Clase 2

La clase pasada usamos vectores de manera limitada (1D)

→ sólo es importante el sentido + o −, pero queda en evidencia la nec. de un SR.

Vectores y escalares

Módulo → $|\vec{V}| = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$

Vector → dirección y magnitud } unidades

Escalar → magnitud

Hacer algún dibujito

Vector: posición, velocidad, aceleración

Escalar: masa, tiempo, número de objetos, temperatura

Prop. y op. ~~de~~ vectores

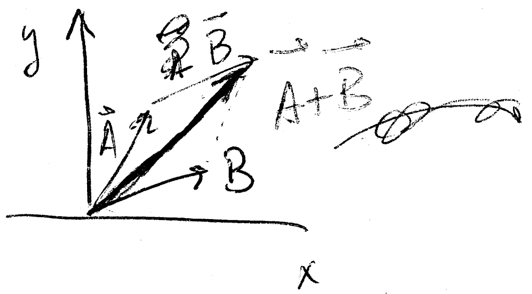
Igualdad → comp. a comp. / igual direcc. y magnitud

Suma: → $\vec{A} + \vec{B}$ = vector cuyas comp. son la suma de las comp. de A y B

$$\vec{A} = (A_x, A_y) \quad ; \quad \vec{B} = (B_x, B_y)$$

$$\rightarrow \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$$ idem + comp.

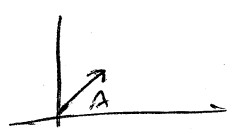
Regla del paralelogramo:



$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

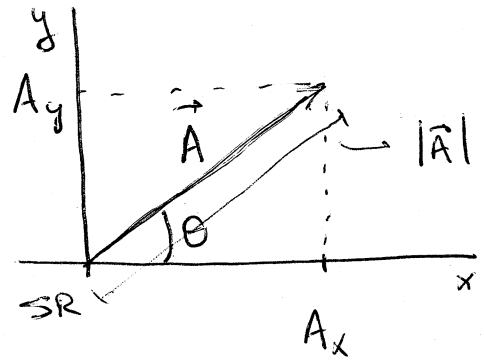
Mult. x escalar



$\lambda \vec{A}$ mantiene la dirección y cambia la magnitud prop. a λ

es como mult. c/comp. por λ

COMPONENTES DE UN VECTOR



PUEDO REP. DE 2 FORMAS

$$\vec{A} = (A_x, A_y)$$

ó $\vec{A}$ ES EL VECTOR CUYO MÓDULO ES $|\vec{A}| = A$ Y FORMA UN ÁNGULO θ CON EL EJE X MEDIDO EN SENT. CONTRARIO A LAS AGUJAS DEL RELOJ.

NOTAR Q' $A_x = A\cos\theta$ y $A_y = A\,\mathrm{sen}\,\theta$

Y QUE $A^2 = A_x^2 + A_y^2$ $\qquad tg\,\theta = \dfrac{A_y}{A_x}$

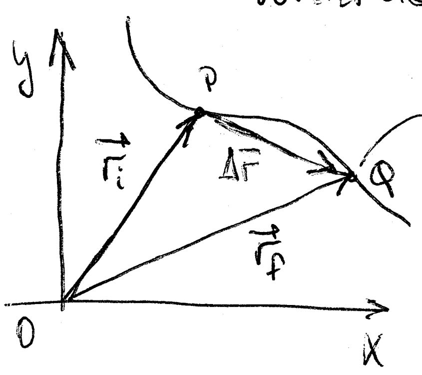
UNO PUEDE IR DE UNO A OTRO

x, y → COORD. CARTESIANAS $\qquad$ A, θ → COORD. POLARES

PROCESO ALGEBRAICO P/SUMAR: OBTENER LAS COMP. DE TODOS LOS VECTORES EN EL MISMO SISTEMA DE REFERENCIA
SUMAR COMP. A COMP.

DESPLAZAMIENTO, VELOC. Y AC. EN 2D

NOTAR QUE AHORA EL USO DE LA TRAYECTORIA TIENE MAYOR INTERÉS, EN 1D SÓLO PODÍA DESPLAZARME HACIA ADELANTE Y ATRÁS, AHORA PUEDO MOVERME EN UNA SUPERFICIE.



