promedio) Suma de datos dividido entre la cantidad de los mismos.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

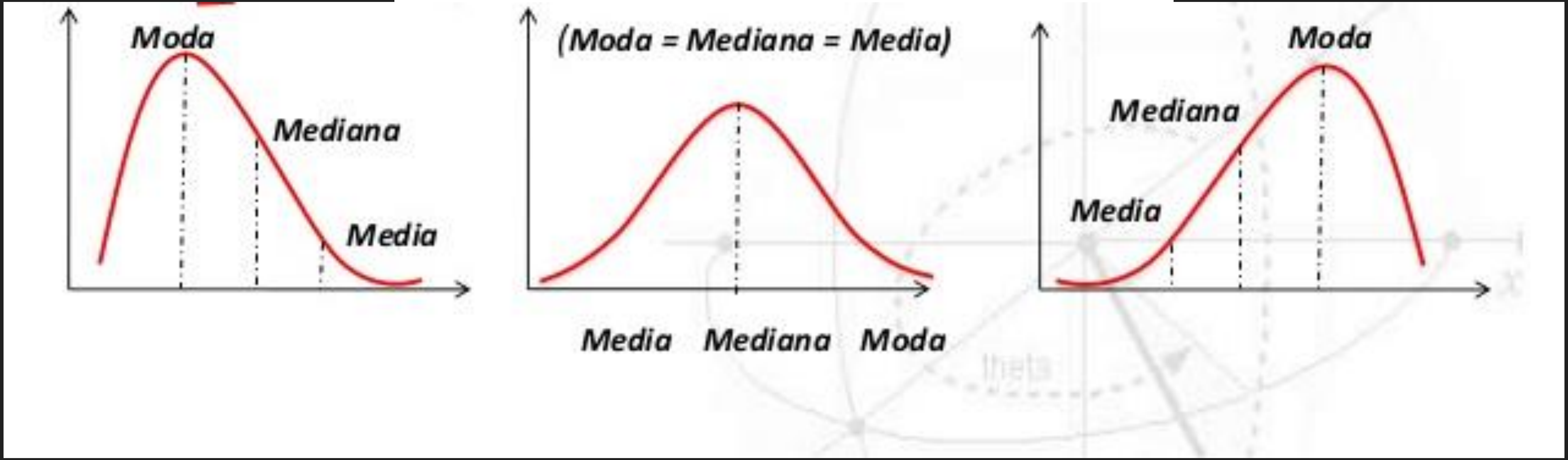
## Moda

Dato que mas se repite. Si son dos es bimodal, si son 3 es trimodal.

## Mediana

Dato central. Si son dos se saca la media de estos.

$med_x$

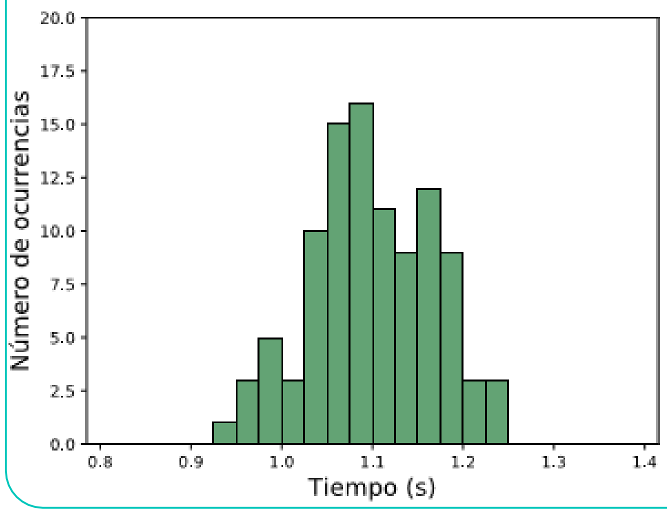


# ESTADISTICA

por ejemplo $\mu$ y $\sigma$ de la gaussiana

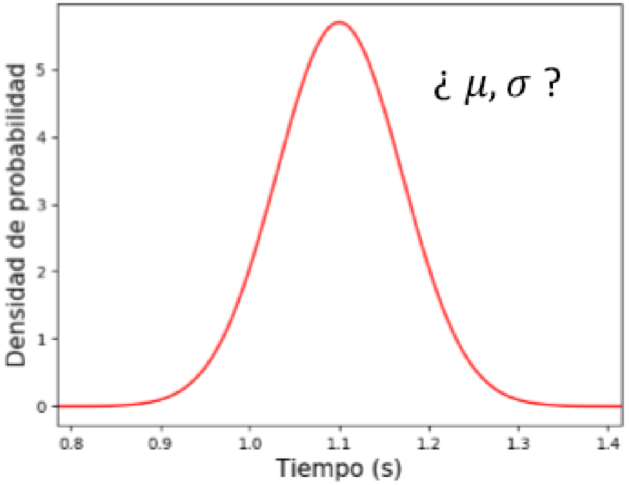
Objetivo: *estimar* los parámetros de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria a partir de los datos.

