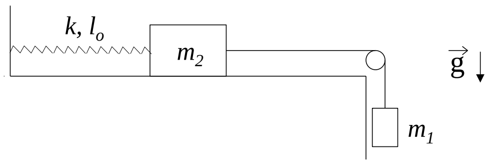
Guía 3. Movimiento oscilatorio

1) Un objeto puntual realiza un movimiento circular uniforme de radio $R = 5$ cm y período $t = 1$ s. Hallar:
   - *a)* su frecuencia, su velocidad angular, su velocidad tangencial y su aceleración centrípeta.
   - *b)* las componentes cartesianas del movimiento, sabiendo que a $t = 0$ s el ángulo es 0°.
   - *c)* las componentes cartesianas de la velocidad y de la aceleración. Analice para qué posiciones obtiene sus valores máximo y mínimo.
   - *d)* ¿Qué tipo de fuerza produciría un movimiento unidimensional tal como el de la proyección del movimiento circular sobre uno de los ejes? ¿Qué significado tiene aquí la velocidad angular?

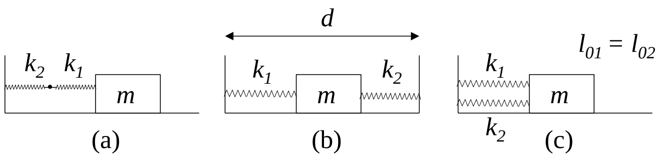
2) Un objeto puntual realiza un movimiento oscilatorio armónico. En $t = 0$ s la elongación es $y = 0{,}37$ cm y su velocidad es 0 m/s. La frecuencia del movimiento es $f = 0.25$ Hz.
   - *a)* Determinar el período, la pulsación (ω) y la amplitud del movimiento.
   - *b)* Escribir la ecuación de movimiento, la velocidad y la aceleración como función del tiempo.
   - *c)* Determinar la aceleración máxima, $v(3\text{ s})$ e $y(3\text{ s})$.

3) Considere una partícula de masa *m* suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0. Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en t = 0 la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo, con velocidad nula.

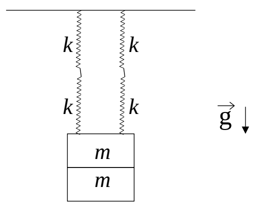
4) El sistema de la figura se compone de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante k y longitud natural l_0. El sistema se encuentra en equilibrio y se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo. No hay rozamiento.
   - *a)* Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y para m_2.
   - *b)* Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.



5) Sean dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2, y un cuerpo de masa *m* que desliza sin rozamiento, conectados como muestran las figuras a), b) y c).
   - i) Demostrar que la frecuencia de oscilación de *m* vale: en el caso a): $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1+k_2)\ m}}$; y en los casos b) y c): $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$
   - ii) Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales l_{01} y l_{02}.

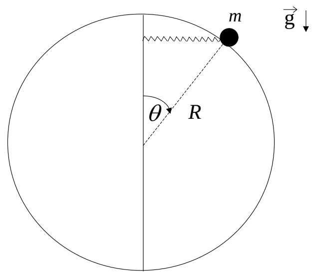


6) Cuatro resortes idénticos de constante elástica *k* desconocida y longitud natural l_0 se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa *m* cada una, como muestra la figura.
   - *a)* Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia *d* del techo, encuentre el valor de *k*.
   - *b)* Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
     - i. Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.
     - ii. Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.



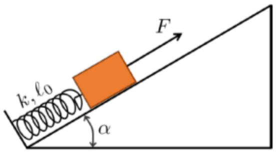
7) Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud 80 cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo $\theta = \theta\,(t)$ el ángulo entre la vertical y el hilo.
   - *a)* Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.
   - *b)* ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿Qué período tiene?
   - *c)* Si en $t = 0$ es $\theta = 0$ y $\dot{\theta} = 0{,}2\ s^{-1}$, ¿se satisface la aproximación de *b)* $\forall t$?
   - *d)* Usando las ecuaciones planteadas en *a)*, halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

8) Una masa m está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio R y unida al extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal.



   - *a)* Halle las ecuaciones de Newton para m.
   - *b)* Si inicialmente la masa se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo θ.
   - *c)* Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

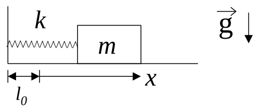
9) En la base de un plano inclinado (con ángulo α respecto a la horizontal) se encuentra fijo un resorte ideal (k, ℓ_0). Al extremo libre del resorte se sujeta un cuerpo de masa m sobre el cual se ejerce, además, una fuerza F paralela al plano.



   - *a)* Realice el diagrama de cuerpo libre correspondiente y escriba las ecuaciones de movimiento.
   - *b)* Halle la posición de equilibrio para el cuerpo y la frecuencia de oscilación. Muestre que si $\alpha = 0°$ y $F = 0$ N, la posición de equilibrio coincide con la longitud natural del resorte (ℓ_0).
   - *c)* En el caso en que $\alpha = 90°$, calcule cuánto debería valer F para que la posición de equilibrio coincida con ℓ_0. Discuta qué magnitudes del movimiento oscilatorio se verán afectadas si se cambia el valor de la fuerza F y cuáles si se cambia el valor de la constante elástica k.

10) Una manzana pesa 1 N. Si se la cuelga del extremo de un resorte largo con constante elástica $k = 1.5$ N/m y masa despreciable, rebota oscilando verticalmente. Si detenemos el rebote y dejamos que la manzana oscile de lado a lado con un ángulo pequeño, la frecuencia de este péndulo simple es la mitad de la del rebote (puesto que el ángulo es pequeño, las oscilaciones de lado a lado no alteran apreciablemente la longitud del resorte.) ¿Qué longitud tiene el resorte no estirado (sin la manzana)?

11) El sistema de la figura está sumergido en un medio que le ejerce una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad del cuerpo. La constante de proporcionalidad es r.



   - *a)* Escriba el vector fuerza de rozamiento.
   - *b)* Escriba la ecuación de movimiento.
   - *c)* Definiendo $\beta = r/2m$, $\omega_0^2 = k/m$, halle las soluciones $x(t)$ de la ecuación de movimiento y verifique que:
     1. si $\beta^2 > \omega_0^2$, entonces $x(t) = \mathrm{e}^{-\beta\,t}\left(A_1\, e^{\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}\ t} + A_2\,\mathrm{e}^{-\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}\ t}\right)$
     2. si $\beta^2 = \omega_0^2$, entonces $x(t) = e^{-\beta\,t}(A_1 + A_2\,t)$
     3. si $\beta^2 < \omega_0^2$, entonces $x(t) = Ae^{-\beta\,t}\cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\ t + \varphi\right)$
   - *d)* Grafique x versus t para los tres casos de *c)* y analice los gráficos.