Física 1 (Q): Laboratorios

1er. Cuatrimestre 2020

JTP Laura Ribba, Diego Shalom, Marcelo Luda
Ay. 1ra: Griselda Mingolla, Santiago Estevez Areco
Cátedra Pickholz

PRÁCTICA 6: Movimiento oscilatorio amortiguado

Movimiento armónico simple: Si en el movimiento periódico la fuerza de restitución F_x es directamente proporcional al desplazamiento x, el movimiento se denomina armónico simple (MAS). En muchos casos, esta condición se satisface si el desplazamiento con respecto al equilibrio es pequeño. La frecuencia angular, la frecuencia y el periodo en un MAS no dependen de la amplitud, sólo dependen de la masa m y la constante de fuerza k. En un MAS, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son funciones senoidales del tiempo; la amplitud A y el ángulo de fase ϕ de la oscilación están determinados por la posición y velocidad iniciales del cuerpo.

$$F_x = -kx \tag{13.3}$$

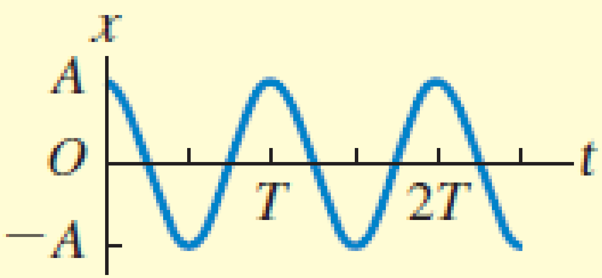
$$a_x = \frac{F_x}{m} = -\frac{k}{m}x \tag{13.4}$$

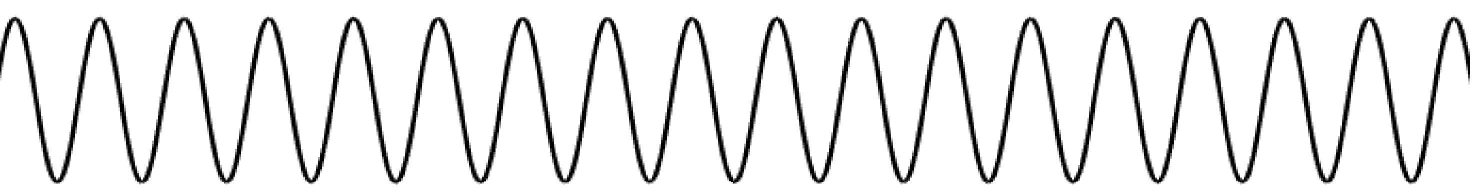
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13.10}$$

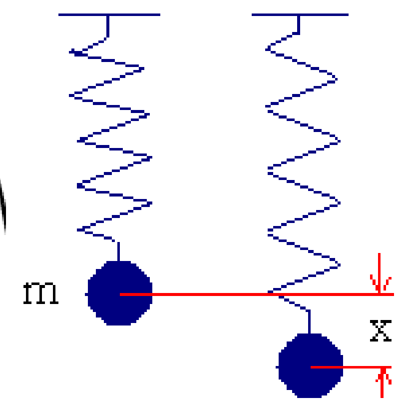
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13.11}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{13.12}$$