Datos obtenidos




¿De qué distribución de probabilidad provienen mis datos?

¿




?

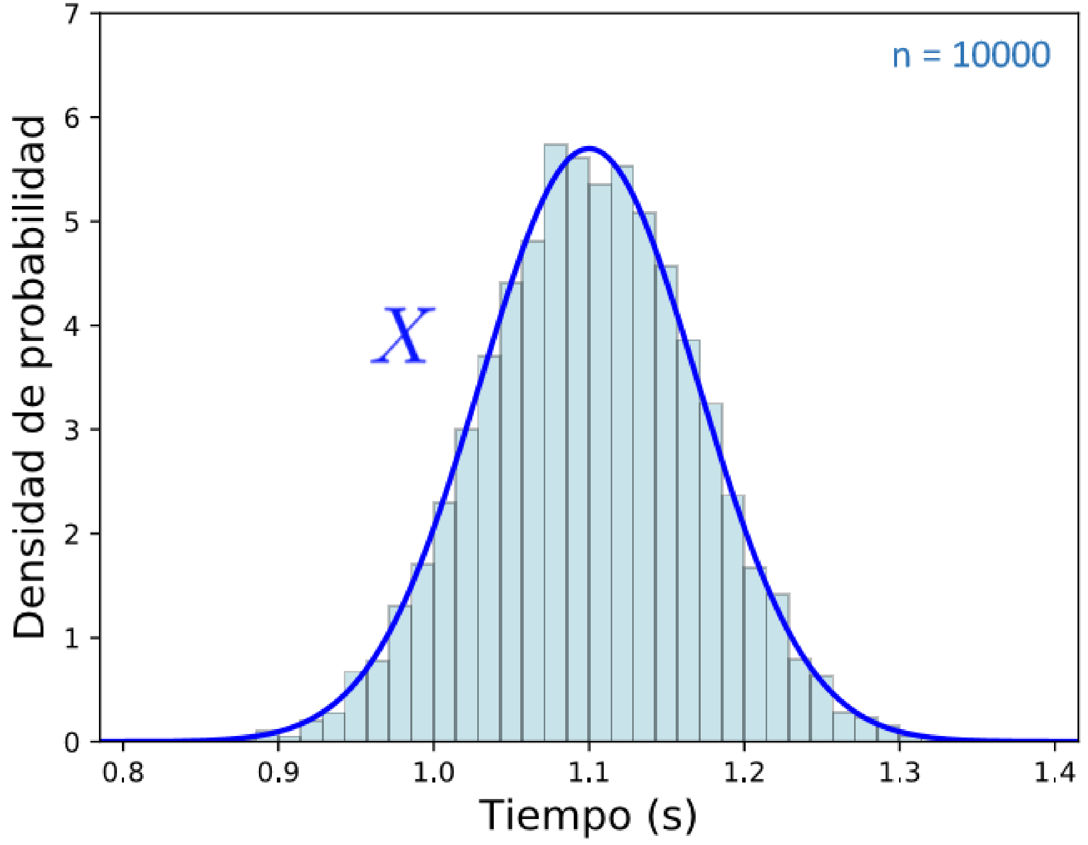
$$\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1} x_i \longrightarrow E(X) = \mu$$

$$S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i} (x_i - \bar{X}_n)^2 \longrightarrow VAR(X) = \sigma^2$$

