Clase 4: Rozamiento y viscosidad

Rozamiento – Fricción

2 c. en contacto ⟶ R q' se opone al mov.

- Mostrar inclinando una superficie con un obj arriba.

⟶ mostrar que un obj. que debería caer no cae por el plano inclinado hasta un α límite. ⟶ hay que vencer ese rozamiento para salir del estado estático ⟶ F_{RE}

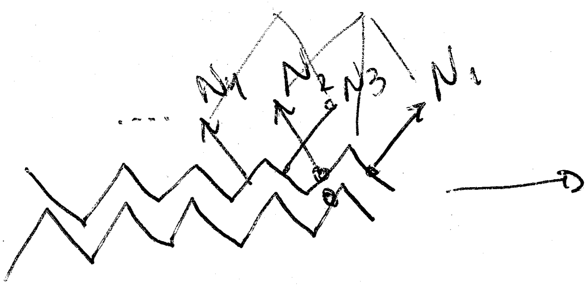
- Mostrar q' depende de la sup. y depende del cuerpo

Borrador – celular

⟶ analizar que factores son los que afectan.

⟶ rugosidad, m

- Pensar entonces cuál puede ser el origen de esa $\bar{F}$



⟶ van a estar aquellas q' se opongan al mov. ⟶ F. de cont.

⟹ Si empujo a derecha van a estar las q' apuntan a la izq. ⟶ razonable.

- Por un lado hay una FRE, pero además,

si trato de mover un objeto sobre esa misma sup., incluso sin inclinarla, también hay una resistencia → esta es dinámica, así que la vamos a llamar FRD

También se opone al mov.

- Dijimos que la masa influye pero ¿es la m? ¿O es algo relac. con ella?

¿Qué pasa si oprimo el obj. con mi mano sobre la sup? → m sigue igual pero el roz. se incrementa (es + difícil mover al obj.)

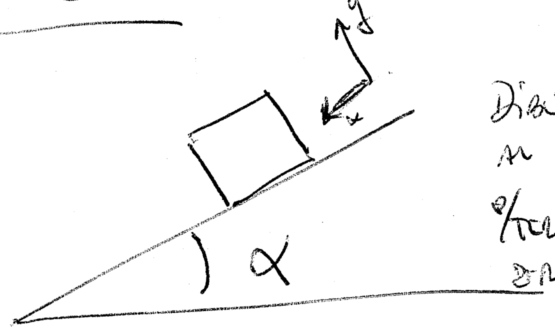
⇒ No es la masa. Es la Normal $\vec{N}$

A mayor m ⇒ mayor $\vec{P}$ ⇒ mayor $\vec{N}$, pero es un caso particular, ya veo q' si incremento la normal indep. de m, FR aumenta.

Analicemos x sep. el caso estático y el din.

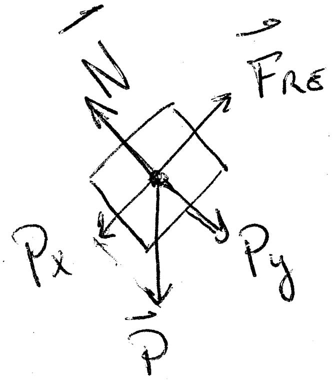
El caso estático nos muestra q' hay que pasar un límite para que el obj. comience su mov. o sea p/q' aparezca aceleración.

ANTES DE MOV.



DIBUJAR AL REVÉS P/TERMINO DIRECCIÓN.

$\alpha < \alpha_{\text{límite}}$



$x)\quad P_x - F_{RE} = 0$

$y)\quad N - P_y = 0$

Notar q' desde $\alpha \geq 0$ hasta α límite no hay mov., pero, dado q' la comp. P_x tiende a acelerar al cuerpo, tiene que haber F_{RE} que compense a P_x.

El tema es que $P_x = mg \operatorname{sen} \alpha$, crece con α.

Si F_{RE} compensa al peso F_{RE} no es constante, compensa al $peso_x$ desde que este es pequeño hasta un valor límite en el cual ya no puede sostenerlo

es por eso q' uno dice que $\exists$ una $F_{RE\,máx}$ que depende de los materiales en contacto, de su rugosidad y además (como vimos) de la normal.

