Guía 6: Movimiento oscilatorio amortiguado

Turno Mónica Pinkholz - Laboratorio Martes y Viernes
Dept. Física, FCEyN, UBA.

Mayo 2020

Todo sistema físico que se encuentra en equilibrio estable, oscila al ser apartado de su posición de equilibrio. En general, dichos sistemas oscilan además en forma armónica, siempre que la perturbación aplicada lo aparte levemente de su posición de equilibrio. En estas condiciones se puede definir una frecuencia de oscilación, que estará completamente determinada por los parámetros del sistema físico en consideración, y será independiente de las condiciones específicas en las que se pone a oscilar el sistema. Dentro del laboratorio verán ejemplos de movimientos con resortes y péndulos y también en circuitos eléctricos, pero las ecuaciones y sus soluciones se aplican a una infinidad de casos a lo largo de todas las ciencias naturales y sociales.
Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características fundamentales del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

1. Introducción

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire, aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles) con el tiempo, ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. La forma en la que el movimiento se amortiguará depende de la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio de la siguiente forma:

$$F_f = -b\, v \tag{1}$$

donde F_f es la fuerza de fricción del fluido, v la velocidad y b es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt} + \frac{b}{m}\,\frac{dx}{dt} + \omega_0^2\, x = 0 \tag{2}$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados, y de la relación entre ellos. Se define la constante de amortiguamiento del fluido [1] λ como:

$$\lambda = \frac{b}{2\,m} \tag{3}$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado. Si $\lambda^2 < w_0^2$ nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = A\,e^{-\lambda\,t}\ \cos(\omega\,t + \phi) + x_0 \tag{4}$$

donde x_0 es la posición de equilibrio, A y ϕ son constantes a determinar, y ω es la frecuencia de oscilación del sistema, que puede expresarse como:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \tag{5}$$

En nuestro experimento estamos midiendo la aceleración. Podemos calcularla a partir de la ecuación 4 derivando dos veces, obteniendo una expresión de la forma:

$$\ddot{x}(t) = A_0\,e^{-\lambda\,t}\ \cos(\omega\,t + \phi_0) \tag{6}$$

donde A_0 es una aceleración inicial y ϕ_0 una fase inicial, que pueden diferir de A (posición inicial) y ϕ.

2. Actividades

Se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas de un sistema masa-resorte amortiguado. En la práctica de laboratorio presencial se utiliza un resorte con una masa, que se sumerge parcialmente en agua para obtener un comportamiento amortiguado. En los dispositivos que armamos en casa, con banditas elásticas, globos, elásticos y slinkies, observamos comportamientos amortiguados sin necesidad del fluido viscoso. Esto se debe en parte a la presencia del aire, pero principalmente a las propiedades mecánicas de los materiales utilizados como resortes. Por esto, no es necesario, en principio, tomar nuevas medidas. Vamos a analizar los mismos datos adquiridos en la práctica anterior, de movimiento oscilatorio simple.

Utilizando el método dinámico de la práctica anterior, tome registro del movimiento para una única masa. Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento de tres maneras distintas:

1. Identifiquen los picos (máximos y/o mínimos) de la aceleración medida, y grafíquelos por separado ¿A qué función debería corresponder según el modelo? Hagan un ajuste no lineal utilizando la expresión correspondiente.

[1] ¡OJO! En muchas referencias la notación de b y λ es distinta, y deberán volver a las ecuaciones de movimiento para interpretar correctamente los resultados.

2. Transformen los datos de los picos para linealizar, y realicen un ajuste lineal de las alturas de los picos. Obtengan el valor de λ correspondiente.

3. Realicen un ajuste no lineal de los datos completos de aceleración, utilizando de la ecuación 6, para obtener todos los parámetros (ω, λ, A_0 y ϕ_0), y calcule el valor de ω_0. Interprete el significado de todos estos parámetros.

Estudie la precisión, exactitud y "utilidad" de cada uno de los métodos propuestos, y compárelos.