

Clase 01: Mediciones indirectas. Propagación de errores.

Laboratorio de física 1 para químicos
1er cuatrimestre 2022

1) Explicación teórica:

Mediciones Indirectas y propagación de errores

Error relativo y error porcentual. Uso del calibre

- No siempre se cuenta con un instrumento para medir en forma directa la magnitud requerida, sino que esta se tiene que derivar de algunas otras magnitudes medidas en forma directa.
- Existirá alguna relación funcional entre las magnitudes medidas en forma directa y la que se desea obtener, dependiendo del experimento que se realice.
- Cuando se mide una magnitud en forma directa, obtenemos como resultado de la medición un rango de valores, determinado con un valor medio y una incerteza. Por ejemplo: $x_0 \pm \Delta x$ (donde: x_0 es el valor medio y Δx la incerteza), por lo que se puede asegurar que la magnitud medida está en el intervalo o rango $(x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x)$ con un nivel de confianza del %68 aprox.
- Una medición indirecta también tendrá un valor medio y una incerteza. ¿Como se obtiene? Las incertezas de las mediciones directas deberían influir o propagarse sobre el resultado de la medición indirecta.

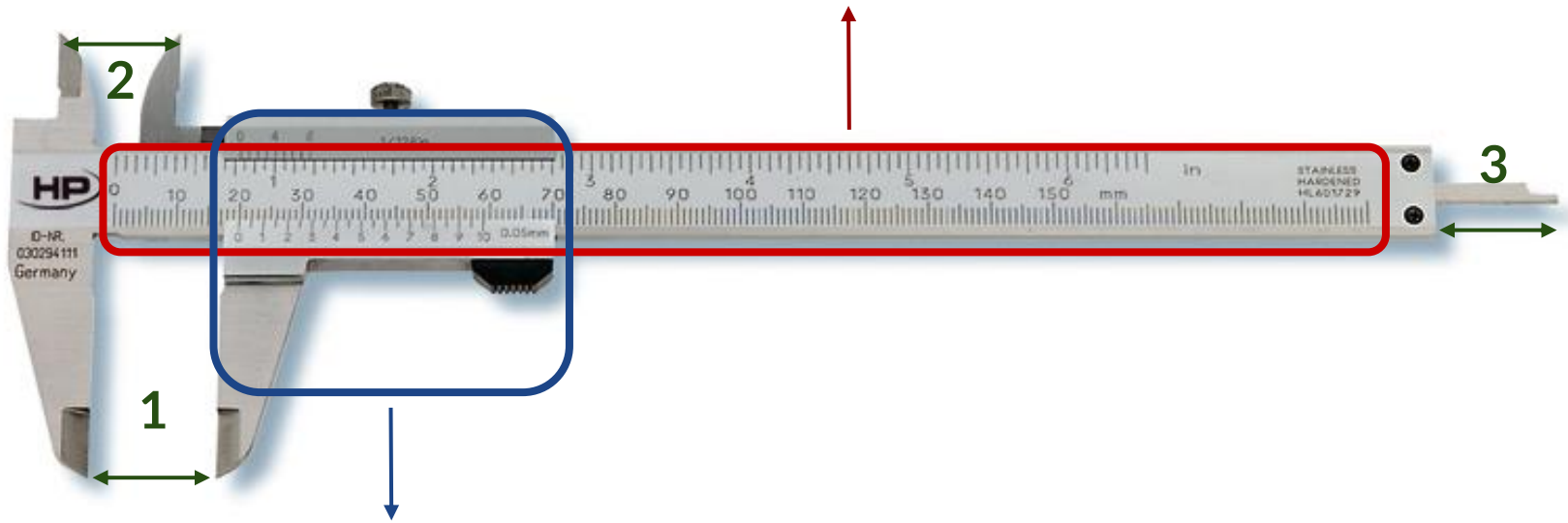
Contenidos de hoy:



- Calibre: Qué es y cómo usarlo.
- Precisión vs. Exactitud
- Propagación de Errores

Calibre:

Regla (En la imagen: graduada en mm y pulgadas)



Vernier/Nonio: nos habilita a medir fracciones (0.05 mm) de la mínima unidad de la regla (1 mm), según la cantidad de subdivisiones o “rayitas” (20).