TRAYECTORIA Q' INDICA LA SECUENCIA DE PUNTOS VISITADOS POR EL MÓVIL.

$\vec{r}_{i,f}$ ≡ POSIC. INIC. Y FINAL (CON PUNTOS P Y Q)

LLAMAMOS ~~DESPLAZAMIENTO~~ AL VECTOR QUE UNE P CON Q, $\Delta\vec{r}$

SEGÚN LO QUE VIMOS $\vec{r}_i + \Delta\vec{r} = \vec{r}_f$

Ó SEA QUE $\vec{r}_f - \vec{r}_i = \Delta\vec{r}$

FÍJENSE QUE LAS COMP. DE $\Delta\vec{r}$ SON LAS DIFERENCIAS $x_f - x_i$

$y_f - y_i$

ESTO SE PARECE MUCHO A LO QUE USAMOS LA CLASE PASADA PARA DEFINIR LA v_{media}, SÓLO QUE EN ESTE CASO HAY 2 COMPONENTES.

EL VECTOR $\vec{v}_{media}$ ES ENTONCES:

cte $\vec{v}$ = ...

$$\vec{v}_{media} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{\Delta t} = \left(\frac{x_f - x_i}{\Delta t}; \frac{y_f - y_i}{\Delta t}\right)$$

$$\vec{v}_{media} = \left(v_{media\,x}, v_{media\,y}\right)$$

($v_{media\,x}$ ES LA MISMA Q' LA CLASE PASADA)

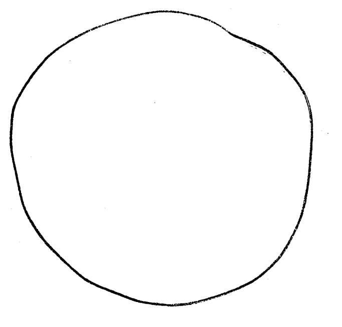
DE LA MISMA FORMA QUE LA CLASE PASADA, LA v INSTANTÁNEA SE OBTIENE HACIENDO EL LÍMITE $\Delta t \to 0$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Y ANÁLOGAMENTE

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

NOTAR QUE "ACELERAR" NO SIEMPRE SIGNIFICA CAMBIAR LA "RAPIDEZ" (ESO QUE NOS INDICA EL VELOCÍMETRO) LA ACELERACIÓN IMPLICA UN CAMBIO EN EL VECTOR VELOCIDAD

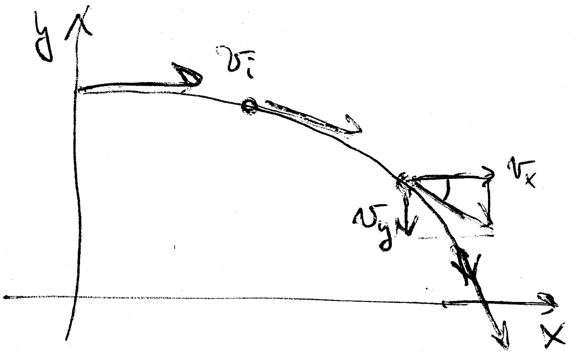


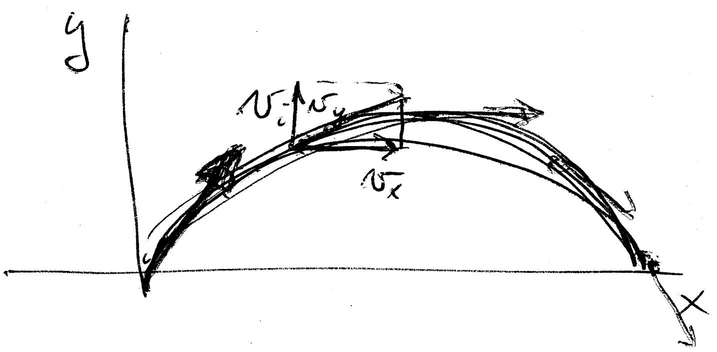
EJ: MOV. CIRCULAR A $|\vec{v}| = cte$

Movimiento de un proyectil

La clase pasada vimos que si se arroja un objeto verticalmente o si se deja caer sin otra interacción, el objeto experimenta una aceleración hacia la sup. de la tierra cuya magnitud es $\simeq 9,8 \frac{m}{seg^2}$

