

# Teoremas de Conservación

Física 1(Q) - Verano 2021  
Dpto. de Física, FCEyN, UBA.

En la física es de suma importancia comprender y aplicar correctamente los teoremas de conservación.

Los choques entre dos o más partículas pueden estudiarse a través de las leyes de la conservación del momento lineal, así como de la energía cinética. Esta práctica tiene como objetivo analizar el concepto de choque inelástico frente al principio de conservación de la energía y determinar el valor experimental del coeficiente de restitución de diversos cuerpos a través del estudio de los sucesivos rebotes de una pelota.

## 1. Introducción

La energía mecánica  $E$  de un sistema se define como la suma de la energía cinética  $K$  y la energía potencial  $U$ , siendo

$$K = \frac{1}{2} m v^2, \text{ y} \quad (1)$$

$$U = m g h \quad (2)$$

para el caso de una energía potencial gravitatoria. En un sistema aislado en el que no actúen fuerzas no conservativas la energía mecánica total se conserva. Además, podemos definir el momento lineal o cantidad de movimiento

$$\vec{p} = m \vec{v}, \quad (3)$$

de una partícula de masa  $m$  que se mueve a una velocidad  $\vec{v}$ . A partir de la segunda ley de Newton se puede deducir que en un sistema aislado el momento lineal total se conservará.

Por otro lado, un choque o colisión es un evento en el que dos o más cuerpos se aproximan lo suficiente para interactuar mediante fuerzas. Más allá de la complejidad de la interacción, si se considera como sistema el conjunto de los cuerpos, las fuerzas de interacción serán internas, por lo que el momento total deberá conservarse. Dependiendo de si la energía cinética del sistema varía o no, el choque será elástico (se conserva la energía cinética) o inelástico (no se conserva).

Para un choque elástico se puede demostrar que

$$(v_{1i} - v_{2i}) = -(v_{1f} - v_{2f}), \quad (4)$$

$$-\frac{v_{1f} - v_{2f}}{v_{1i} - v_{2i}} = 1, \quad (5)$$

donde los subíndices 1 y 2 refieren a las partículas involucradas en el choque; e  $i$  y  $f$  indican el estado inicial (antes del choque) y final (después del choque), respectivamente. El cociente entre

las velocidades relativas de los cuerpos antes y después del choque se denomina coeficiente de restitución  $r$ , y es una medida del grado de conservación de la energía cinética en un choque entre partículas clásicas. Para el caso de un choque perfectamente elástico se verifica que  $r = 1$ , mientras que para choques inelásticos ocurre que  $0 < r < 1$ .

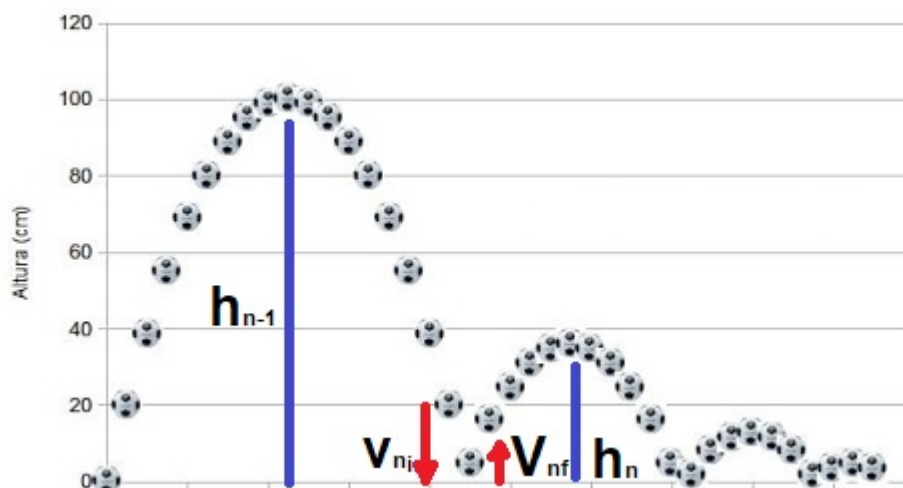


Figura 1: Esquema de una pelota rebotando donde se denotan la velocidad inicial y final del rebote  $n$ -ésimo ( $v_{ni}$  y  $v_{nf}$ ) así como las alturas máximas del rebote  $n$ -ésimo y del anterior.