Para catalogar superficies en base a su rozamiento, se define μ_e, un coef sin dimensiones tq

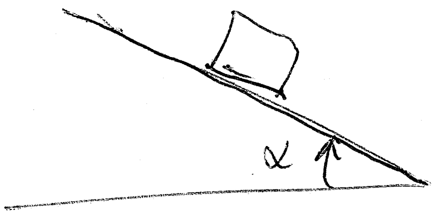
$$\left|\vec{F}_{RE_{máx}}\right| = \mu_e \left|\vec{N}\right|$$

↳ no ~~es~~ del material, es del caso particular (ambos mat., rugosidad)

Si $P_x < F_{RE_{máx}} \Rightarrow$ no habrá mov.

y uno puede calcular fácilmente F_{RE} en esos casos, ya que compensa exactamente al peso.

¿Cómo obt. exp. el μ_e?



Aum. α hasta q' se mueve ¿cómo sé que exactamente ahí se mueve? → no puedo saberlo con absoluta precisión ⇒ estadística $\bar{\alpha} \pm \varepsilon_{\alpha}$

De esa forma obt. el α_L límite y entonces $(\alpha_L \pm \varepsilon_{\alpha_L}$

$$mg \operatorname{sen}\alpha_L = F_{RE_{máx}} = \mu_e N$$

$$mg \cos\alpha_L = N$$

$$\Rightarrow mg \operatorname{sen}\alpha_L = \mu_e mg \cos\alpha$$

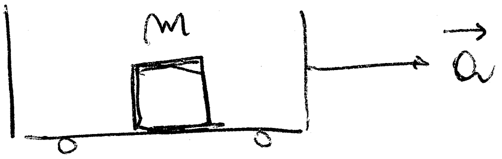
$$\boxed{\mu_e = \frac{\operatorname{sen}\alpha_L}{\cos\alpha_L} = \operatorname{tg}\alpha_L}$$

¿Y el error?

OPC.

Planteo Desafío:

Datos m, μ_e



¿Dentro de qué rangos de $\vec{a}$ el bloque permanece fijo al vagón?

Todo esto fue el caso estático,

¿Cómo analizo la F. de rozamiento cuando hay mov?

Caso dinámico:

Si uno empuja un obj. ($v_0 \neq 0$) en condic. de roz. estático el mov. generalmente va a continuar $\longrightarrow$ $F_{RD} < F_{RE}$

Vamos a suponer que esta F es constante y que no depende de α, después en el laboratorio van a verificar esto pero por ahora es una hipótesis $\rightarrow$ esto dice que no importa cuál F se oponga, $\vec{F}_{RD}$ siempre vale igual

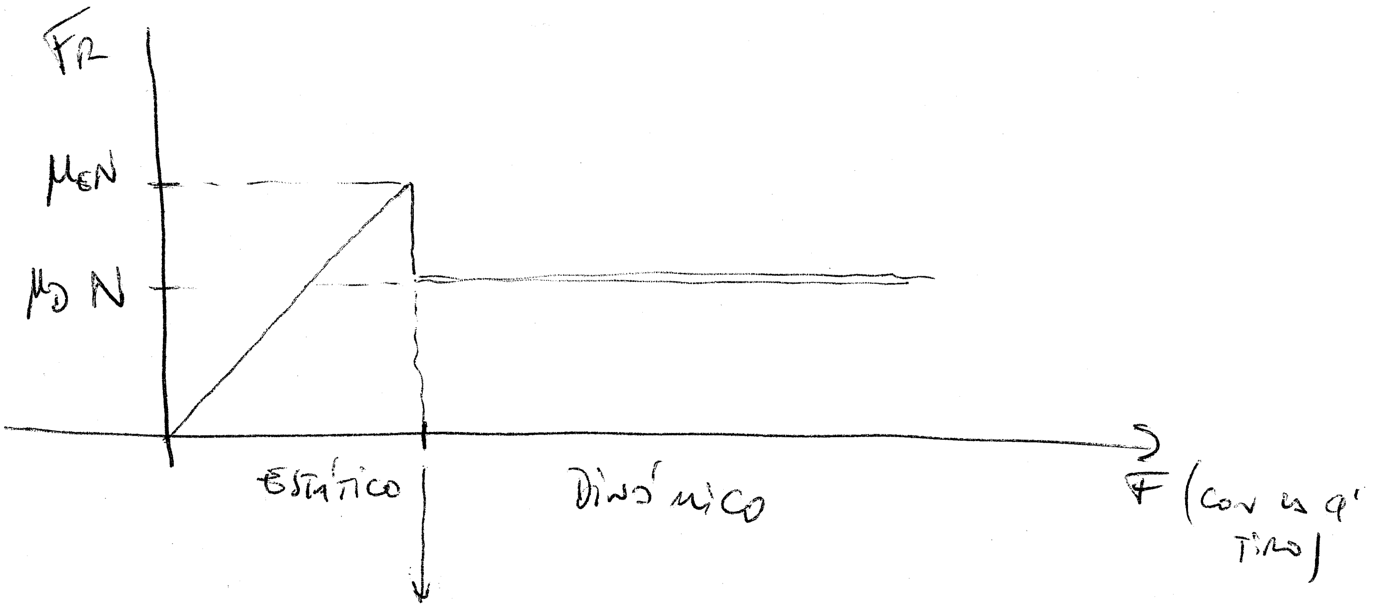
Decimos entonces que $$|\vec{F}_{RD}| = \mu_D |\vec{N}|$$

