

Tabla 2. *Propiedades físicas del wolframio.*

Estado de la materia	Sólido
Punto de fusión	3.695 K (3.422 °C)
Punto de ebullición	5.828 K (5.555 °C)
Entalpía de vaporización	824 kJ/mol
Entalpía de fusión	35,4 kJ/mol

al nombre, se aceptan ambos, tungsteno o wolframio, aunque sus compuestos usan el nombre de wolframio. Es decir, se dirá wolframatos y no tungstanatos.

El wolframio pertenece al grupo VIA del sistema periódico de los elementos y pertenece a los elementos de la tercera serie de transición. Es uno de los metales pesados.

## REACTIVIDAD QUÍMICA

El wolframio es inerte frente al aire y al oxígeno a temperatura ambiente. Comienza a oxidarse a los 400 °C. No reacciona con el hidrógeno. Tampoco reacciona con agua, salvo a altas temperaturas a las que forma el trióxido. Se oxida también a trióxido con NO, NO<sub>2</sub> y N<sub>2</sub>O a altas temperaturas. El flúor lo ataca a temperatura ambiente, el cloro a unos 300 °C y el yodo a unos 800 °C, reacciona a altas temperaturas con boro, silicio, carbono, azufre, nitrógeno, selenio y telurio, for-

mando compuestos binarios. Forma carburos con el CO y nitruros con el amoniaco.

A menos de 100 °C no es atacado por la mayoría de los ácidos y las bases. Sin embargo, es atacado rápidamente por una mezcla de ácido fluorhídrico y nítrico a temperatura ambiente y por el agua regia a 100 °C.

Con bases reacciona lentamente en presencia de oxígeno y rápidamente con mezclas de NaOH y oxidantes.

Son muy numerosas las aleaciones que forma con otros metales.

## APLICACIONES INDUSTRIALES Y COMERCIALES DEL WOLFRAMIO

El wolframio se usa en los filamentos de las lámparas incandescentes, en resistencias eléctricas y, aleado con el acero, en la fabricación de herramientas. Se usa también en los alambres en hornos eléctricos y en

la producción de aleaciones de acero duros y resistentes. Se utiliza en la fabricación de bujías de encendido, contactos eléctricos, herramientas de corte y placas en tubos de rayos X. Se usa también en la industria militar y como material de barras de control de reactores nucleares debido a su capacidad de absorción de neutrones. Cuando se adiciona al hierro o al acero, el tungsteno mejora la dureza y la fuerza a temperaturas elevadas. El carburo de tungsteno (representa el 38% de todo el W) ha reemplazado al diamante en muchas aplicaciones para troqueles. Es uno de los mejores materiales para herramientas duras y retiene sus propiedades a altas temperaturas. El tungsteno metálico puro en alambre, barra y lámina (15%) es importante en lámparas eléctricas, productos electrónicos e industria eléctrica. Otras aplicaciones son varillas para soldar, blancos para rayos X, alambres de plomo, placas de distribuidores de automóviles y aeronaves,... Los heteropolícompuestos de wolframio y/o molibdeno se usan como catalizadores para la obtención de intermediarios o productos de química fina.

Davinia Blasco Jiménez,  
Elizabeth Perozo Rondón,  
Vanessa Calvino Casilda,  
Santiago Ferrera Escudero,  
M.<sup>a</sup> Jesús Ávila Rey,  
Antonio J. López Peinado  
y Rosa M.<sup>a</sup> Martín Aranda  
Dpto. de Química Inorgánica  
y Química Técnica

## TALLER Y LABORATORIO

### Experimento casero: Péndulo de torsión Medida de fuerzas pequeñas

#### INTRODUCCIÓN

En el año 1777, el físico e ingeniero militar francés Charles Augustin Coulomb (1736-1806) ideó una balanza de torsión (ver Figura 1) con la que estableció su

famosa ley sobre la atracción electrostática en 1785. Pocos años después, en 1798, el físico y químico británico Henry Cavendish (1731-1810) utilizó una balanza del mismo tipo para poner en evidencia la atracción gravitatoria entre los cuerpos y determinar la densidad de la Tierra. En ambos casos se realizaban medidas de fuerzas sumamente pequeñas. En el caso de Cavendish las fuerzas involucradas eran inferiores a la diezmilésima de N (el peso de una pulga), mientras que en el caso de Coulomb podían alcanzar la milésima o la centésima de N (el peso de un globo infantil).