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{13.13}$$



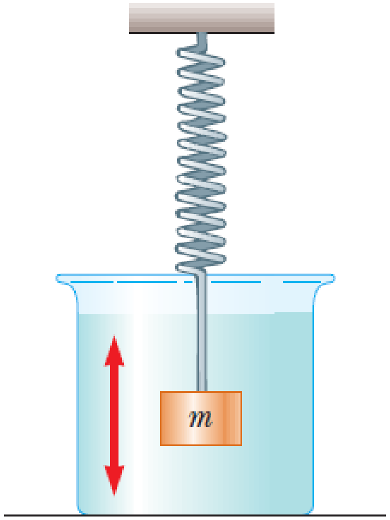




Pero la experiencia cotidiana nos dice que nada oscila para siempre…

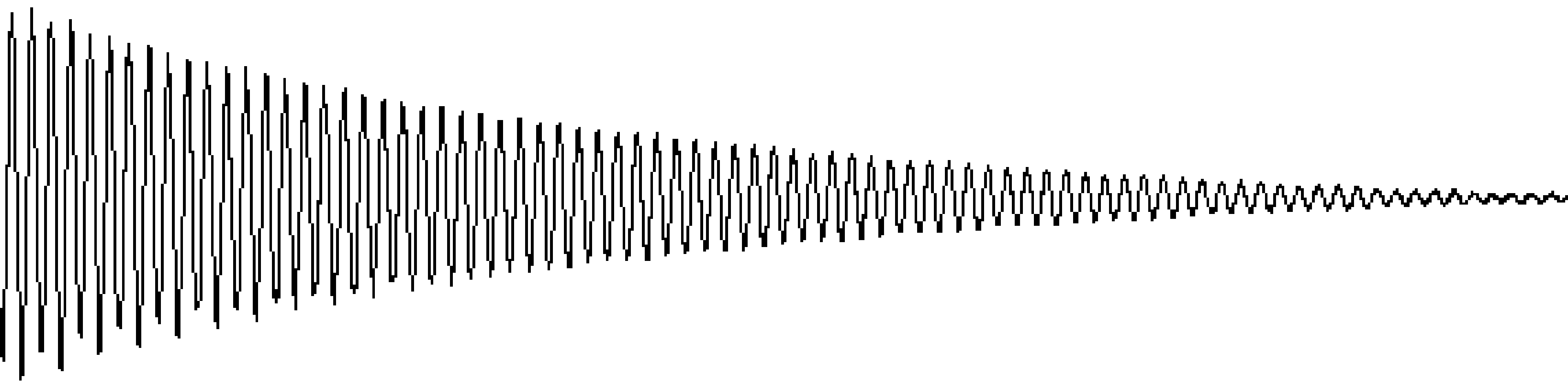
Fuerza viscosa, o de fricción:

- Proporcional a la velocidad
- Sentido contrario a esta
- Se opone al movimiento



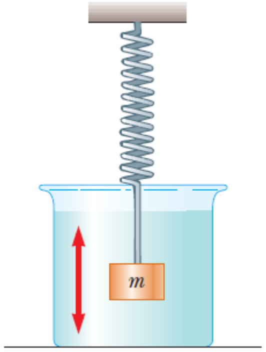
$$F_f = -b\,v$$

Un ejemplo de un oscilador amortiguado es un objeto unido a un resorte y



Ecuación a resolver

$$-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$



Proponemos la solución

$$x(t) = A\,e^{-\lambda t}\,\cos(\omega\,t + \phi)$$

Y verificamos que la cumple cuando:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$ La nueva frecuencia a la que oscila el sistema

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frecuencia natural, a la que oscilaría si no hubiera fricción