Si en lugar de hacer ese exp. arrojamos el objeto con una $\vec{v}_i$ que no sea vertical (oblicua) veremos (arrojar tiza)





Notemos que $\vec{v}$ tiene comp. x e y

~~El hecho de que separamos en componentes nos resuelve un problema ya sabemos que~~

Para resolver problemas como este hay que escribir la ec. vectorial de movimiento

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

(restringirse un poco en esto)

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

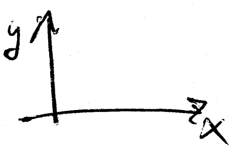
TENIENDO EL PLANTEO EN COMPONENTES, UNA PARTE YA ESTÁ RESUELTA (O PODEMOS SUPONER QUE LO ESTÁ).

LA CAÍDA LIBRE Ó EL TIRO VERTICAL (MIRARLOS) SON SIMPLEMENTE CASOS EN LOS QUE $v_{0x} = 0$, ENTONCES NO HAY XQ PENSAR QUE a_y VAYA A SER $\neq \varphi$ EN ESE CASO.

$\Rightarrow \quad a_y = -g$

POR OTRO LADO, EL MISMO ~~RESULTADO~~ EXPERIMENTO (CAÍDA LIBRE), INDICA QUE SI $v_{0x} = 0$ ENTONCES v_x NO VA A CAMBIAR, MIRANDO Y EC. HORARIA P/ v_x

ESO IMPLICA QUE $a_x = 0 \Rightarrow \vec{a} = \left(0, -9{,}8 \frac{m}{s^2}\right)$



A ESTA ACELERACIÓN SE LA CONOCE COMO $\vec{g}$ = AC. DE LA GRAVEDAD

UNO ENTONCES PUEDE CONSTRUIR LAS EC. DEL TIRO OBLICUO

SI SUELO PONER g

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t \qquad\qquad y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2}\left(9{,}8 \frac{m}{s^2}\right) t^2$$

$$v_x(t) = v_{0x} \qquad\qquad v_y(t) = v_{0y} - g t$$

OJO CON EL SIGNO

MRU

MRUV

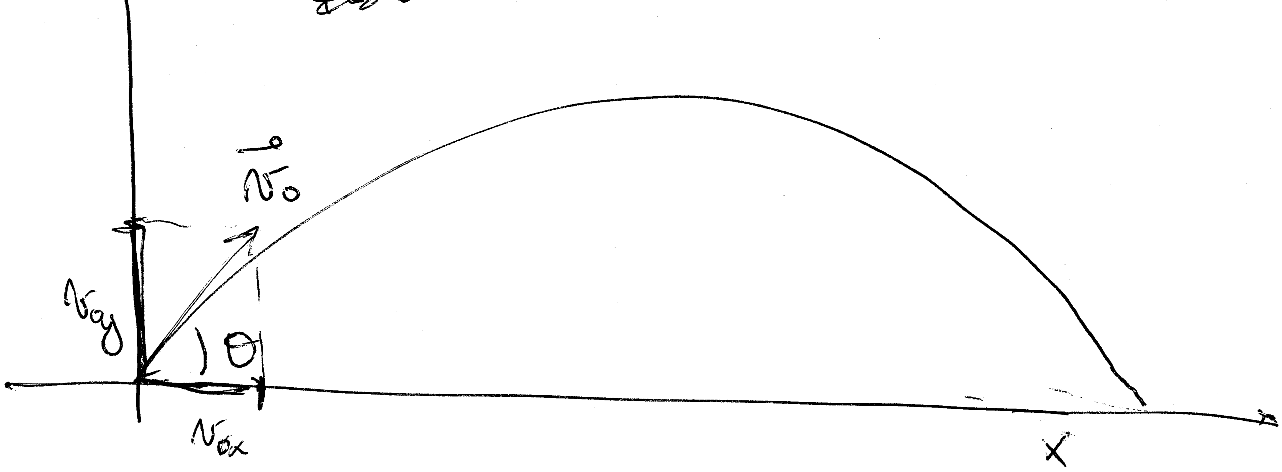
SON 2 MOV. ~~[illegible]~~ AD SUPERPUESTOS!! EN y ES CAÍDA LIBRE / TIRO VERTICAL.