## 2. Actividades

Se propone estudiar la conservación de la energía en una pelota que rebota contra una superficie fija. La experiencia consiste en dejar caer un cuerpo esférico desde una cierta altura de manera tal que, al chocar con la superficie, éste rebote y continúe subiendo y bajando tras sucesivas colisiones. En cada choque la pelota pierde parte de su energía, manifestándose en la disminución de la altura máxima alcanzada cada vez. Esta disminución puede caracterizarse por el valor del coeficiente de restitución

$$r = -\frac{v_{1f} - v_{2f}}{v_{1i} - v_{2i}}. \quad (6)$$

En caso de que una de las masas es mucho mayor que la otra ( $m_2 \gg m_1$ ), la masa mayor no cambia su velocidad ( $v_2 \ll v_1$ ), y se puede considerar que permanece en reposo ( $v_2 \approx 0$ ). En este caso, la relación anterior se reduce a

$$r = -\frac{v_{1f}}{v_{1i}}. \quad (7)$$

Al rebotar la pelota emitirá un sonido. Si somos capaces de registrar ese sonido en el tiempo, tendremos los tiempos de vuelo de la pelota entre cada rebote. Eso podemos hacerlo utilizando cualquier grabador de sonido de un teléfono inteligente (por ejemplo, *WaveEditor*). En particular vamos a preferir registrarlo en formato `wav`, ya que éste nos permitirá importarlo fácilmente al

programa de análisis de datos. A partir de esos tiempos es posible determinar la altura máxima en cada rebote. Despreciando el rozamiento con el aire, se puede interpretar el movimiento como uniformemente acelerado y, por tanto, que

$$h_f = h_i + v_i t - \frac{1}{2} g t^2 . \quad (8)$$

Dado un tiempo inicial  $t_i = 0$  en una posición inicial  $h_i = 0$ , es posible considerar el tiempo total  $t_v$  de vuelo tal que  $h_f = 0$ , en cuyo caso se puede despejar de la anterior ecuación la velocidad inicial del rebote

$$v_i = \frac{g t_v}{2} . \quad (9)$$

Usando la misma ecuación se puede deducir que la altura máxima será:

$$h_{max} = \frac{1}{2} g \left( \frac{t_v}{2} \right)^2 \quad (10)$$

Por otro lado, si se supone despreciable la fricción con el aire, la energía mecánica se conserva en todo el trayecto en descenso. Entonces, se puede relacionar la energía cinética justo antes del choque  $n$ -ésimo, siendo  $v_{in}$  la velocidad inicial de dicha colisión, con la energía potencial alcanzada luego del choque  $n - 1$ , siendo  $h_{n-1}$  la altura máxima alcanzada luego de dicha colisión. De este modo, se llega a la igualdad

$$\frac{1}{2} m v_{in}^2 = m g h_{n-1} . \quad (11)$$

De la misma manera, luego del rebote, se verifica la relación

$$\frac{1}{2} m v_{fn}^2 = m g h_n , \quad (12)$$

y, haciendo el cociente entre las ecuaciones 11 y 12, se obtiene

$$\left( \frac{v_{fn}}{v_{in}} \right)^2 = \frac{h_n}{h_{n-1}} . \quad (13)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 7, la expresión 13 puede escribirse como una relación lineal entre la altura alcanzada luego del  $n$ -ésimo rebote y la altura que alcanzó en el rebote anterior. La pendiente de dicha recta será el coeficiente de restitución elevado al cuadrado. Esta relación se expresa como

$$h_n = r^2 h_{n-1} . \quad (14)$$

Para este trabajo, deberán registrar el sonido emitido por dos tipos distintos de pelotas, cada una rebotando en dos tipos de superficies diferentes. A partir del audio grabado, deberán estimar los tiempos de vuelo de cada rebote y el coeficiente de restitución de cada caso. Para ello, tengan en cuenta los siguientes puntos:

1. Antes de hacer el experimento, planteen como hipótesis en qué casos (qué pelota rebotando sobre qué superficie) espera obtener un  $r$  más cercano a 1 y justifiquen. ¿Esperan que  $r$  dependa de la superficie “fija” utilizada? ¿Por qué?

2. Identifiquen los picos (máximos) del registro sonoro medido en formato wav. A partir de ello calculen los tiempos de vuelo de cada rebote y gráfiquenlos en función del número de rebote. ¿Se mantiene constante? ¿Por qué?
3. A partir de los tiempos de vuelo calculen las alturas máximas alcanzadas y analicen lo que sucede.
4. Para obtener  $r$  de cada caso grafiquen  $h_n$  en función de  $h_{n-1}$  y hagan un ajuste lineal. Analicen los resultados obtenidos y compárenlos con sus hipótesis.
5. Calculen la velocidad inicial de la pelota en cada rebote y, a partir de ella, la energía cinética (si no conoce la masa de la pelota puede expresar el cociente  $K/m$ ). ¿Es constante? ¿Por qué? Para ilustrar lo que sucede grafiquen el porcentaje de energía retenida luego de cada rebote en función del número de rebote.
6. OPCIONAL (suma puntos) Proponga una modificación al experimento que permita expandir el análisis o resolver un problema que hayan tenido en el desarrollo del mismo. Puede ser cualquiera que profundice en el estudio del fenómeno usando alguna de las herramientas vistas en la materia. Ejemplos: distinta pelota, distinto piso, distinta altura inicial, etc. ¿Hay diferencias significativas? Al repetir el experimento bajo las mismas condiciones, ¿hay diferencias significativas en  $r$ ? ¿Cómo validaría la hipótesis de rozamiento con el aire? Proponer un setup experimental más controlado e identificar si las mediciones tienen menos ruido, otras.

Una vez finalizado el trabajo, deberán elaborar y entregar un informe al respecto según las pautas discutidas en clase.