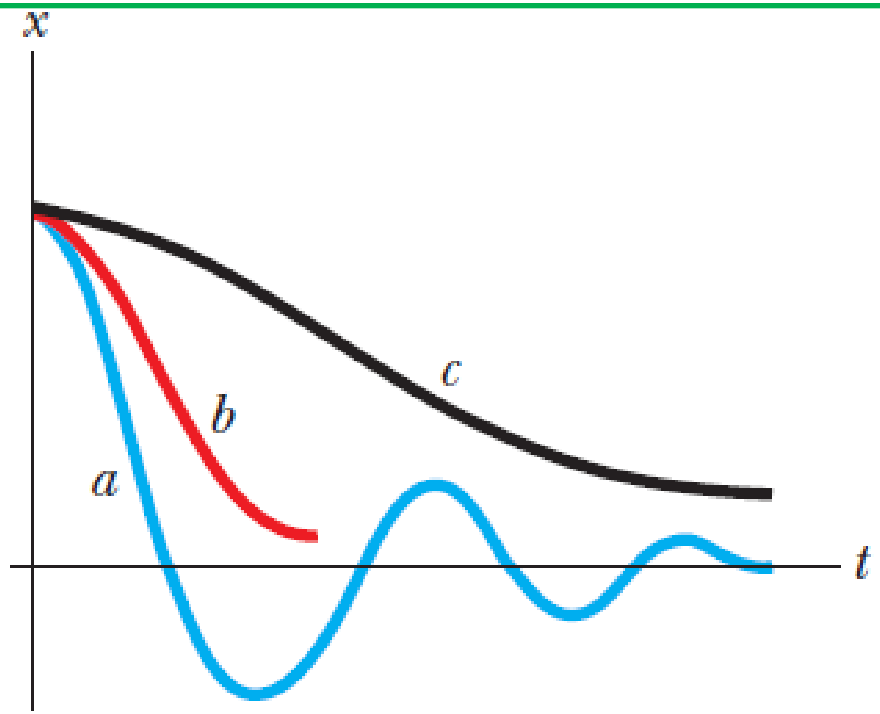
$$\lambda = \frac{b}{2\,m}$$

Constante de amortiguamiento del fluido

Tres casos, dependiendo de los valores de los parámetros

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

a- Si $\lambda < \omega_o$ el sistema está subamortiguado → oscila



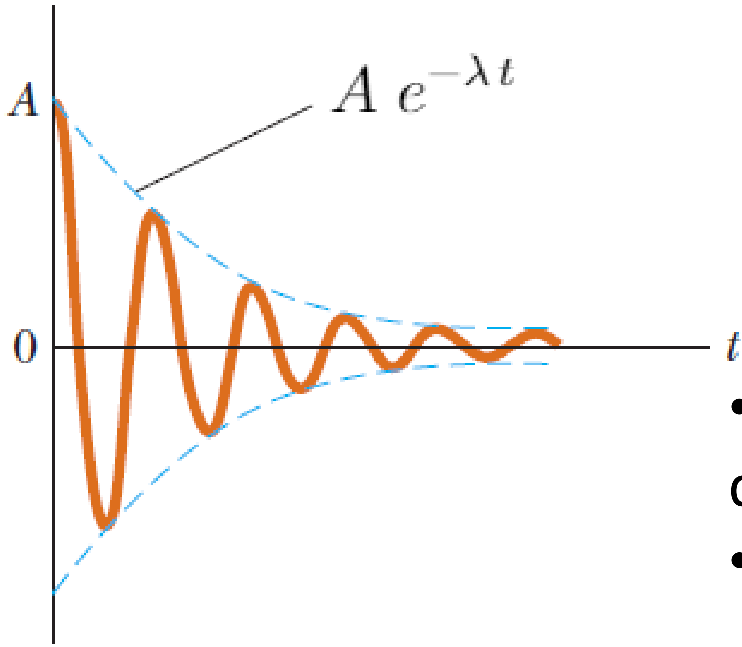
b- Si $\lambda = \omega_o$ el sistema está **críticamente amortiguado**

c- Si $\lambda > \omega_o$ el sistema está **sobreamortiguado**

No oscila

En el caso subamortiguado (el más divertido, porque oscila)

$$x(t) = A\, e^{-\lambda t}\, \cos(\omega\, t + \phi)$$



Gráfica de posición en función del tiempo para un oscilador amortiguado. Note la disminución en amplitud con el tiempo.

- Período constante, independiente de la amplitud.
- Amplitud decae exponencialmente

Esta expresión tiene 4 parámetros

$$x(t) = A\, e^{-\lambda t}\ \cos(\omega\, t + \phi)$$

λ y ω dependen de las características del sistema (masa, resorte, viscosidad)