Donde $\mu_D < \mu_E$

Mantenemos el hecho de que, a mayor $|\vec{N}|$, mayor $|\vec{F}_{RD}|$

y su direcc. $\longrightarrow$ se opone al mov.

Si uno tira de un objeto que está sobre una superficie, entonces ¿cómo será el roz.?



F crítica p/mover el cuerpo.

Esto fue p/ dos cuerpos en cont. mediante la sup.
Por exp. sabemos que si un objeto se mueve en el aire la resist. a su mov. es menor que si se mueve en agua, en dulce de leche, etc.
Este efecto tiene que ver con una propiedad de todos los fluidos, conocida como viscosidad.
Su origen está en la F. entre moléculas q', el tamaño de las mismas y la interacción objeto/moléculas del fluido.

Vamos a analizar cómo afecta esta interacción a un mov. en v bajas

¿Bajas resp. de qué?

Para eso 1º hay q' notar que, a dif. de Fr, la Fv depende de la v. Eso puede verse mirando el mov. de un velero: con una sup. de vela mayor, puede lograrse una mayor ~~velocidad~~ velocidad final. La fza que mueve a un bote de vela es análogo a la resistencia viscosa que sentiría el barco si se moviera en aire en reposo.

Si el barco va a mayor v ⇒ diremos q' la Fv es mayor.

¿Cómo analizamos su dep. con v?

Bueno, uno siempre puede escribir una func. $f(x)$ en términos de su serie de Taylor, alrededor de algún punto.

En part., si $x \sim 0$ el desarrollo de Taylor es

$$f(x) \sim f(x=0) + \frac{df}{dx}(x=0) \cdot x + \underbrace{\ldots \text{ mayor orden en } x}_{(\text{si } x \sim 0 \quad x^n < x \quad n > 1)}$$

⇒ Puedo aproximar que la Fv es lineal con v, siempre que v sea suf. baja.

Esto, por otro lado, me "asegura" que el mismo objeto no esté modificando al fluido generando "corrientes" o "flujos turbulentos".

EN ESOS CASOS (v BAJA ; SIN FLUJO TURBULENTO)

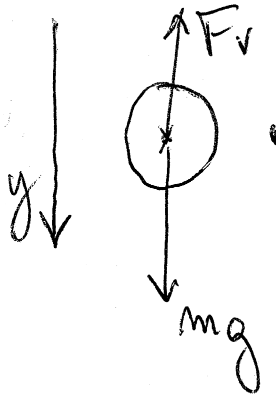
$$|\vec{F}_v| = b|\vec{v}|$$

. ES MÁS, COMO SE OPONE

A $\vec{v}$ $\longrightarrow$ $\vec{F}_v = -b\vec{v}$

↳ COEF. DE VISCOSIDAD DINÁMICO

ANALICEMOS UN CASO ARQUETÍPICO:



OBJETO CAYENDO EN UN FLUIDO VISCOSO A v BAJA

LA ÚNICA EC. ES

$$m a_y = \vec{P} + \vec{F}_v = mg - b v_y$$

EN TÉRMINOS DE $y(t)$ $\longrightarrow$

$$\boxed{\cancel{m}\frac{d^2y}{dt^2} = \cancel{m} g - \frac{b}{m}\frac{dy}{dt}}$$

NOTAR QUE APARECEN LAS DERIVADAS DE UNA FUNCIÓN $(y(t))$

Y COMO SIEMPRE, MI "SOLUCIÓN" TIENE QUE SER LA EC. DE MOV.