NOTAR QUE UNO PUEDE OBTENER LA TRAYECTORIA, QUE ES EL DIBUJO QUE FORMA LA SECUENCIA DE POSICIONES EN EL PLANO x y

EN TODO ESTO FIJÉ $t_0 = 0$

Para obt. la tray. $\longrightarrow y(x)$

Tengo q' sacarme de encima el t



$$x = x_0 + v_{0x}\, t \longrightarrow t = \frac{x - x_0}{v_{0x}}$$

$$\rightarrow y = y_0 + v_{0y}\left(\frac{x - x_0}{v_{0x}}\right) - \frac{1}{2}\, g \left(\frac{x - x_0}{v_{0x}}\right)^2$$

Es la ecuación de una parábola con curvatura hacia abajo
(Fácil de ver si $x_0 = 0$, $y_0 = 0$)

Algunos comentarios:

$$v_x = v_{0x} = |\vec{v}_0| \cos\theta = v_0 \cos\theta$$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

Entonces:

- El mov. es una superpos. de 2 mov. indep. Uno en x y el otro en y
- ~~Siempre q' la resist. del aire sea insignificante. v_x permanece cte (caerán juntos con un papel) pues $a_x = 0$~~
- a_y es la misma q' en el caso de TV y CL, su magn. es $9,8 \frac{m}{s^2}$ y apunta hacia la sup. de la tierra.

¿Depende del objeto?

- Tirar 1 hoja hecha bolita y otra no → Forma

- Tirar 2 fascículos de igual forma y ≠ masa → Masa no influye

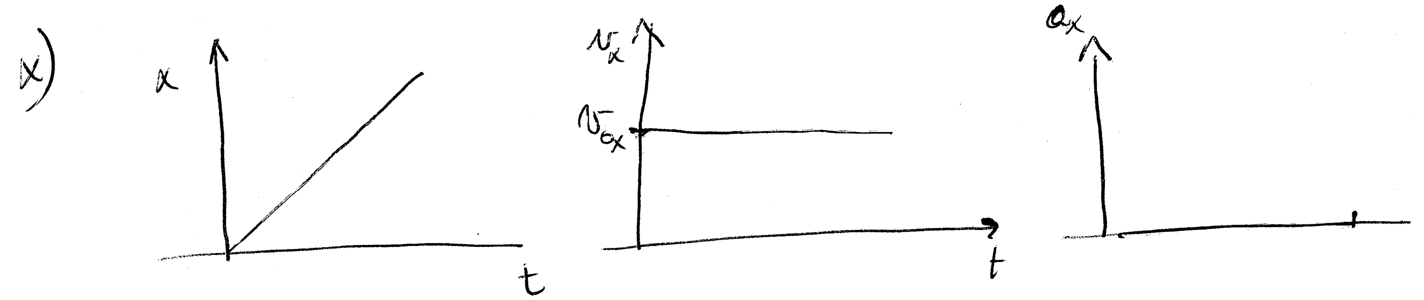
¿Por qué las hojas abolladas y la plana caen ≠? → Aire → Resistencia al mov.

Este efecto no lo estamos teniendo en cuenta, lo cual limita nuestras conclusiones a los casos en los que la resist. del aire sea despreciable.