Para medir:

- 1 - Medidas exteriores
- 2 - Medidas interiores
- 3 - Profundidad

Ejemplo: $32\text{mm} + (7 \times 0.05\text{mm}) = 32.35\text{mm}$

$(32.35 \pm 0.05)\text{mm}$

Medición = **Rayita de la Regla Previa al “0” del Nonio**
+

(Cantidad de Rayitas del Nonio hasta la primera alineada con la regla X mínima unidad del nonio)

Precisión vs. Exactitud:

¡SON DIFERENTES!

- **Exactitud:** Distancia entre el valor medido y el valor “Real”. Cuando tenemos un conjunto de mediciones de la misma cantidad física, la **Exactitud** es la distancia entre *la media* y el valor “Real”.
- **Precisión:** Cercanía de los datos entre sí, independientemente de la exactitud. La desviación estándar (σ) y la varianza (σ^2) son estimadores estadísticos que indican la precisión.
- Para reportar el grado de precisión utilizaremos el **Error Relativo** $Er(x) = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$
- El *Error Porcentual* es simplemente $100 \cdot Er(x)$
- Diremos que un método es “más confiable” que otro si utiliza una menor cantidad de hipótesis.

[1]

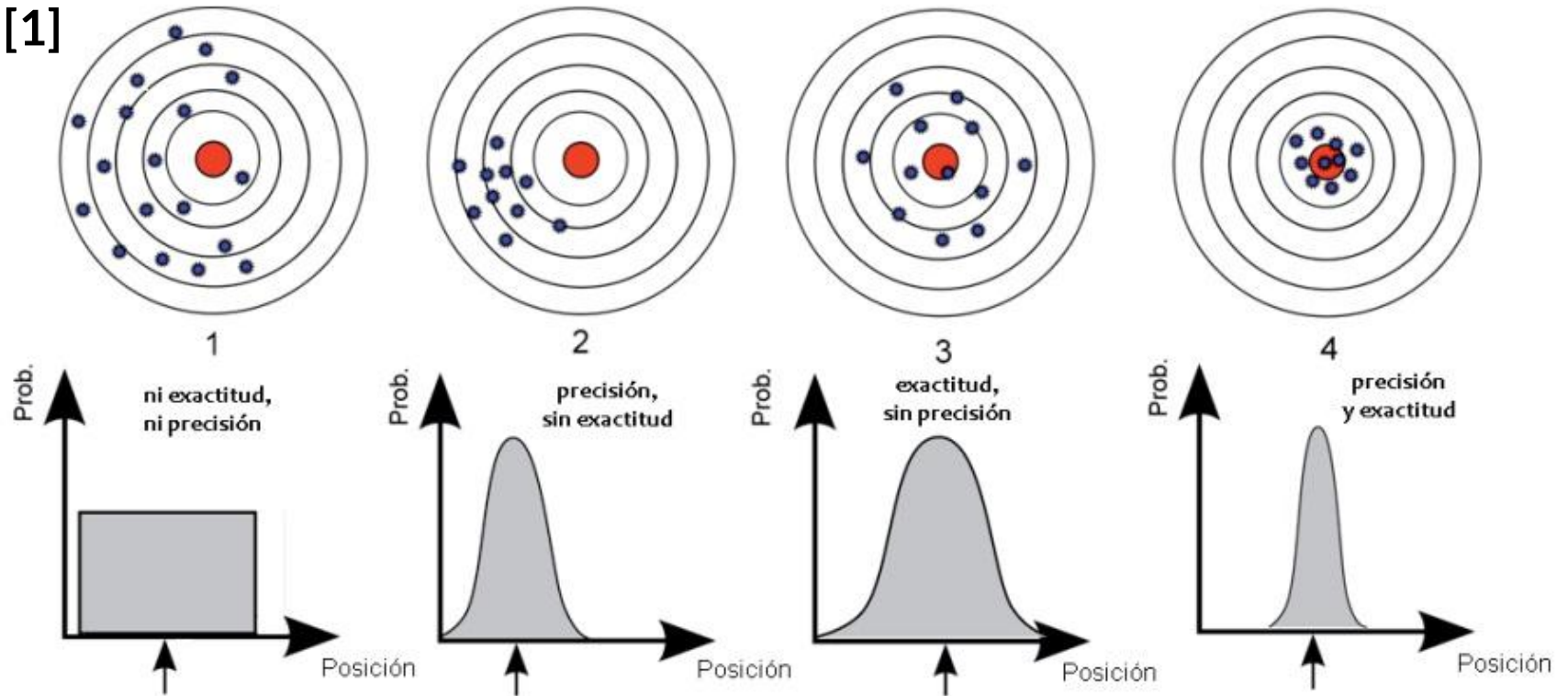


Fig. 2: (Arriba) resultados de cuatro series de disparos a un blanco. (Abajo) las correspondientes funciones de densidad de probabilidad.

Propagación de Errores:

A veces no contamos con el instrumento o la técnica adecuada para poder medir una magnitud física directamente (o dicho método o herramienta no existen, como el “entropiómetro”).

En esos casos, obtendremos la medida de nuestro mesurando con mediciones de otras variables de las cuales depende (y sí podemos medir directamente).

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta x_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \Delta x_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \Delta x_n^2}$$

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \Delta x_i^2}$$

Para poder hacer esto estamos asumiendo que:

- Existen las derivadas parciales de f en el punto (\bar{x}, \bar{y})
- Las variables “ x ” e “ y ” son *independientes*.

Propagación de Errores:

Por ejemplo, en el caso que nuestra cantidad “f” dependa solo de dos variables, su propagación de errores se verá así:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\bar{x},\bar{y}}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{\bar{x},\bar{y}}\right)^2 \Delta y^2}$$

Ejemplo concreto: Medir el área de un círculo midiendo su radio (r)

$$A = \pi r^2$$

• Analizamos cada una de sus variables \longrightarrow r) $\frac{\partial A}{\partial r} = 2\pi r$ $\xrightarrow{\text{evaluando}}$ $\left.\frac{\partial A}{\partial r}\right|_{\bar{r}} = 2\pi\bar{r}$

- ¿Nos falta alguna? ¿qué hacemos con pi? Es una constante, no puede tener error... ¿o puede? 🤔 🤔
- Ninguna máquina (calculadora/computadora) puede guardar pi entero, tiene que truncar en algún decimal. De esa aproximación es donde surge el error. No teman, pues las máquinas modernas -en general- son capaces de darnos suficientes dígitos como para que ese error sea despreciable con respecto a los demás involucrados en nuestra medición, por ej.:

$$Er(r) = \frac{0.05mm}{25.12mm} \approx 0.002 = 2 \times 10^{-3} \quad \Bigg| \quad Er(\pi) = \frac{0.0001}{3.1416} \approx 3.18 \times 10^{-5}$$

2) Experimento

□ Objetivos:

- Obtener el volumen de un cuerpo usando tres métodos distintos.
- Determinar las incertezas del volumen medido de forma indirecta.
- Comparar los resultados y determinar: ¿Qué método es más preciso? ¿Cuál es más exacto? ¿Y cuál más confiable?

□ Actividad

1) **Determinación del volumen de un sólido (paralelepípedo ahuecado)**

Usar 3 métodos distintos:

A) Por desplazamiento de volumen:

Usar probeta graduada con agua y colocar el volumen para ver la diferencia de volumen.

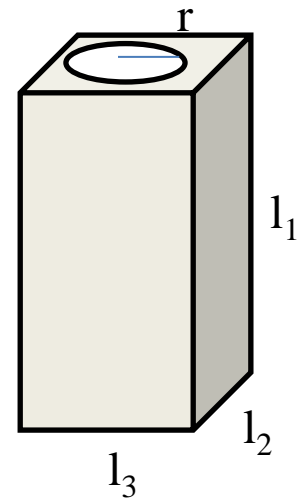
B) Por medición de su geometría:

Utilizar un calibre midiendo lados, radio, etc. para determinar el volumen.
¿Cuál es el volumen del paralelepípedo ahuecado? Plantear fórmula.

C) Por medición de la masa

Usar una balanza para obtener la masa y utilizar la relación $V = m/\delta$, donde δ es la densidad del material del cuál está hecho el objeto.

Buscar la densidad del material en bibliografía.