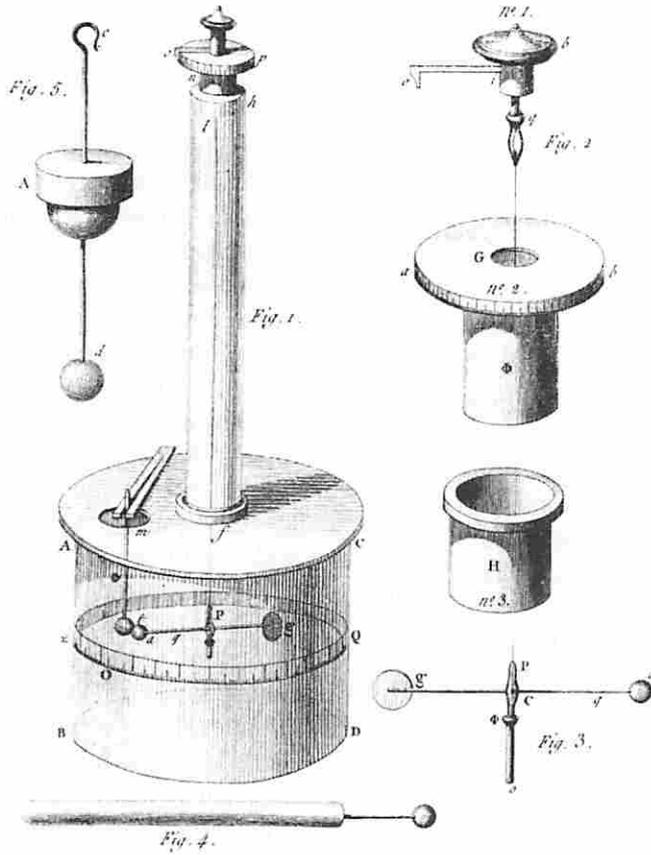


Figura 1. Balanza de torsión utilizada por Coulomb para establecer su famosa ley sobre la atracción electrostática.

### BALANZA DE TORSIÓN

La balanza de torsión (o péndulo de torsión como también se la denomina) está constituida esencialmente por un hilo fino de acero, plata u otro material colocado verticalmente, con el extremo superior fijo y de cuyo extremo inferior está suspendida horizontalmente por su parte central una barra rígida de longitud  $l$  y masa  $m_b$ . En los extremos de ésta se colocan dos esferas<sup>1</sup> de masa  $m$  de manera que la barra se mantenga siempre en el plano horizontal. En el equilibrio, cuando el hilo no está retorcido, la barra se orienta en una determinada dirección, que tomaremos como origen de ángulos (ver Figuras 2a y 2b).

Cuando separamos la barra de su posición de equilibrio y la soltamos después, comienza a oscilar en torno al eje vertical. El periodo  $T$  de oscilación depende del momento de inercia  $I$  del sistema respecto al eje de giro y de la resistencia del alambre a la torsión, representada por una determinada constante elástica  $K$ . Esto sugirió a Coulomb un método para medir pequeñas fuerzas. Se trata de lo siguiente: supongamos que sobre cada una de las esferas actúan sendas fuerzas  $F$  en el plano horizontal pero en la dirección perpendicular a la barra; estas fuerzas<sup>2</sup> son de igual módulo pero de sentido contrario

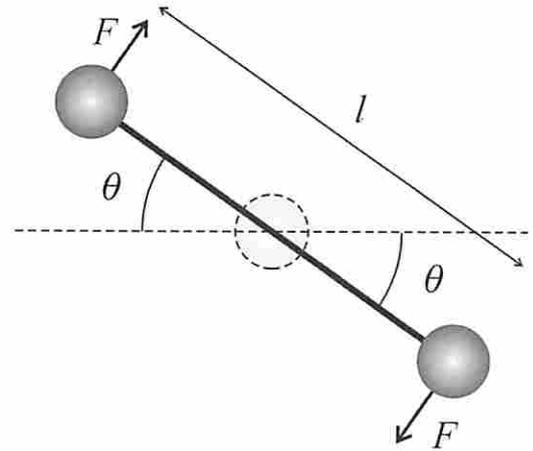


Figura 2a. Esquema de la balanza de torsión: planta. (Se ha exagerado el diámetro del hilo.)

