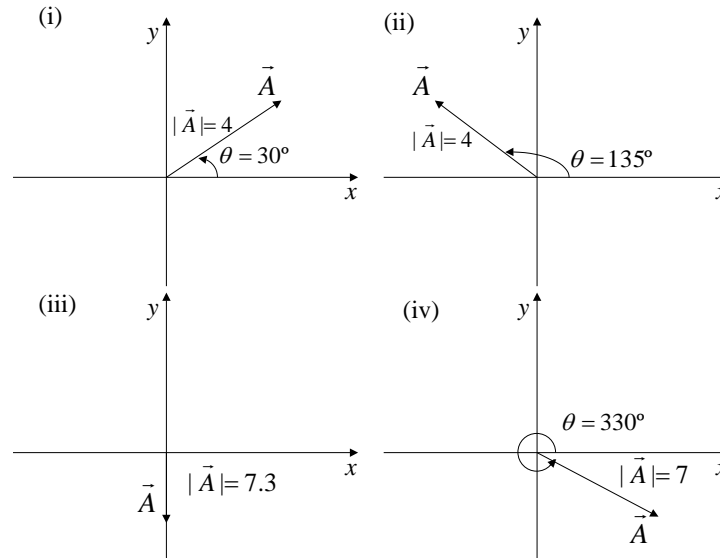


Repaso matemático

1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20, -5, 8) y extremo en (-4, -3, 2).

2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

i) $\vec{A} = (3, 3)$; ii) $\vec{B} = (-1.25, -2.16)$; iii) $\vec{C} = (-2.5, 4.33)$; iv) $\vec{D} = (5, 0)$ y v) $\vec{E} = (0, 3)$

3 - Analice las propiedades de los vectores \vec{A} y \vec{B} que satisfacen las siguientes relaciones:

a) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $|\vec{A}| + |\vec{B}| = |\vec{C}|$

b) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$

c) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ y $A^2 + B^2 = C^2$

4 - Usando la definición de producto escalar, calcular

a) $\hat{i} \cdot \hat{j}$ b) $\hat{i} \cdot \hat{k}$ c) $\hat{j} \cdot \hat{k}$

d) $\hat{i} \cdot \hat{i}$ e) $\hat{j} \cdot \hat{j}$ f) $\hat{k} \cdot \hat{k}$

donde $\hat{i} = (1, 0, 0)$, $\hat{j} = (0, 1, 0)$, $\hat{k} = (0, 0, 1)$.

5 - Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma, es decir, $\vec{C} \cdot (\vec{E} + \vec{F}) = \vec{C} \cdot \vec{E} + \vec{C} \cdot \vec{F}$ y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si:

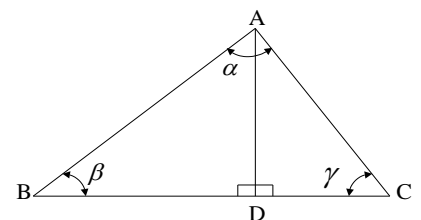
$$\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{B} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k} \quad \text{entonces:} \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

6 - a) Utilizando el teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, demostrar en el triángulo de la figura el “Teorema del Coseno”:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \beta,$$

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.

AYUDA: Considerar los triángulos rectángulos ABD y ADC.



b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que:

$$AC / \sin \beta = AB / \sin \gamma,$$

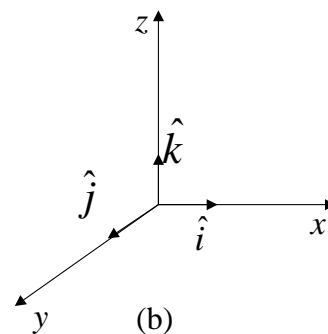
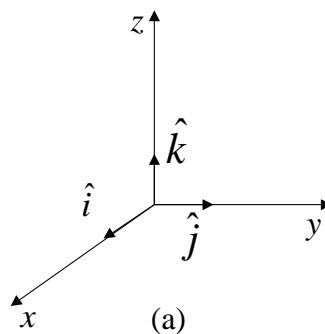
y generalizar el resultado para demostrar el “Teorema del Seno”:

$$AC/\text{sen } \beta = AB/\text{sen } \gamma = BC/\text{sen } \alpha.$$

7 - a) Sean \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} los versores de la terna mostrada en la figura (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular

(i) $\hat{i} \times \hat{j}$ (ii) $\hat{k} \times \hat{i}$ (iii) $\hat{j} \times \hat{k}$
 (iv) $\hat{i} \times \hat{i}$ (v) $\hat{j} \times \hat{j}$ (vi) $\hat{k} \times \hat{k}$

b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la figura (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.

