

Guía 3: Regresión lineal

Estimación de la aceleración de la gravedad (g)

Laboratorio de Física 1 (Q)
Dpto. Física, FCEyN, UBA.

Verano 2021

Esta guía tiene como objetivo la estimación del valor de g a partir del método de cuadrados mínimos. Tomando el caso particular de un péndulo ideal, se estudiará la relación entre su longitud L y periodo T . Luego, linealizando la ecuación del modelo ideal, se realizará un ajuste lineal por cuadrados mínimos.

1. Introducción

En general, un modelo físico permite encontrar una relación funcional entre dos o más variables de un sistema. Para el caso particular de un péndulo ideal, la ecuación que relaciona el período con su longitud es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (1)$$

donde T es el período, g es la aceleración de la gravedad y L es la longitud del hilo. A partir de la Ecuación 1 fue posible estimar g , midiendo T y L en un péndulo particular.

Debe observarse que dicha relación es válida para *cualquier* péndulo ideal. Es decir, dentro del modelo, a cada valor de L le corresponde un valor $T(L)$. Para estudiar la validez de un modelo en un determinado dominio, es necesario medir un conjunto de datos en un sistema real $-(L_i, T_i)$ en este caso- y contrastarlos con las predicciones teóricas.

La regresión (ajuste) lineal por cuadrados mínimos es una herramienta que permite contrastar datos experimentales con un modelo teórico lineal. Consiste en un cálculo algorítmico que estima los parámetros de la recta (pendiente y ordenada al origen) tal que ésta *se acerque* lo más posible a los datos experimentales. Mediante un ajuste lineal es posible estimar las incógnitas del problema, pero además se puede analizar qué tanto se parece el sistema físico al modelo. Para ello se utilizan indicadores de la bondad del ajuste, tales como el coeficiente de determinación R^2 .

La relación entre las variables involucradas muchas veces no es lineal -como el de la Ecuación 1-. Sin embargo, en algunos casos, es posible redefinir las variables para obtener a una ecuación lineal, y así utilizar el ajuste lineal propuesto.

2. Actividad 1A: Registro de datos

En esta primera actividad mediremos el período de un péndulo para varias longitudes. Las características del péndulo real deberán ser lo más parecidas a un péndulo ideal: masa puntual, hilo inextensible y de masa despreciable, oscilaciones pequeñas, movimiento en un plano.

1. Monte un sistema de péndulo simple con los elementos que tenga a disposición (puede utilizar el mismo péndulo que utilizó en las guías anteriores).
2. Mida el período del péndulo para 7 longitudes diferentes (puede probar entre 30 cm y 1,5 m). Recuerde mantener constantes los otros parámetros del sistema. Se recomienda medir, por lo menos, 5 series de 5 períodos consecutivos.

3. Actividad 1B: Análisis de datos

Una vez obtenidos los datos y sus respectivas incertezas procederemos a analizarlos y contrastarlos con el modelo de péndulo ideal.

1. Grafique los datos obtenidos de período en función de longitud. No olvide incluir las barras del error absoluto (ver apéndice). En apariencia a simple vista: ¿Es lineal la relación entre las variables? En caso afirmativo, ¿qué información podría obtener si realizara un ajuste lineal?
2. En la Ecuación 2, el período T no depende de forma lineal con la longitud L . Linealice dicha ecuación definiendo nuevas variables. Utilice por lo menos 2 maneras distintas.
3. Convierta sus datos experimentales (T_i, L_i) a las nuevas variables. Propague las incertezas asociadas (ver apéndice).
4. Grafique los dos nuevos conjuntos de datos. Dado que el ajuste lineal contempla los errores asignados a las variables, deberá utilizar como variable $y = y(x)$ aquella que verifique $\Delta y \gg \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x$. ¿Se observa lineal la relación entre las nuevas variables? Realice un ajuste lineal por cuadrados mínimos y reporte la ordenada al origen (y su error), la pendiente (y su error), y el coeficiente R^2 para cada conjunto de datos. ¿Qué significado se le puede asignar a la pendiente? ¿Y a la ordenada al origen? ¿Es el mismo para cada linealización?
5. A partir de los datos de pendiente y ordenada al origen, calcula g y su error absoluto. Compare los resultados de ambos métodos.

4. Elaboración de informe

Se deberá entregar un informe que incluya la siguiente información:

- Gráfico de período en función de longitud del péndulo $T(L)$, con errores absolutos.
- Linealización de la Ecuación 1 de dos maneras distintas. Propagación del error absoluto para las nuevas variables .

- Los 2 gráficos con los datos linealizados, y el ajuste lineal correspondiente. No olvidar graficar las barras de error.
- Debajo de cada gráfico reporte los parámetros obtenidos en los ajustes (ordenada al origen, pendiente y coeficiente de correlación) y el cálculo de g con su error propagado.
- Acompañar cada punto de un breve análisis.

A. Operaciones en Origin

A.1. Errores absolutos

Para incluir los errores en su gráfico debe crear una nueva columna y asignarle el rol de error. Para crear nueva columna: *Column* ->*Add new columns* Para asignarle el rol de error a una columna: en el worksheet, clic derecho sobre el nombre de la columna, y en el menú desplegable: *Set as* ->*X Error* (o *Y error*) Para graficar, seleccione tanto la columna “y” como la columna “y error” y utilice el comando: *Plot* ->*Symbol* ->*Scatter*

Para graficar, recuerde completar los campos *long name* y *units*. Con esto el gráfico aparecerá con los nombres de los ejes ya asignados.

A.2. Ajuste lineal

Con la ventana del gráfico abierta, busque en la barra de menú el comando: *Analysis* ->*Fitting* ->*Fit linear* ->*Open dialog* Se le abrirá una ventana con las opciones de la regresión lineal. Tilde los siguientes ítems en la sección *Quantities to compute* (son los que usaremos en esta guía):

- *Fit parameters: value; standard error*
- *Fit statistics: R-square*

Una vez realizado el ajuste, los resultados aparecerán en una Tabla dentro de la ventana del gráfico, y además como una nueva pestaña en el *Worksheet*.

A.3. Operaciones con columnas

Para realizar la misma operación a un conjunto de datos, cree una columna nueva. Luego haga clic derecho en el nombre de la columna, y seleccione *Set Column Values*. Se abrirá una ventana donde puede introducir ecuaciones. Ejemplos:

- La ecuación $Col(A)^2$ toma cada valor de la columna A y lo eleva al cuadrado
- La ecuación $ln(Col(B))$ calcula el logaritmo natural de cada valor de la columna B.