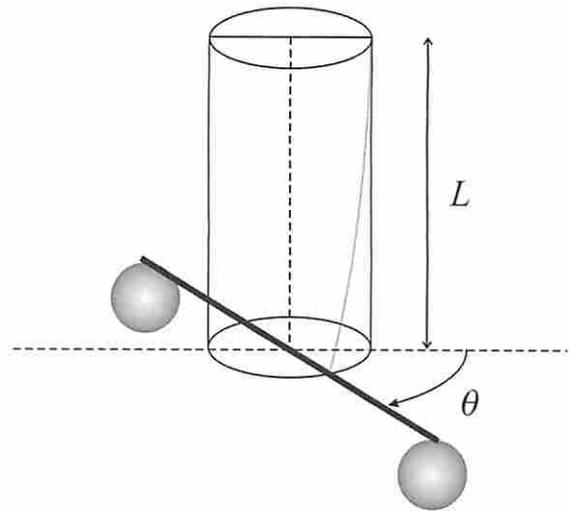


Figura 2b. Esquema de la balanza de torsión: alzado. (Se ha exagerado el diámetro del hilo.)

(ver Figura 2a). Su aplicación provoca un par de giro  $\tau_g$  cuyo módulo es proporcional al de fuerza  $F$ . Esto hace que el extremo inferior del hilo se retuerza un ángulo  $\theta$  (ver Figura 2b), a lo que se opone la resistencia elástica del hilo mediante un par de recuperación  $\tau$ , cuyo módulo es proporcional al ángulo girado:

$$|\tau_g| = lF \quad ; \quad |\tau| = K\theta$$

En el equilibrio ambos pares tienen el mismo módulo, por lo que igualando las expresiones anteriores obtenemos una relación entre la fuerza a medir y la constante elástica del hilo:

$$F = K \frac{\theta}{l}$$

<sup>1</sup> También pueden colocarse las esferas en dos puntos cualesquiera de la barra, simétricos respecto al hilo vertical.

<sup>2</sup> Pueden representar, por ejemplo, la atracción (o la repulsión) electrostática en el experimento de Coulomb o la atracción gravitatoria en el experimento de Cavendish.

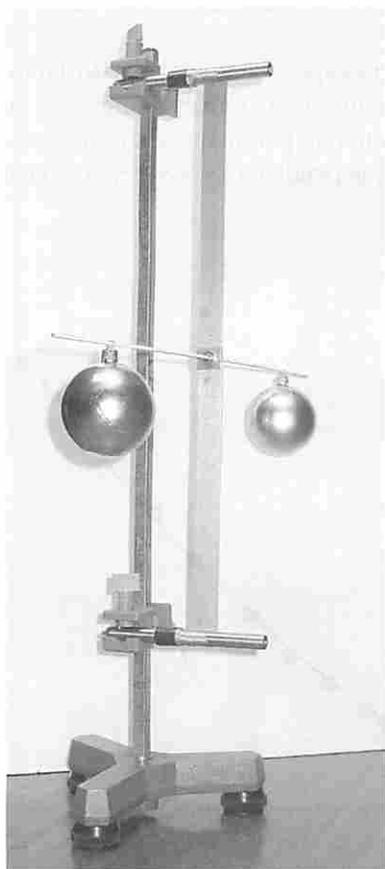
Si medimos el ángulo  $\theta$  girado hasta alcanzar el equilibrio podemos determinar la fuerza  $F$  que ha provocado el giro del alambre, siempre que conozcamos el valor de la constante elástica  $K$  de nuestra balanza. Ésta depende de la resistencia  $\rho$  a la torsión (módulo de rigidez) que tiene el material de que está hecho el hilo, de su radio  $r$  y de la distancia  $L$  entre sus extremos superior e inferior:

$$K = \rho \frac{\pi r^4}{2L}$$

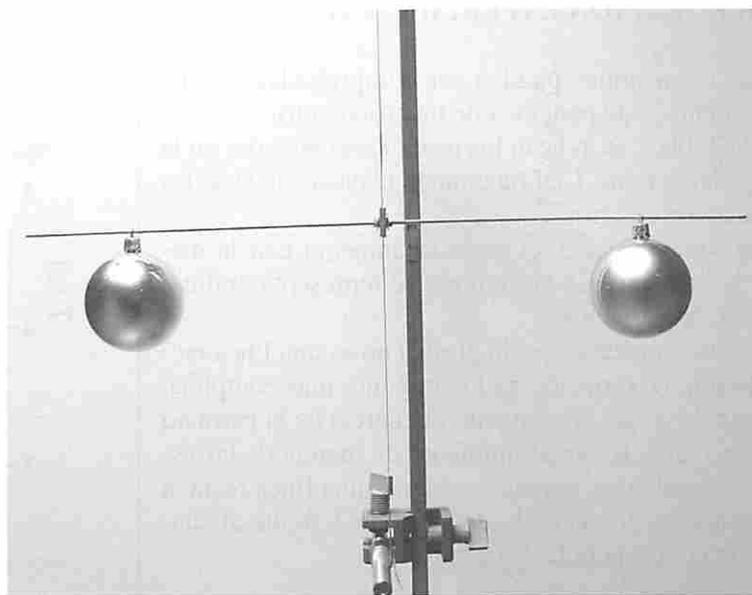
El parámetro  $\rho$  para hilos de acero, de plata, etc, está comprendido entre  $10^{10}$  y  $10^{11}$  N m<sup>-2</sup>, lo que hace que sea necesario utilizar un hilo muy fino con el fin de obtener una constante  $K$  suficientemente pequeña para que las fuerzas  $F$  puedan retorcerlo.

Lo interesante del método propuesto por Coulomb es que el valor de  $K$  se puede determinar midiendo el periodo  $T$  de la oscilación de la balanza y calculando el momento de inercia  $I$  del sistema:

$$K = 4\pi^2 \frac{I}{T^2}$$



(a)



(b)

Figura 3. Péndulo de torsión casero: a) visto de frente; b) visto de perfil.

Utilizando este resultado obtenemos la siguiente expresión para la fuerza  $F$ :

$$F = 4\pi^2 \frac{\theta I}{lT^2}$$

Por consiguiente, la medida del periodo  $T$  y del ángulo  $\theta$  de equilibrio nos permite determinar  $F$ .

En el experimento de Cavendish, los valores de los ángulos  $\theta$  de equilibrio eran del orden de la décima de grado, mientras que en el de Coulomb podían llegar a ser diez o veinte veces mayores.

### PÉNDULO DE TORSIÓN CASERO

Para poder utilizar la balanza en la medida de fuerzas pequeñas es necesario que la constante elástica del hilo sea pequeña. Este se consigue utilizando hilos de un diámetro muy pequeño, del orden de las décimas de milímetro. Un hilo tal es difícil de manipular en un experimento casero. Por esta razón vamos describir a continuación un péndulo de torsión que se puede realizar con materiales de bajo costo, fácil de manipular y con el que se pueden estudiar las características del dispositivo experimental ideado por Coulomb.

En casa se puede construir un péndulo de torsión de la siguiente manera [1,2]: una cinta de tela de unos 20 mm de anchura y unos 70 cm de longitud se mantiene sujeta y tensa por sus extremos<sup>3</sup> en posición vertical (ver Figura 3, parte a).

<sup>3</sup> En este caso no se deja libre el extremo inferior de la cinta, sino que se alarga hacia abajo de manera simétrica y se sujeta en la parte inferior para darle mayor consistencia al péndulo. No obstante, el funcionamiento es idéntico que para la balanza de Coulomb.

En el centro de la cinta se coloca una varilla de rosca<sup>4</sup> de hierro (de longitud  $l = 50,3$  cm y de masa  $m_b = 21$  g en la Figura 3), suspendida por su centro de manera que pueda girar en el plano horizontal. Para conseguir que la barra se mantenga en dicho plano es conveniente utilizar dos plaquitas rectangulares de aluminio (o plástico rígido) adosadas a cada lado de la cinta, que se pueden apreciar vistas de perfil en la zona central de la parte (b) de la Figura 3. Suspendidas de la barra a una distancia  $D$  de la cinta se colocan sendas esferas<sup>5</sup> (de radio  $R = 3,45$  cm y masa  $m = 12$  g en la Figura 3).

