Impulso lineal - Cant. mov.

Ya lo hablamos ant. $\vec{p} = m\vec{v}$

Da la idea de lo difícil q' es frenar a un obj. con m grande y/o (acelerar)

$|\vec{p}|$ grandes. Combina ambas magnitudes.

Además vimos q' p/un obj. de masa constante, la 2ª ley de N

se puede expresar:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$\Rightarrow \vec{p}$ de un sistema tendrá derivada cero si: $\boxed{\sum \vec{F}_{ext.} = 0}$

Sist. aislado, no interacción con el entorno

$\Rightarrow \boxed{\vec{p} \text{ se conserva}}$

Ojo $\rightarrow$ es cte como vector

Notar q' justamente p/ variar $\vec{p}$ ~~se~~ tiene q' $\exists$ una $\bar{F}$, y

esa $\bar{F}$ será tanto mayor, cuanto mayores sean $\vec{v}$ y m

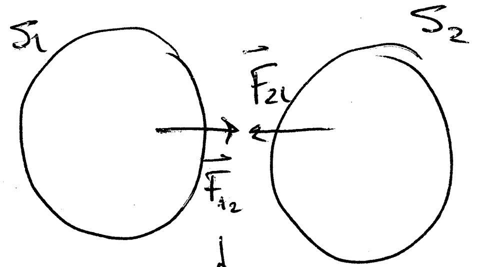
(camión/hormiga, etc)

Notar q' $\vec{F}$ también es grande si hago un cambio de $\vec{p}$ en un t

corto.

Es importante aquí definir a q' nos referimos con "sistema" porque es el $\vec{p}$ de "sistema" el q' cambiará o se conservará. Hasta ahora nuestro sistema era un sólo objeto, sin embargo, el planteo puede ser + gral.

Sup. S_1 y S_2:



sólo int. entre sí

Sabemos que $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

y que $\vec{F}_{12} = \dfrac{d\vec{p}_1}{dt}$ ⊕

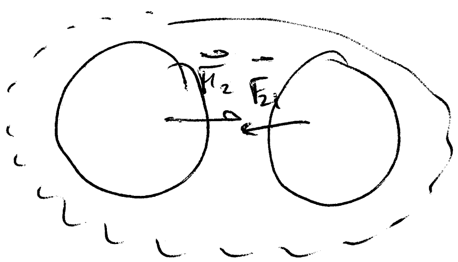
$\vec{F}_{21} = \dfrac{d\vec{p}_2}{dt}$

Eso es considerando S_1 y S_2 como 2 sistemas.

Pero ⊕ significa que $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0 \Rightarrow \dfrac{d\vec{p}_1}{dt} + \dfrac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$

$\Rightarrow \dfrac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0 \longrightarrow$ si usamos $\vec{p}_{12} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$,

la ec. anterior nos dice que el sist. "S" formado por S_1 y S_2 conserva su cant. de mov. $\vec{p}_{12}$, que es la suma de los $\vec{p}$ de sus componentes.



Esto es razonable, porque si S_1 y S_2 forman un sistema, éste <u>es</u> aislado, pues las únicas interacciones son las q' se hacen uno a otro y se cancelan mutuamente, pues son <u>fuerzas internas</u>.

Para saber si $\vec{p}$ <u>se conserva o no</u> hay que ver la suma de <u>fuerzas externas</u> (cuando el sist. es un objeto sólo es obvio).

Si mismos c/objeto por sep., S_1 y S_2, el $\vec p$ es cte (3)

Varía:

$$\vec F_{12} = \frac{d\vec p_1}{dt} \Rightarrow \int_0^{\Delta t} \frac{d\vec p_1}{dt}\, dt = \Delta \vec p_1 \Rightarrow \Delta \vec p_1 = \int_0^{\Delta t} \vec F_{12}\, dt$$

$$\Delta \vec p_1 = (\vec p_{1f} - \vec p_{1i})$$

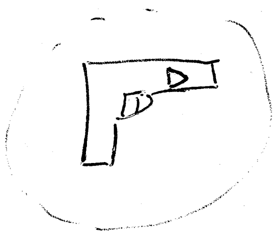
Del mismo modo, $\Delta \vec p_2 = \int_0^{\Delta t} \vec F_{21}\, dt = (\vec p_{2f} - \vec p_{2i})$

