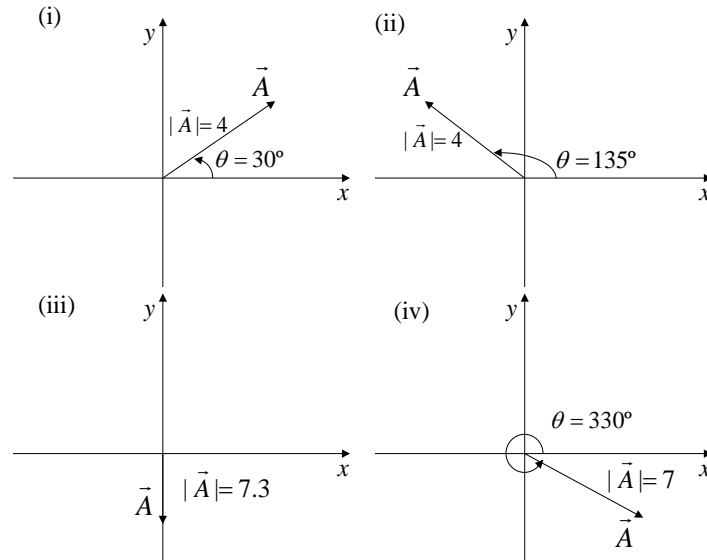


Guía 0. Repaso matemático

- 1) Hallar el módulo del vector de origen en $(20, -5, 8)$ y extremo en $(-4, -3, 2)$.
- 2) a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

- i) $\vec{A} = (3,3)$;
 - ii) $\vec{B} = (-1.25, -2.16)$;
 - iii) $\vec{C} = (-2.5, 4.33)$;
 - iv) $\vec{D} = (5,0)$
 - v) $\vec{E} = (0,3)$
- 3) Analice las propiedades de los vectores \vec{A} y \vec{B} que satisfacen las siguientes relaciones:
 - a) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $|\vec{A}| + |\vec{B}| = |\vec{C}|$
 - b) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$
 - c) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $A^2 + B^2 = C^2$
 - 4) Usando la definición de producto escalar, calcular
 - a) $\hat{i} \cdot \hat{j}$
 - b) $\hat{i} \cdot \hat{k}$
 - c) $\hat{j} \cdot \hat{k}$
 - d) $\hat{i} \cdot \hat{i}$
 - e) $\hat{j} \cdot \hat{j}$
 - f) $\hat{k} \cdot \hat{k}$

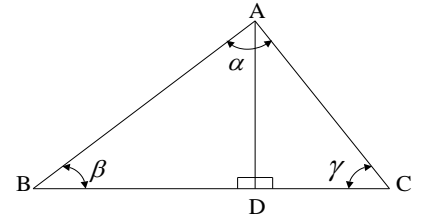
donde $\hat{i} = (1,0,0)$, $\hat{j} = (0,1,0)$, $\hat{k} = (0,0,1)$.

- 5) Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma, es decir, $\vec{C} \cdot (\vec{E} + \vec{F}) = \vec{C} \cdot \vec{E} + \vec{C} \cdot \vec{F}$ y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si:

$$\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{B} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k} \quad \text{entonces:} \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

- 6) a) Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el “Teorema del Coseno”: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB BC \cos\beta$, donde AB , BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.

(Ayuda: Considerar los triángulos rectángulos ABD y ADC .)



- b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que: $AC/\sin\beta = AB/\sin\gamma$, y generalizar el resultado para demostrar el “Teorema del Seno”: $AC/\sin\beta = AB/\sin\gamma = BC/\sin\alpha$.

- 7) a) Sean \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} los versores de la terna mostrada en la figura de la izquierda. Usando la definición de producto vectorial, calcular

a) $\hat{i} \times \hat{j}$

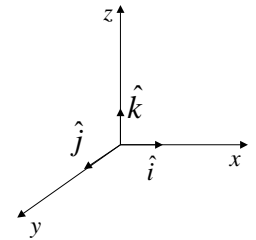
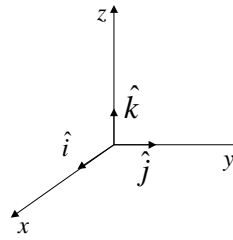
b) $\hat{k} \times \hat{i}$

c) $\hat{j} \times \hat{k}$

d) $\hat{i} \times \hat{i}$

e) $\hat{j} \times \hat{j}$

f) $\hat{k} \times \hat{k}$



- b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la figura de

la derecha y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos. (Nota: En lo sucesivo se convendrá en trabajar con ternas derechas (caso (a)), en las cuales $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$.)

- 8) Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

Derivadas e Integrales

- 9) Sean A , α , b , c , ω y ϕ constantes. Derivar las siguientes funciones:

a) $f(t) = c$

b) $f(t) = b t + c$

c) $f(t) = b t^{-1} + c$

d) $f(t) = b t^n$, con $n \neq 1$

e) $f(t) = A e^{\alpha t}$

f) $f(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

g) $f(t) = A \cos(\omega t + \phi)$

h) $f(t) = A e^{\alpha t} \cos(\omega t + \phi)$

- 10) La función primitiva $F(t) = \int f(t) dt$, es tal que su derivada es $f(t)$. Sean A , α , b , c , ω y ϕ constantes. Hallar la primitiva de $F(t)$ de las siguientes funciones. No olvidar las constantes de integración.

a) $f(t) = c$

b) $f(t) = b t + c$

c) $f(t) = b t^{-1} + c$

d) $f(t) = b t^n$, con $n \neq 1$

e) $f(t) = A e^{\alpha t}$

f) $f(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

g) $f(t) = A \cos(\omega t + \phi)$

h) $f(t) = \frac{2t}{(t^2+1)^n}$ [integración por sustitución]

i) $f(t) = t e^{\alpha t}$ [integración por partes]

- 11) Utilizando la regla de Barrow $-\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, con F una primitiva de f — calcular las siguientes integrales:

a) $v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a dt$ (con a constante)

b) $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$ (con $v(t)$ del ítem anterior)

c) $E_p(h) = \int_0^h mg dx$ (mg constante [fuerza gravitatoria])