En este caso el momento de inercia  $I$  del sistema es la suma del correspondiente a la barra de longitud  $L$  y masa  $m_b$ , que llamaremos  $I_b$ , y el correspondiente a las esferas de masa  $m$  y radio  $R$  colocadas a una distancia  $D$  del eje de giro, que llamaremos  $I_C$ . Éste último tiene, a su vez, la siguiente expresión:

$$I_C = m D^2 + I_{CM}$$

donde  $I_{CM}$  es el momento de inercia de la esfera respecto a un eje de giro que pase por su centro y que sea paralelo a la cinta. Teniendo en cuenta estas ideas, el momento de inercia de nuestro sistema es:

$$I = I_b + 2m D^2 + 2I_{CM}$$

En definitiva, el periodo  $T$  puede expresarse de la siguiente manera:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{K}} \sqrt{I_b + 2I_{CM} + 2mD^2}$$

### COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL

Estas expresiones pueden ser comprobadas experimentalmente si disponemos de un cronómetro<sup>6</sup>.

En la Tabla 1 se indican los resultados obtenidos en la medida del periodo  $T$  en función de la distancia  $D$  de las esferas al eje de giro.

Como puede verse, el periodo aumenta con la distancia a dicho eje. En la Figura 4 se representa gráficamente dicha variación.

Se puede constatar que la gráfica no es una línea recta, sino que la variación es ligeramente más compleja. Esto se debe a que el momento de inercia de la barra no es despreciable frente al momento de inercia de las esferas. Sin embargo, podemos obtener una línea recta si representamos el cuadrado del periodo  $T$  frente al cuadrado de la distancia  $D$ . En efecto:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} (I_b + 2I_{CM} + 2mD^2)$$

Tabla 1. Periodo  $T$  en función de la distancia  $D$  al eje de giro

$D$ (m)	$T$ (s)
0,035	3,04
0,04	3,09
0,05	3,12
0,06	3,20
0,08	3,41
0,10	3,60
0,12	3,90
0,15	4,30
0,17	4,65
0,20	5,13
0,22	5,47
0,24	5,73

En la Figura 5 hacemos dicha representación y podemos constatar que se trata, en efecto, de una línea recta.

El acuerdo teoría-experimento es, por lo tanto, bastante bueno, y del ajuste de la recta por mínimos cuadrados se pueden obtener su pendiente y su ordenada en el origen:  $428,8 \text{ s}^2/\text{m}^2$ , la pendiente, y  $8,84 \text{ s}^2$ , la ordenada en el origen.

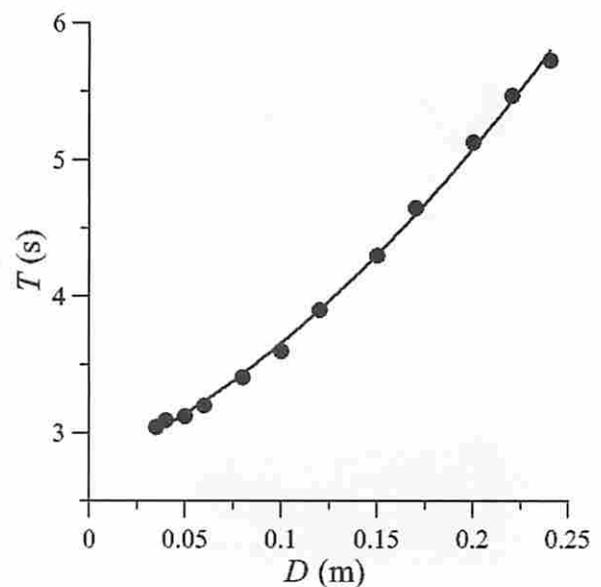


Figura 4. Periodo  $T$  en función de la distancia  $D$  al eje de giro.

<sup>4</sup> También se puede utilizar cualquier otra barra ligera, por ejemplo una aguja de hacer punto.

<sup>5</sup> Las que sirven como adorno navideño, por ejemplo.

<sup>6</sup> Puede servir un reloj normal si en la medida del periodo se toma un número elevado de oscilaciones.