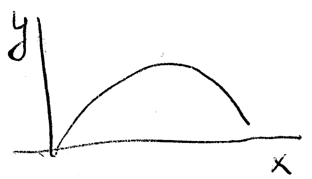
Por otro lado, si la influencia del aire es = en 2 cuerpos, la ac. de la masa 1 y la masa 2 es igual → es indep. de m

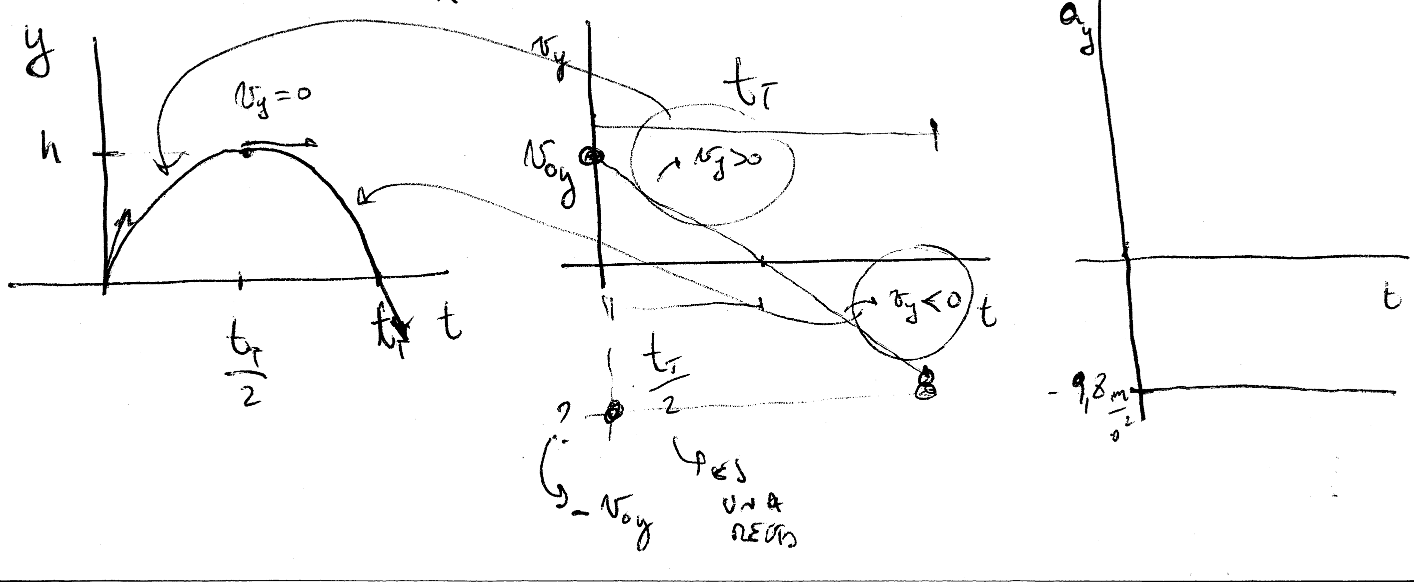
Analicemos los gráficos de mov.

x)