Son *estimadores*: funciones de los datos medidos $x_i$

Parámetros desconocidos de la distribución de Gauss

n: cantidad de mediciones de la variable aleatoria X realizadas



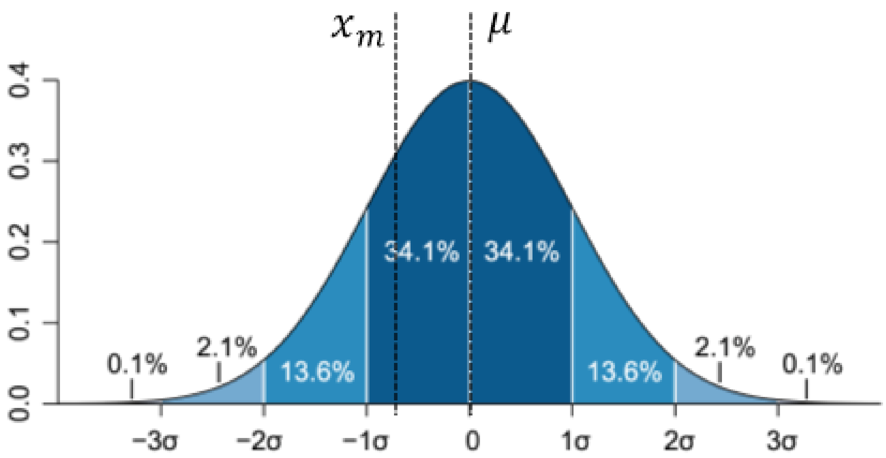

$$\langle X \rangle = 1,100\ s$$

$$\sigma_X = 0,070\ s$$

# Resultado de una medición e intervalo de confianza

*resultado = valor ± error*

ej: T = (1,10 ± 0,07) s




Dos interpretaciones:

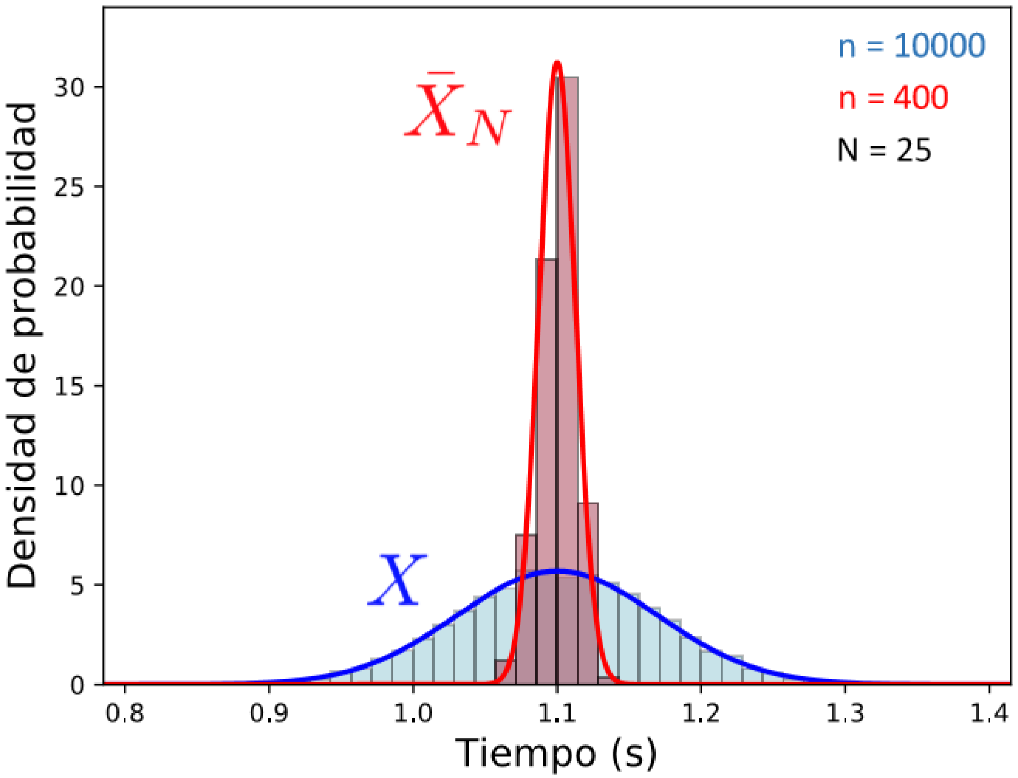
$$Prob\,(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,6827 \longrightarrow$$

La probabilidad de que la *próxima medición* se encuentre entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ es del 68,3%

=

$$Prob\,(X - \sigma \leq \mu \leq X + \sigma) \approx 0,6827 \longrightarrow$$

La probabilidad de que el *valor real* $\mu$ se encuentre entre $x_m - \sigma$ y $x_m + \sigma$ es del 68,3%




$$\langle X \rangle = 1,100\ s$$ promedio de $X$

$$\sigma_X = 0,070\ s$$ desv. estándar de $X$

$$\langle \bar{X}_N \rangle = 1,100\ s$$ promedio de $\bar{X}_N$

$$\sigma_{\bar{X}_N} = 0,014\ s$$ desv. estándar de $\bar{X}_N$

$$\boxed{\sigma_{\bar{X}_N} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{N}}}$$ *

$X$ : variable aleatoria "una medición"

$\bar{X}_N$ : variable aleatoria "promedio de N mediciones"

n: número de cuentas en el histograma

# Error estadístico y error instrumental

Llamaremos *error estadístico* a la desviación estándar de la media de N mediciones $e_{stat} \equiv \sigma_{\bar{X}_N}$

- El error estadístico disminuye a medida que se realizan más mediciones con dependencia $\propto \frac{1}{\sqrt{N}}$
- El error instrumental *no depende* de la cantidad de mediciones realizadas

El error total de una medición es la suma en cuadratura* de todas las contribuciones de error *independientes*.
Si volvemos al ejemplo de la medición del período del faro considerando por ahora solamente el error instrumental (por ej. la precisión para medir tiempo del cronómetro) y el error estadístico (la variabilidad en la medición por parte del experimentador)

$$e_{tot}^2 = e_{stat}^2 + e_{inst}^2$$

¿Cuántas veces es necesario medir para que $e_{stat}^2$ sea despreciable respecto a $e_{inst}^2$?