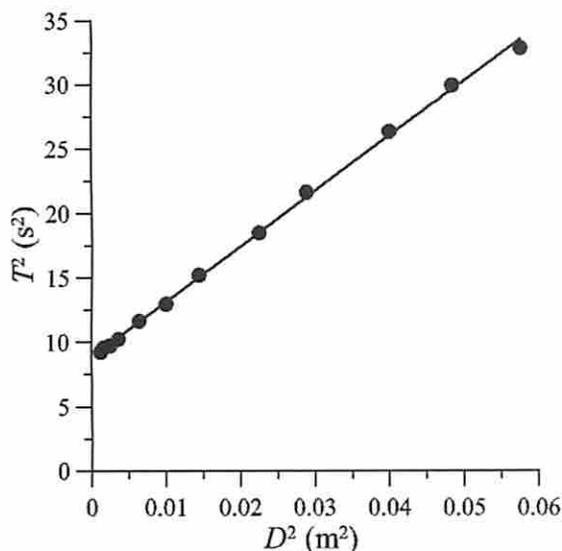


Figura 5. Cuadrado del periodo frente al cuadrado de la distancia al eje.

El valor de la pendiente nos permite calcular la constante elástica  $K$  de la cinta:

$$K = \frac{8\pi^2 m}{428,8} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 2,21 \times 10^{-3} \text{ N m}$$

Esta constante es comparable a la que tenía el hilo de la balanza de Coulomb, aunque es unas treinta y cinco veces mayor que la del hilo de la balanza de Cavendish.

Por otra parte, la ordenada en el origen nos permite calcular la contribución al momento de inercia del sistema de  $I_b$  e  $I_{CM}$ :

$$I_b + 2I_{CM} = 4,95 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

que comparada con su valor teórico discrepa solamente en una cantidad inferior al 7%.

## COMENTARIO

En los péndulos de torsión de hilo de acero la fuerza recuperadora es debida a la resistencia del material a la torsión, y ésta es tanto más débil cuanto menor es el diámetro del hilo. En el caso de nuestro péndulo, al tratarse de la torsión de una cinta ancha y no de un hilo, el efecto elástico puede ser diferente y complicado de establecer, y puede depender tanto de la longitud de la cinta como de su anchura. Sin embargo, presenta evidentes ventajas sobre el péndulo de hilo de acero para su utilización en casa debido, esencialmente, a su fácil construcción y empleo. No obstante, hay que advertir que las constantes elásticas obtenidas con la cinta no permiten detectar fuerzas tan pequeñas como las que detectaba Cavendish. Por otra parte, la tensión de la cinta puede variar ligeramente durante el experimento, por lo que se recomienda que se determine el periodo del péndulo sin esferas al inicio y al final del mismo.

Este tipo de péndulo ha sido utilizado para estudiar la interacción dipolar clásica con dos barritas de imán y para medir el campo magnético terrestre con muy buena precisión [1,2].

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. Yuste y C. Carreras. *Fuerzas entre imanes: un experimento casero para medir el campo magnético terrestre*. Revista Española de Física, 4, 3, 73-79 (1990).
- [2] M. Yuste y C. Carreras. *Experimentos caseros para un curso de Física General*. Cuadernos de la UNED, n.º 130, Ed. UNED, Madrid, 1993.

Manuel Yuste Llandres y Carmen Carreras Béjar  
Dpto. de Física de los Materiales

## Taller de Matemáticas: Ilusiones matemáticas

Las ilusiones ópticas son engaños de la vista. En este artículo voy a hablar de engaños lógicos o matemáticos. A este tipo de trucos les voy a denominar *ilusiones matemáticas*.

Toda persona tiene una intuición matemática, sea o no científica. Las matemáticas de una u otra forma aparecen constantemente en la vida diaria. Las 4 ilusiones que voy a presentar intentan desafiar la intuición matemática sobre los conceptos más básicos.

Por mi experiencia personal sorprenden tanto a las personas con formación matemática como a las que no la tienen. Se han hecho estudios en los que se demuestra que los estadísticos a los que se les plantea problemas de estadística camuflados como problemas de la vida cotidiana tienen dificultades para resolverlos e incluso se equivocan, mientras que éstos mismos problemas formulados en términos abstractos no presentan dificultad («*Belief in the law of small numbers*», Tversky y Kahneman, Psychological Bulletin, 1971, vol. 76, N.º 2. 105-110). Quizás sea un defecto de los científicos profesionales, el que en muchas ocasiones, no sean capaces de aplicar