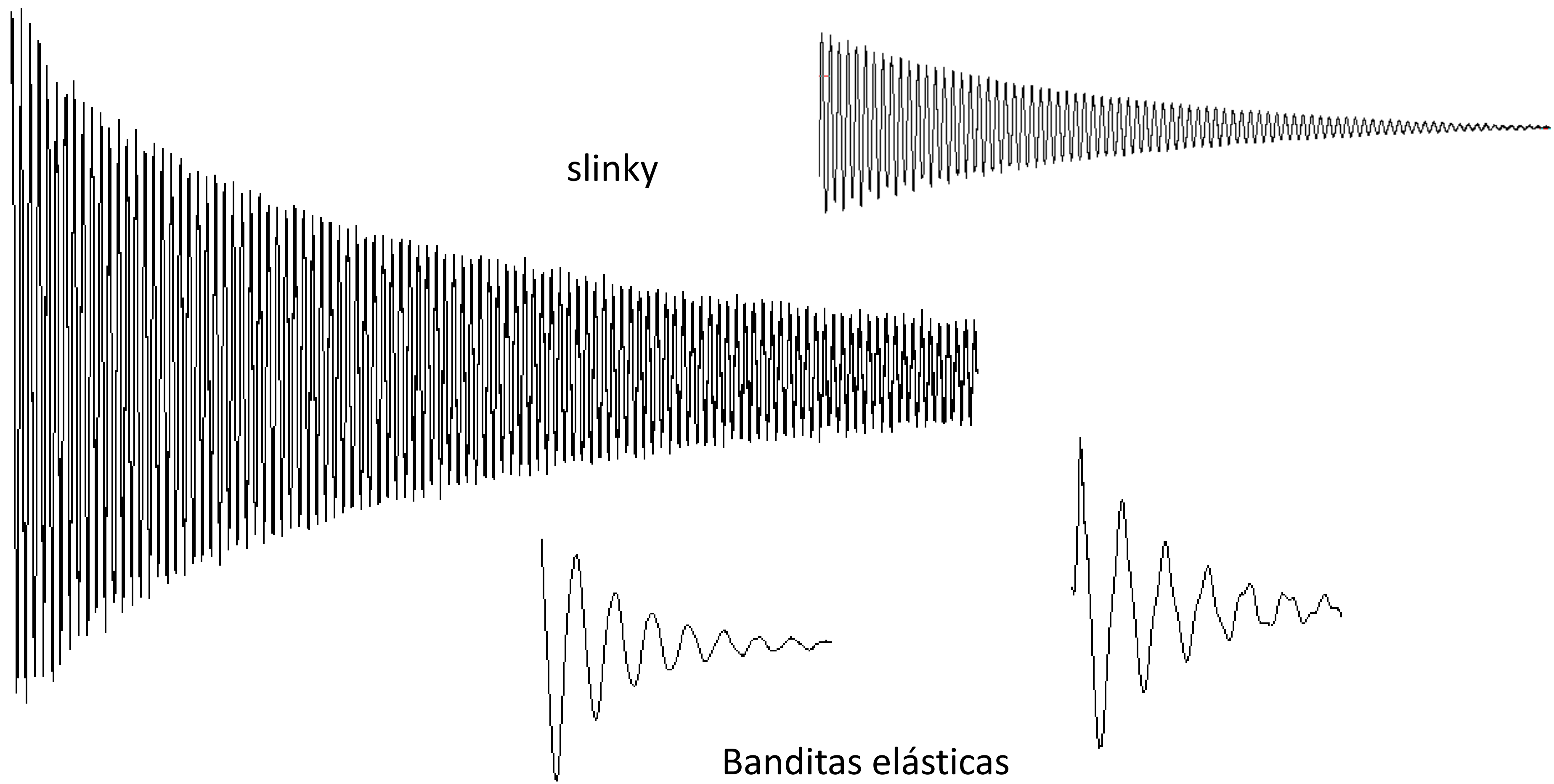
¿A y ϕ ? dependen de las condiciones iniciales (la manera en que se lanza, velocidad y posición iniciales)

¡Al simulador!

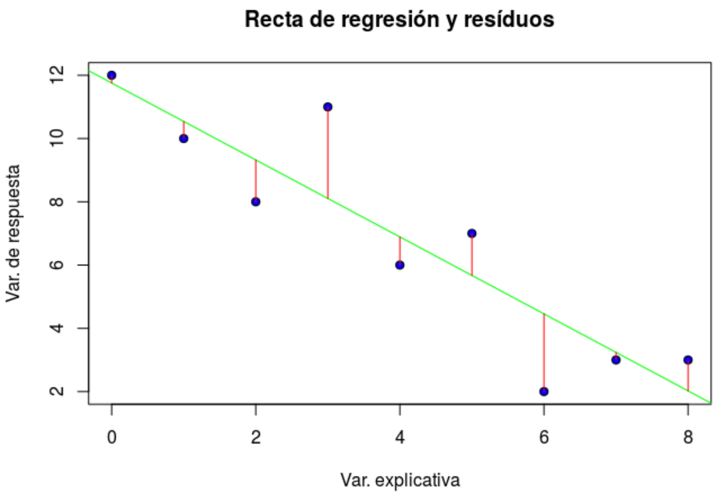
https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_es.html
Google -> “phet resortes”