→ **Desviación Estándar (de la muestra)**

→ Permite predecir probabilidad de hallar valores al medir

→ SD o $\sigma$

→ **Error Estándar**

→ $SD/\sqrt{N}$

→ Incerteza del valor medio $\mu$ o $X_0$

→ SE o $\sigma_{X0}$

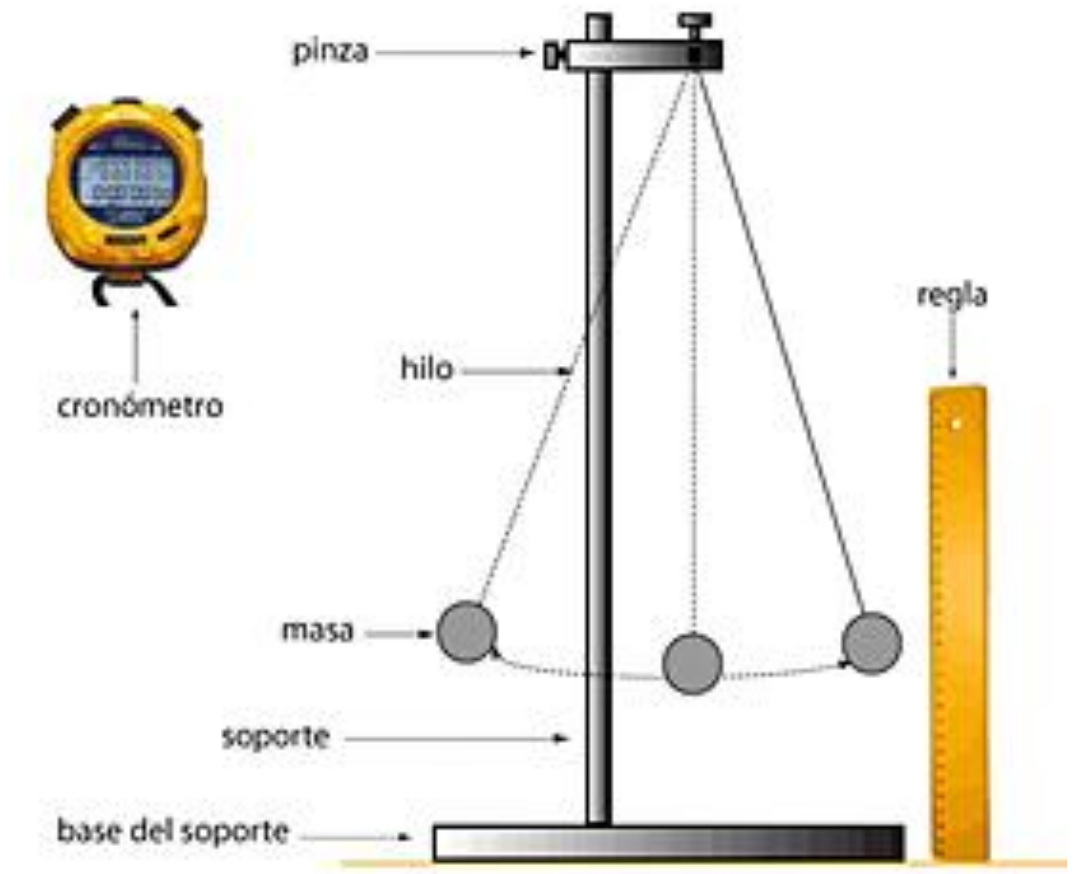
→ **Valor medio**

→ Estimación del valor real que se trata de medir

→ $\mu$ o $X_0$ o $\langle X \rangle$ o $\overline{X}$

# EL EXPERIMENTO!

PENDULO



# ¿Qué variables tengo que tener en cuenta?

- Período → intervalo de tiempo necesario para completar un ciclo repetitivo
- Frecuencia
- Velocidad
- Velocidad angular
- Constante elástica del hilo
- Tensión
- Largo (del hilo? del péndulo?)
- centro de masa
- Gravedad del planeta en el que estoy midiendo
- El viento que entra por la ventana
- El peso del objeto que cuelga

# ¿Cómo medimos el periodo?

# SISTEMÁTICO

# A MEDIR....