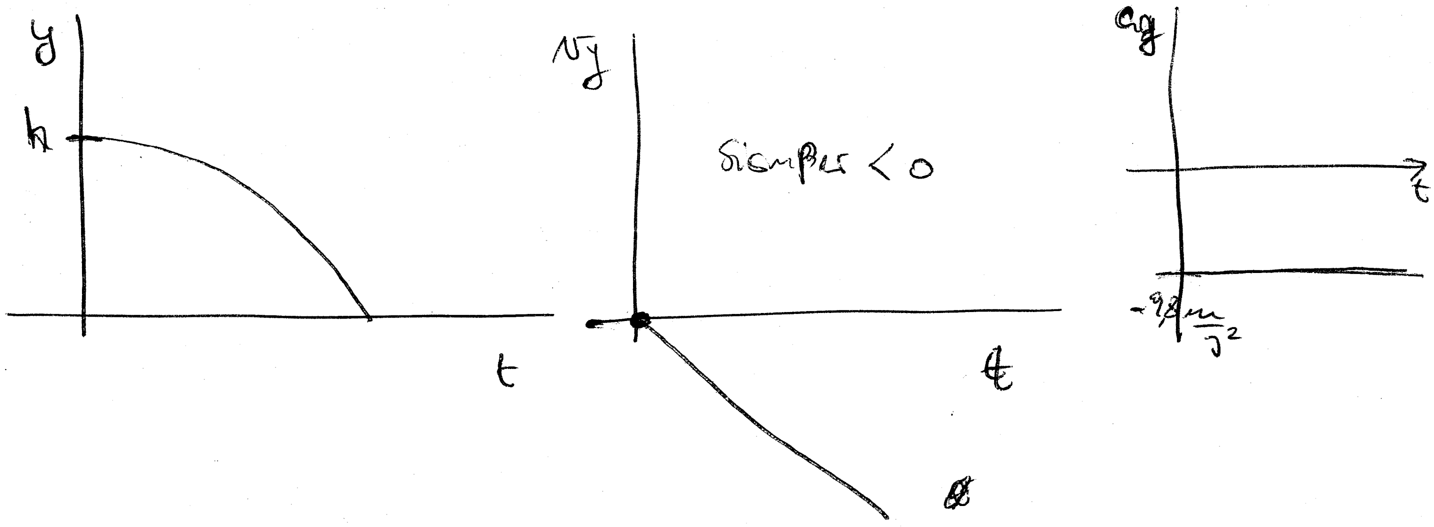


y) Caso 1
Pensemos en un obj. que parte del piso, llega a una altura h y cae





CASO 2 OBJ. ARROJADO HORIZ. DESDE UNA ALT. h



LA RELAC. ENTRE $\begin{pmatrix} x, & v_x & \\ y, & v_y, & a_y \end{pmatrix}$ ESTÁ IMPLÍCITA EN ESTOS GRÁFICOS.

SI VOLVEMOS A LAS DEFINICIONES, VEREMOS QUE ~~$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$~~

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \quad ; \quad v_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t}$$

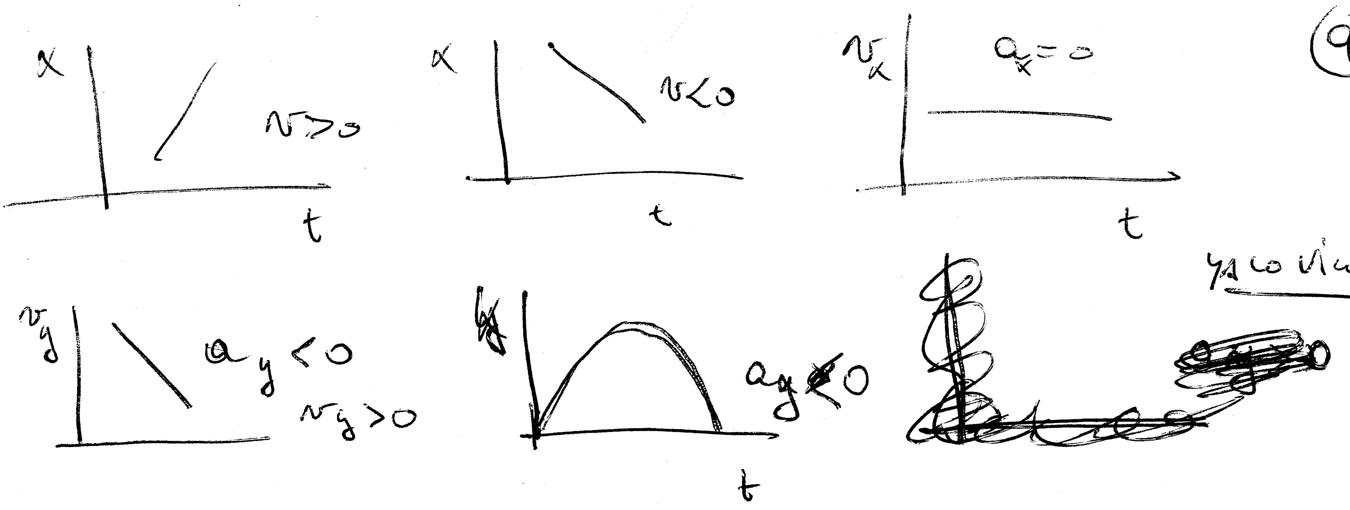
$$a_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_y(t+\Delta t) - v_y(t)}{\Delta t}$$

GRÁFICAMENTE, SON LAS PENDIENTES DE LA RECTA TANGENTE A CADA PUNTO DEL GRÁFICO TEMPORAL.