$$\Rightarrow \Delta \vec p_1 + \Delta \vec p_2 = \int_0^{\Delta t} \vec F_{12}\, dt + \int_0^{\Delta t} \vec F_{21}\, dt = 0$$

$$\boxed{\vec F_{21} = -\vec F_{12}}$$

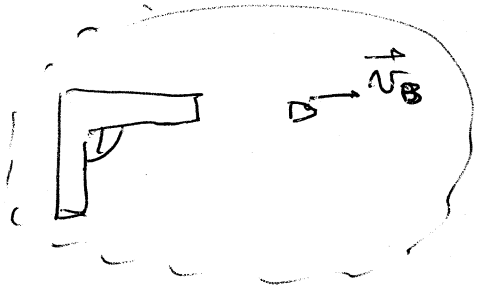
O sea que si $\vec p_1$ varía una cierta cantidad, $\vec p_2$ compensa esa variac., de tal forma q' $\Delta \vec p_{12} = \Delta(\vec p_1 + \vec p_2) = 0$

Ejemplo: explosión



Sist. = arma+bala

$$\vec p_0 = \vec p_A + \vec p_B = 0, \quad \vec p_A = 0, \quad \vec p_B = 0$$



Como no hay F ext.

$\Rightarrow \vec p = 0$

Pero dado que la bala cambia $\vec p_B$, el arma debe compensar ese cambio

$$\vec p_{Af} + \vec p_{Bf} = 0 \Rightarrow \vec p_{Af} = -\vec p_{Bf}$$

$$\Rightarrow m_A \vec v_A = -m_B \vec v_B \Rightarrow \vec v_A = \frac{m_B}{m_A} \vec v_B$$

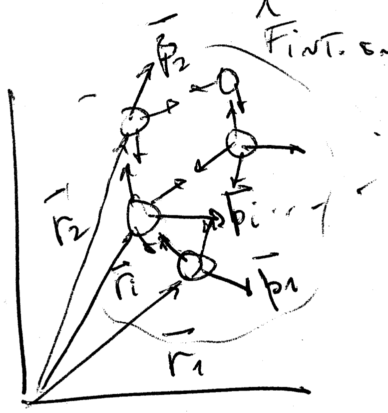
chico

Uno frena el arma con la mano, pero si estuviera suelta, el arma sería retro propulsada.

Sistemas de Partículas

Esto que acabamos de hacer, se puede generalizar p/ sist de N part.

Siempre habrá F int. entre pares de part. que interactúan y se cancelan



Para este sist. $\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$ (1)

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \left(\text{Todas las F sobre la part. } i \right)$$

→ Como las F int. aparecen en una part. p/un lado y en la opuesta p/el otro ⇒ se cancelan

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{EXT}} \quad (2)$$

F externas sobre la part. i

Si uno en cambio considera a cada partícula como sistema, entonces, las F realizadas por las otras partículas son externas y aparecen en la ec. de N.

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i^{EXT} + \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij}$$

F originadas por el resto de las part., sobre la part. i

① y ② sugieren q' el sist. tiene un comp. global.

Como una part. cuyo impulso lineal es $\vec{P}$.

Sobre esa part. están aplicadas todas las $\vec{F}^{EXT.}$ y posee toda la masa del sistema $\left(M = \sum_{i=1}^{N} m_i \right)$

Podemos entonces pensar que es como si miráramos de lejos al sistema y lo vemos como un todo (hacer notar que siempre fue así, aunque no lo dijimos) $\Rightarrow$ Hay que hallar la posición y $\vec{v}$ de ese objeto que concentra toda la masa.

? veloc. de la part. hipotética

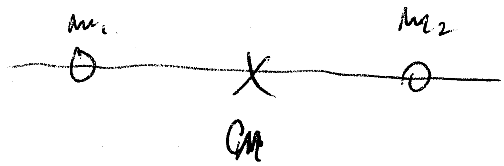
$$\vec{P} = M \cdot \vec{v} = \sum m_i \vec{v}_i \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M}}$$

y su posición sale de integrar $\int \vec{v}\, dt$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{R}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}}$$

A este objeto hipotético lo llamamos "Centro de masa" (CM)

Notar que el CM. puede ser un punto en donde no haya una part.