2) Experimento



- Para cada método plantear las hipótesis (¿Es realmente todo el cuerpo de aluminio o se tienen una aleación? ¿Sus lados son regulares? Etc).
- ¿Hace falta realizar varias mediciones? ¿Cómo afecta a la incerteza?
- Comparar los métodos entre sí ¿Cómo? y determinar qué método es más preciso (usar el error relativo), más exacto y más confiable.
- ¿Todos los métodos son indirectos?
- ¿En qué casos se necesita usar la propagación de errores para obtener la incerteza del volumen?
- En los casos que se use valores tabulados (δ y π), ¿tienen incertezas? ¿Por qué? (“cuán constante es una constante”?)

Observación: NO usar la fórmula con módulo para la propagación de errores.

¡A medir!

3) Resultados y análisis

Ejemplo de Paralelepípedo macizo:

Método	Medidas	
Probeta	V_i (cm ³)	60 ± 1
	V_f (cm ³)	72 ± 1
Balanza	m (g)	33.85 ± 0.01
Calibre	h (cm)	4.716 ± 0.001
	D (cm)	0.842 ± 0.001
	l_1 (cm)	1.706 ± 0.001
	l_2 (cm)	1.852 ± 0.001

Método	Volumen paralelepípedo (cm ³)
Probeta	12 ± 1
Balanza	12.54 ± 0.04
Calibre	12.27 ± 0.01

Qué método es más **exacto** no se puede determinar dado que no se tiene un valor tabulado del volumen o valor “real”.

El método más **preciso** se obtiene comparando los errores relativos.

$$e_{rel} = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \quad e_{probeta} = \frac{1}{12} = 0,083 \quad e_{balanza} = \frac{0,04}{12,54} = 0,0032 \quad e_{calibre} = \frac{0,01}{12,27} = 0,00081$$

En este caso, es el método del calibre.

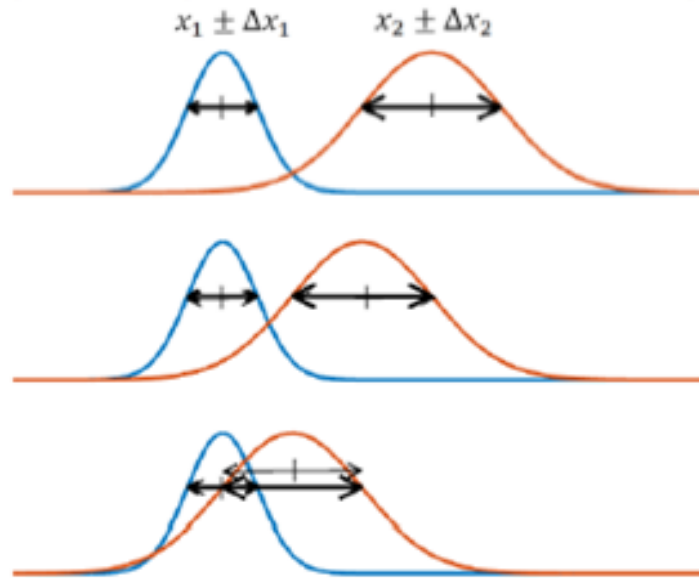
El método más **confiable** tiene que ver con las hipótesis que se plantearon (ej: que el sólido sea todo de aluminio, que sus lados sean todos iguales o regulares, etc). Por lo que se puede considerar al método de la probeta el más confiable ya que no afecta las hipótesis planteadas.

De todas formas, definir el “mejor” método va a depender de para qué se quiera la medida del volumen.

3) Resultados y análisis

□ En resumen: se obtuvo diferentes resultados de cada medición dado por cada método, es decir, diferentes valores medios e incertezas. ¿Cómo se determina si estos resultados son equivalentes o son distintos?

Para poder comparar dos valores, necesitamos que tengan incertezas



Vienen de dos distribuciones

Convención:

-Si las incertezas **NO** se superponen, entonces los resultados son distintos y se dice que hay “**diferencias significativas**”.

-Si las incertezas se superponen, se puede decir que **NO** hay “**diferencias significativas**”.

[1] Figuras de clase de laboratorio de física 1 para química 1er C 2020, Cátedra Pickholz (<http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/>)