¿Cómo sabemos si lo que medimos se corresponde a ese modelo?

$$x(t) = A\, e^{-\lambda t}\ \cos(\omega\, t + \phi)$$



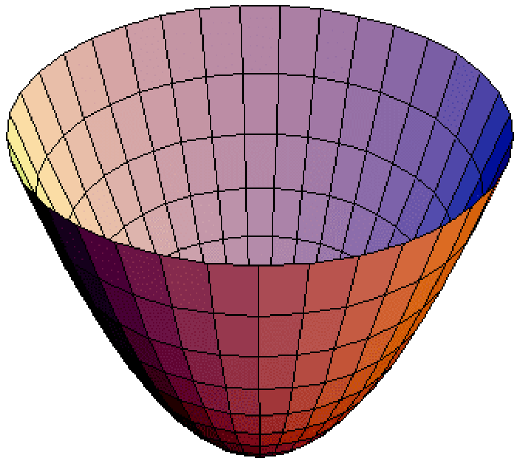
Ajuste lineal vs ajuste no lineal

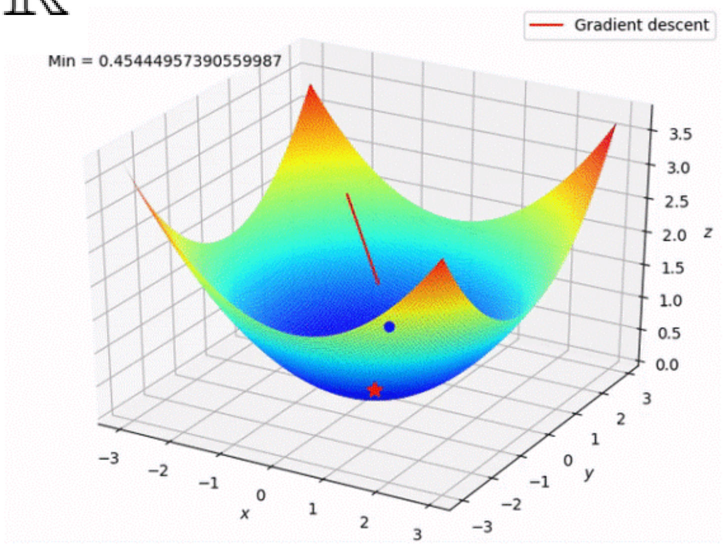


$$S^2 = \sum_{i}^{N} {\delta_i}^2 = \sum_{i}^{N} [y_i - f(x_i)]^2$$

$$S^2 = \sum_{i}^{N} [y_i - (a.x_i + b)\,]^2$$

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$



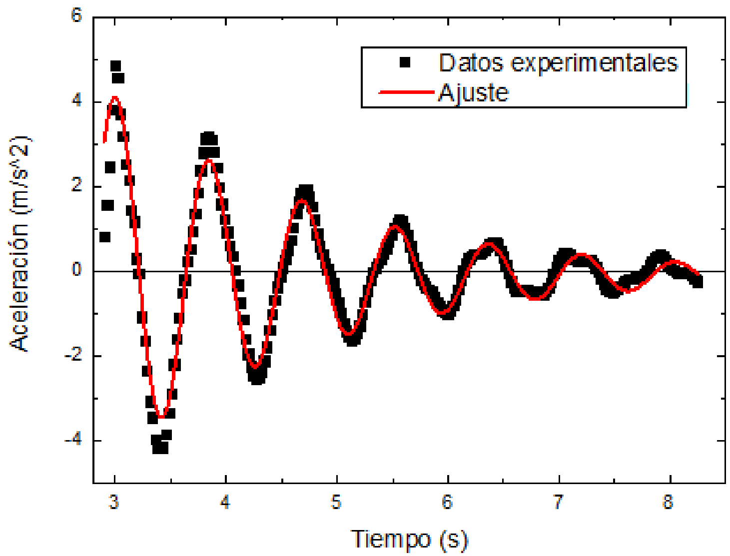


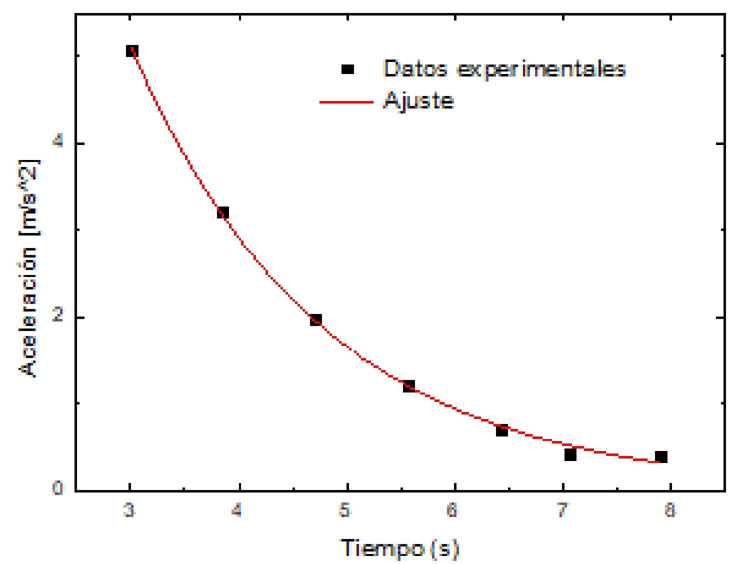
- a, b parámetros libres
- Un único mínimo
- Existe una solución analítica (derivando e igualando a 0)