Es una media, ponderada con la masa, de la posición de todas las partículas que forman al sistema.

$$\boxed{\vec{P} = M \vec{v}_{CM} \qquad \sum \vec{F}^{EXT} = M \vec{a}_{CM}}$$

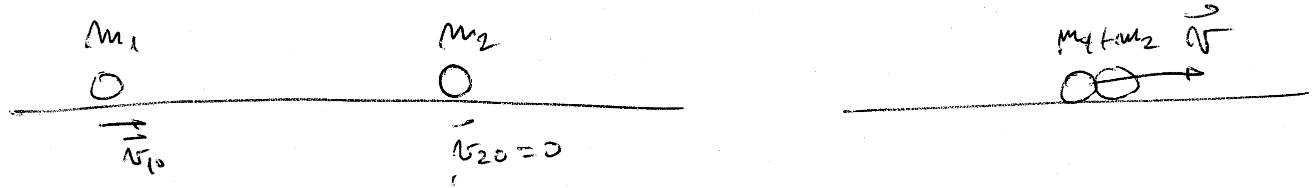
Notar que si $\vec{p} = 0 \Rightarrow \sum F^{EXT} = 0$

y ent. $\vec{v}_{CM}$ = cte $\Rightarrow$ {el CM se mueve con MRU} aunq' c/part. puede realizar mov. + complicados

En estos casos en que el CM tiene $\vec{v}_{CM}$ = cte, $\Rightarrow$ uno puede def. un sist. de coord. en el CM y plantear el mov. relativo de todos los obj. q' lo forman, referidos al sist. CM.

Notar que el mov. desp. del CM va a ser muy simétrico.
(mencionar sist. laboratorio)

Ej: 2 bolitas que colisionan y quedan pegadas.



Antes: $\vec{p}_0 = \vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} = m_1 \vec{v}_1$

Desp. $\vec{p}_f = p_{1f} + p_{2f} = (m_1 + m_2)\, \vec{v}$ $\Big\}$ $\vec{p}_0 = \vec{p}_f \quad \left(\sum F^{EXT} = 0\right)$

$$\Rightarrow \quad m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\, \vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

Notar que, como las part. quedan adheridas, $\vec{v} = \vec{v}_{CM}$ = cte
~~Notar~~

$\Rightarrow$ ¿Cómo se ve el choque desde el CM?

inic. $\rightarrow$ el CM tiene q' tener la misma $\vec{v}$ que al final

De hecho, por def. $\vec{v}_{CM} = \dfrac{m_1 \vec{v}_1 + \cancel{m_2 \vec{v}_2}}{m_1 + m_2} = \dfrac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$

$\Rightarrow$ la part. 1 se verá desde el CM, yendo a la derecha con $\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM}$

y " " 2 ~~se der~~ (que estaba quieta en el sist. lab) se verá con $\vec{v}_2' = -\vec{v}_{CM}$

O sea

Antes

$\vec{v}_1{}'$ $\vec{v}_2{}'$

CM

Notar q' si $m_1 = m_2$

$\Rightarrow \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1+m_2} = \frac{\vec{v}_1}{2}$

$\Rightarrow \vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ y ambas se acercan al CM (que está en el centro) a igual rapidez.

Después $\vec{v}' = 0$ (acompañan al CM)

