Guía 6: Movimiento oscilatorio amortiguado

Laboratorio de Física 1 para Químicos
Dept. Física, FCEyN, UBA.

Modalidad virtual

En la guía anterior vimos sistemas oscilatorios, sistemas que cuando son apartados del equilibrio, realizan oscilaciones alrededor de esa posición. En esa práctica nos concentramos en el carácter periódico, y dejamos de lado el hecho (evidente) de que la amplitud de esas oscilaciones se va reduciendo progresivamente al pasar el tiempo. En esta práctica vamos a retomar ese rasgo, vamos a estudiar las características fundamentales del amortiguamiento, a través de un modelo simple de fuerza viscosa proporcional a la velocidad.

1. Introducción

Al estudiar fenómenos oscilatorios, estamos acostumbrados a ver que su amplitudo va decayendo progresivamente. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente por ejemplo si una masa oscila en aceite o en agua, que si lo hace en el aire. Pero desconocemos de qué forma y a qué tasa decae la amplitud. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles) con el tiempo, ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. La forma en la que el movimiento se amortiguará depende de la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. El modelo analítico más sencillo para estudiar el amortiguamiento es el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso, que tiene una fuerza proporcional a la velocidad relativa del cuerpo. Podemos escribir ese caso de la siguiente forma:

$$F_f = -b\, v \tag{1}$$

donde F_f es la fuerza de fricción del fluido, v la velocidad y b es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt} + \frac{b}{m}\,\frac{dx}{dt} + \omega_0^2\, x = 0 \tag{2}$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados, y de la relación entre ellos. Se define la constante de amortiguamiento del fluido [1] λ como:

[1] ¡OJO! En muchas referencias la notación de b y λ es distinta, y deberán volver a las ecuaciones de movimiento para interpretar correctamente los resultados.

$$\lambda = \frac{b}{2\,m} \tag{3}$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado. Si $\lambda^2 < w_0^2$ nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = A\, e^{-\lambda\, t}\ \cos(\omega\, t + \phi) + x_0 \tag{4}$$

donde x_0 es la posición de equilibrio, A y ϕ son constantes a determinar, y ω es la frecuencia de oscilación del sistema, que puede expresarse como:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \tag{5}$$

En nuestro experimento estamos midiendo la aceleración. Podemos calcularla a partir de la ecuación 4 derivando dos veces, obteniendo una expresión de la forma:

$$\ddot{x}(t) = A_0\, e^{-\lambda\, t}\ \cos(\omega\, t + \phi_0) \tag{6}$$

donde A_0 es una aceleración inicial y ϕ_0 una fase inicial, que pueden diferir de A (posición inicial) y ϕ.

2. Actividades

Se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas de un sistema masa-resorte en el régimen subamortiguado. En la práctica de laboratorio presencial se utiliza un resorte con una masa, que se sumerge parcialmente en agua para obtener un comportamiento amortiguado. En los dispositivos que armamos en casa, con banditas elásticas, globos, elásticos y slinkies, observamos comportamientos amortiguados sin necesidad del fluido viscoso. Esto se debe en parte a la presencia del aire, pero principalmente a las propiedades mecánicas de los materiales utilizados como resortes. Por esto, no es necesario, en principio, tomar nuevas medidas. Vamos a analizar los mismos datos adquiridos en la práctica anterior, de movimiento oscilatorio simple.

Utilizando el método dinámico de la práctica anterior, tomen registro del movimiento para una única masa, para cada uno de los sistemas (resorte/elástico). Determinen entonces el coeficiente de amortiguamiento de esos dos sistemas, tres maneras distintas:

1. Identifiquen los picos (máximos y/o mínimos) de la aceleración medida, y grafíquenlos por separado ¿A qué función debería corresponder según el modelo? Hagan un ajuste no lineal utilizando la expresión correspondiente.

2. Transformen los datos de los picos para linealizar, y realicen un ajuste lineal de las alturas de los picos. Obtengan el valor de λ correspondiente.

3. Realicen un ajuste no lineal de los datos completos de aceleración, utilizando de la ecuación 6, para obtener todos los parámetros (ω, λ, A_0 y ϕ_0), y calcule el valor de ω_0. Interpreten el significado de todos estos parámetros.

Estudien la precisión, exactitud y "utilidad" de cada uno de los métodos propuestos, y compárenlos.

Para este trabajo se espera que entreguen un informe completo por grupo. En el campus y la página de la materia encontrarán más información respecto al formato esperado.