ESTO SE GENERALIZA DE LA SIGUIENTE FORMA: LA VELOCIDAD ES LA DERIVADA DE LA POSICIÓN COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO Y LA ACELERACIÓN ES LA DERIVADA DE LA VELOCIDAD COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = (v_x, v_y)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}\right) = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



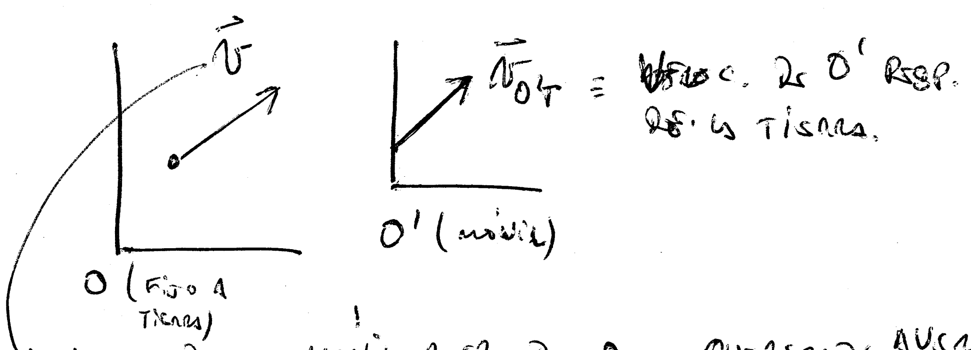
~~¿Cómo es la ec. p/ un mov. en 2 D cualquiera en que yo sepa el valor de a_x y a_y?~~

$\boxed{\text{Continuidad de } x(t),\ y(t),\ v_x(t),\ v_y(t) \quad \underline{\text{no}}\ \vec{a}}$

Velocidad relativa

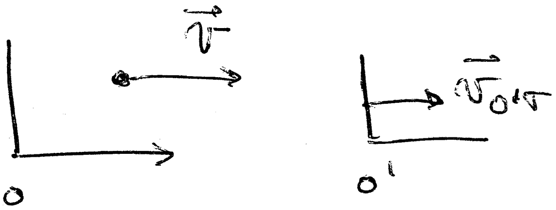
Hasta ahora usamos SR "fijos" ¿Fijos a qué? Notemos q' uno puede no hacerse la pregunta y responder "Fijos a la Tierra", pero si profundizamos la Tierra tamb. se mueve, con lo que no es un problema trivial.

Veamos que pasa si nuestro SR está en mov. (digamos que estamos sobre un tren). Comentar 2 autos en la ruta, cómo uno ve al otro



→ Veloc. de un móvil resp. de O, queremos averiguar $\vec{v}'$ ≡ veloc. del móvil q' ve O'. Es obvio q' son ≠, por ej. si $\vec{v}_{O'T} = \vec{v}$ entonces el obs. en O' vería q' el móvil está quieto.

HABLAMOS LA RELAC. EN 1D Y DESP. GENERALIZAMOS:



Si $|\vec{v}_{O'T}| < |\vec{v}|$ $\Rightarrow$ el obs. en O' verá q' se mueve en = dirección que lo ve O, pero + lento

Si $|\vec{v}_{O'T}| > |\vec{v}|$ $\Rightarrow$ el obs en O' verá q' se mueve en dir. op. a la q' ve O

$$\longrightarrow \boxed{\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{v}_{O'T} = \vec{v} - \vec{v}_{O'O}}$$

Este tipo de ideas, sumados al hecho de que NO existe un sistema fijo por excelencia, llevaron al desarrollo de la teoría de la relatividad

Órdenes de magnitud

Dist. $\sim$ 1 m   1 km

Veloc. $\sim$ $1 \frac{m}{seg}$ (hombre) ; $60 \frac{km}{h}$ (auto)

$$= 1 \frac{km}{min} = \frac{1000\, m}{60\, seg} \simeq 17 \frac{m}{s}$$

¿a típica de un auto? TAREA