el imp. lin. desde el CM $= 0$ pues $\sum F_{ext} = 0$

Uno lo puede calcular, $\vec{v}'$ sale de $\vec{p}' = 0$

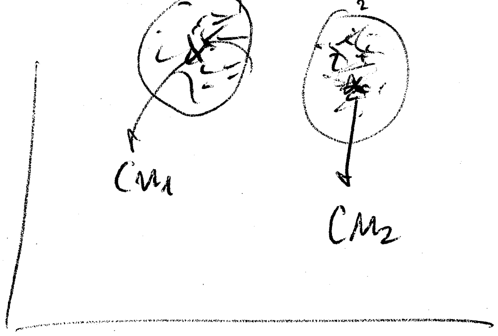
$\Rightarrow (m_1 + m_2)\vec{v}' = 0$

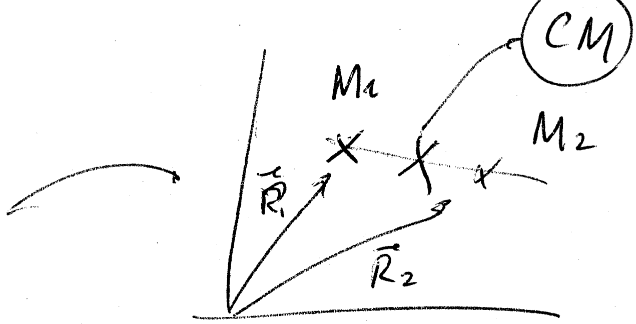
sería la $\vec{v}_{CM}'$ resp. del CM.
→ es obviamente cero

CM:

- El CM de 2 part. se encuentra en la línea q' los une
- Se puede usar simetría → masas uniformes.
- El CM. de un sist de part. se puede obt. subdiv. y encontrando ≠ CM intermedios.

$M_1 = \sum m_1$ $M_2 = \sum m_2$





- Cuerpo continuo → integrar

Choques en 1D : casos + simples

2 part. se aprox. → int. mutua altera el mov. de c/u por un intercambio de $\vec{p}$ y E (cinética si consid. 1D)

Puede no haber contacto, 2 part. imantadas, etc.

Choques: → elásticos : se cons. $E_{cinética}$

inelásticos : No ↑

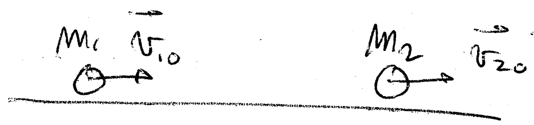
En cualquier caso, cuando uno analiza un choque, las part. ~~son~~ son un sist. aislado → sólo está presente la int. entre ambas.

Si uno incluyera Fuerza u otras int., habría q' ver cómo influyen p/variar el $\vec{p}$ y la E_c.

Por ahora miramos el caso en q' <u>NO</u> hay más int. q' las mutuas.

Como el CM se mueve a $\vec{v}_{cm} = cte$ ⇒ podemos usar el S_{CM} ó el S_{lab}.

Choque elástico



↗ pueden apuntar p/cualq. lado (signo)

1) $m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = \vec{p} = cte$

Choque elástico ⇒ 2) $\frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = E_c = cte$

Desp. choque:

3) $m_1 v_1 + m_2 v_2 = \vec{p}$

4) $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = E_c$

1) = 3) y 2) = 4)

$$\Rightarrow \quad m_1 (v_1 - v_{10}) = m_2 (v_{20} - v_2)$$

$$\frac{1}{2} m_1 (v_1^2 - v_{10}^2) = \frac{1}{2} m_2 (v_{20}^2 - v_2^2)$$

RECORDAR QUE $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

$\Rightarrow$ EL COCIENTE DE LAS 2 IGUALDADES DA:

$$v_1 + v_{10} = v_2 + v_{20}$$

JUNTO CON $v_1 - v_{10} = (v_{20} - v_2) \dfrac{m_2}{m_1}$

QUEDANDO (LAS SUMO) $\longrightarrow$ $v_1 = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{10} + \left(\dfrac{2 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{20}$

REEMP. $\longrightarrow$ $v_2 = \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{20} + \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{10}$

NOTAR SIMETRÍA

CASO PART.

1) $v_{20} = 0 \Rightarrow v_1 = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{10}$ $\qquad v_2 = \dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_{10}$

a) $m_1 = m_2 = m \Rightarrow \boxed{v_1 = 0}$ $\qquad \boxed{v_2 = v_{10}}$ BILLAR.

b) $m_1 \gg m_2 \Rightarrow v_1 \approx v_{10}$; $v_2 \approx v_{10}$ (SE LLEVA PUESTA A LA PART.)

c) $m_1 \ll m_2 \Rightarrow v_1 \approx -v_{10}$; $v_2 = \dfrac{2 m_1}{m_2} v_{10} \approx 0$ (CHOCA CONTRA UNA PARED)

EL CHOQUE QUE VIMOS ANTES (PEGADOS) $\longrightarrow$ PLÁSTICO

TODOS LOS DEMÁS $\longrightarrow$ INELÁSTICOS