Ajuste lineal vs ajuste no lineal

$$f : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$$

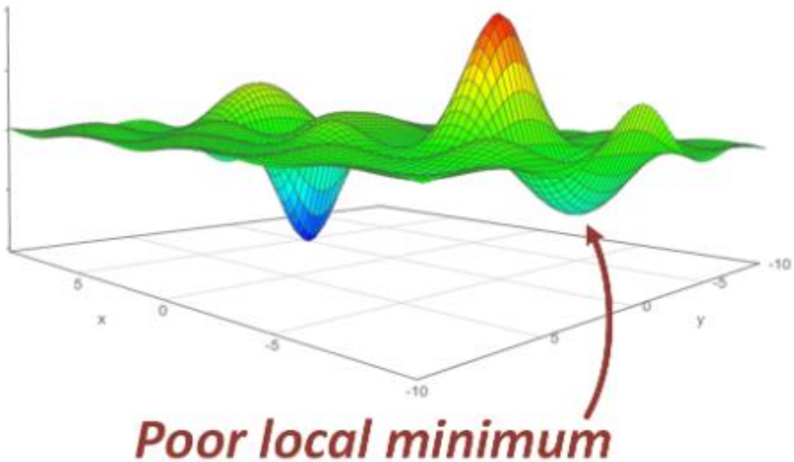
$$S^2 = \sum_{i}^{N} [y_i - f(x_i)]^2$$

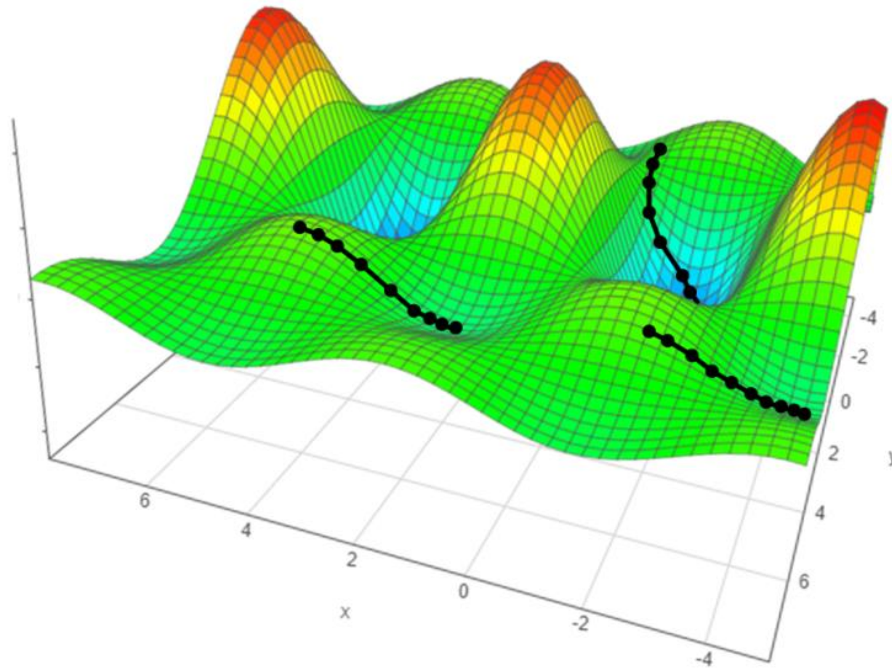




- Muchos parámetros
- Muchos mínimos locales
- No hay solución analítica, hay que resolver numéricamente
- Sensible a valores iniciales de los parámetros de ajuste

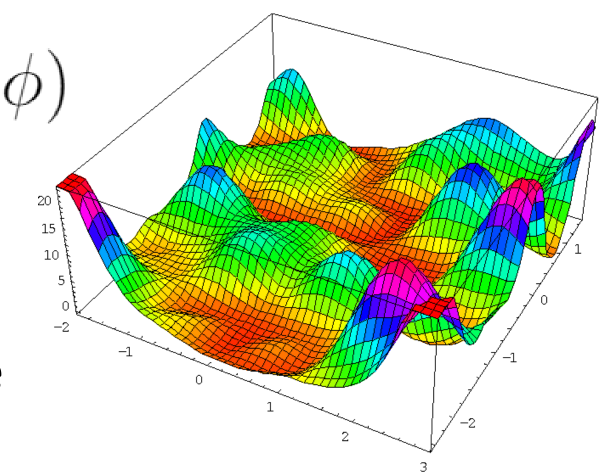
Ajuste lineal vs ajuste no lineal





$$S^2 = \sum_{i}^{N} [y_i - f(x_i)]^2$$

Ej.: $f(x) = A\, e^{-\lambda x} \cos(\omega\, x + \phi)$
$(A, \lambda, \omega, \phi)$



- Muchos parámetros
- Muchos mínimos locales
- No hay solución analítica, hay que resolver numéricamente
- Sensible a valores iniciales de los parámetros de ajuste

Determinar λ de tres maneras distintas

1. Identifiquen los picos (máximos y/o mínimos) de la aceleración medida, y grafíquelos por separado ¿A qué función debería corresponder según el modelo? Hagan un ajuste no lineal utilizando la expresión correspondiente.

$$Y = A\, e^{-\lambda\, t}$$

2. Transformen las variables y realicen un ajuste lineal de las alturas de los picos. Obtengan el valor de λ correspondiente.

$$Y = A\,e^{-\lambda\,t}$$

$$\ln Y = \ln\left(A\,e^{-\lambda\,t}\right)$$

$$\ln Y = \ln A + \ln\left(e^{-\lambda\,t}\right)$$

$$\underbrace{\ln Y}_{Y'} = \ln A - \lambda\,t$$

(OJO: ln, log, $\log_{10}$, $\log_e$)

3. Realicen un ajuste no lineal de los datos obtenidos, utilizando de la ecuación 6, para obtener todos los parámetros (ω, λ, A_0 y ϕ_0), y calcule el valor de ω_0. Interprete el significado de todos estos parámetros.

$$x(t) = A\, e^{-\lambda t}\ \cos(\omega\, t + \phi)$$

¡Al Origin!