$\longrightarrow y(t)$

ESTO SE CONOCE COMO EC. DIF. DE 2º ORDEN A COEF. CTES

→ EXPLICAR

(Ver como da el t.) → se puede saltar hasta (*)

P/ resolv. ec. dif. uno usa "métodos". No estudiaremos en detalle, pero vamos a resolver esta ec.

1º → ¿es un mov. con $a = cte$? → no

P/ hacer + fácil la resoluc. hacemos unos cambios de var.

1º → def. $\frac{dy}{dt} = z(t) \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dz}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dt} = g - \frac{b}{m} z$$

otro cambio → $z' = z - g\frac{m}{b}$ $\Big\} \Rightarrow \frac{dz'}{dt} = -\frac{b}{m} z'$

cte → $\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt}$

Después volveré atrás

¿Cómo se resuelve esto? → integrando

$\cancel{\int_{t_0}^{t} \frac{1}{z'}\frac{dz'}{dt}\,dt = \int_{t_0}^{t}}$ → $\int_{z(t_0)}^{z(t)} \frac{dz'}{z'} = -\int_{t_0}^{t} \frac{b}{m}\,dt$

z' de un lado y t del otro

$$\longrightarrow \ln z'(t) - \ln z'(t_0) = -\frac{b}{m}(t - t_0)$$

$$\ln \frac{z'(t)}{z'(t_0)} = -\frac{b}{m}(t - t_0)$$

$$z'(t) = z'(t_0)\, e^{-\frac{b}{m}(t-t_0)}$$

$$\Rightarrow \quad z(t) = z'(t) + \frac{g m}{b} \qquad \left(\underset{\text{es cte}}{z^{\circ}(t_0)} = z'(t) + \frac{gm}{b} \right)$$

$$\Rightarrow \quad z(t) = \frac{g m}{b} + z'(t_0)\, e^{-\frac{b}{m}(t-t_0)}$$

y finalmente, como $z(t) = \dfrac{dy}{dt}$ hay q' int. otra vez p/ $y(t)$

$$y(t) = \frac{g m}{b}\, t - z'(t_0)\, \frac{m}{b}\, e^{-\frac{b}{m}(t-t_0)}$$

Caso sencillo. V límite:

Notar que si no hubiera F_v y v aumentaría con aceleración g. Entonces, sin resolver cuentas uno pueden usar que:

F_v (al principio) $= 0$ $\quad (v=0)$ $\quad \Big\}$ sólo por un instante

$\rightarrow a = g$

v empieza a aumentar $\Rightarrow$ F_v empieza a ser significativa.
Mientras $|\vec{F}_v| < mg$ la ac. apunta hacia abajo pero va disminuyendo $\Rightarrow$ en algún momento la v va a aumentar de tal forma que $|\vec{F}_v| = mg$

Volviendo a la ec. de Newton:

$$mg - bv = ma$$

Cuando $|\vec{F}_v| = mg \longrightarrow ma = 0 \Rightarrow \boxed{a=0}$

A partir de ahí, $v = cte \Rightarrow |\vec{F}_v| = cte = mg$ y nada va a cambiar eso $\longrightarrow$ a partir de ahí, el mov. sigue con $v = cte$, aunque hay $\vec{F}$, estas se cancelan

¿Cuánto vale esa v?

La llamamos $v_{límite}$ y es t_q:

$$mg - bv_L = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{v_L = \frac{mg}{b}}$$

Notar que si m es muy grande, o b muy chico

$\Rightarrow$ esa v_L puede ser grande y en part. puede ser que el objeto tenga que caer de una alt. muy grande p/ alcanzarla

$\rightarrow$ ¿Caso práctico? $\rightarrow$ Paracaidista.