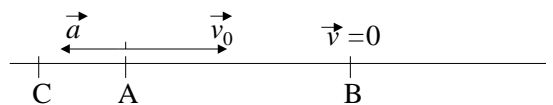


NOTA: En lo sucesivo se convendrá en trabajar con ternas derechas (caso (a)), en las cuales $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$.

8 - Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

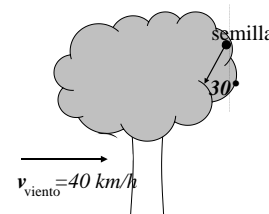
CINEMÁTICA

- 1 - Un móvil que se encuentra en un punto A en un cierto instante t_0 , viaja con velocidad constante. Cuando transcurre un tiempo $t = 10 \text{ s}$ el móvil pasa por un punto B que está a distancia $d = 10 \text{ km}$ de A.
- Halle v , en unidades MKS, en cgs y en km/h
 - Dé las expresiones para la posición en función del tiempo (con origen de tiempos en $t_0 = 0 \text{ s}$) con los siguientes sistemas de coordenadas:
 - eje x contiene a A y a B y tiene origen en A;
 - ídem i) pero con origen en B;
 - AB forma 30° con el eje x (¿significa esto que el movimiento representado no es unidimensional?). Grafíquelas.
 - Ídem b) considerando un origen de tiempos en $t = t_0 > 0$
- 2 - Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que por A pasa a las 12 hs, por B a las 13 hs y por C a las 15 hs ($AB = 50 \text{ km}$, $BC = \text{desconocido}$).
- Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
 - Elija un instante t_0 . ¿Cuánto vale x_0 ? Escriba la ecuación de movimiento.
 - Elija otro instante t'_0 . ¿Cuánto vale x'_0 ? Escriba la ecuación de movimiento.
 - Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.
- 3 - a) Un ciclista recorre la mitad de su trayecto a velocidad constante de 40 km/h y la otra mitad a 60 km/h . Calcule la velocidad media del ciclista.
 b) Un ciclista pedalea la mitad del tiempo imprimiéndole a la bicicleta una velocidad constante de 30 km/h y la otra mitad le imprime una velocidad también constante de 20 km/h . Calcule la velocidad media del ciclista.
- 4 - Un móvil (1) viaja en línea recta desde A hacia B (distancia $AB = 300 \text{ km}$) a 80 km/h y otro móvil (2) lo hace desde B hacia A a 50 km/h . El móvil 2 parte 1 h antes que el móvil 1.
- Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
 - Escriba los vectores velocidad \vec{v}_1 y \vec{v}_2 de los móviles 1 y 2, respectivamente.
 - En un mismo gráfico represente posición vs. tiempo para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.
 - En un mismo gráfico represente velocidad vs. tiempo para ambos móviles. ¿Cómo encontraría en este gráfico el tiempo de encuentro?
 - Repetir los ítems anteriores para el caso en que ambos móviles viajan desde A hacia B.
- 5 - Un cuerpo viaja en línea recta con aceleración constante de módulo desconocido a y dirección como la de la figura. En el instante $t = 0$ el móvil pasa por el punto A con velocidad \vec{v}_0 como la de la figura, en $t = t_0$ el móvil llega a B y tiene velocidad nula y en $t = t_1$ el móvil pasa por C.
- Elija un sistema de referencia y escriba las expresiones para la posición y la velocidad del móvil en función del tiempo, o sea $x(t)$ y $v(t)$.
 - Halle a y la distancia AB.
 - Calcule la distancia BC y la velocidad del móvil cuando pasa por C. ¿Puede usar para este cálculo las expresiones $x(t)$ y $v(t)$ que escribió en el inciso a) ?
 - Halle la velocidad media entre A y B y entre A y C.



- 6 – Un auto viaja por una ruta a 20 m/s . Un perro se cruza a 50 m .
- ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?
 - ¿Cuál es la aceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?
 - Ídem que (b) teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es $0,3 \text{ s}$.
 - Muestre la situación calculada en (b) y (c) en un gráfico posición vs tiempo.
- 7 - Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende a 12 m/s .
- Elija un sistema de referencia y escriba las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.
 - Calcule la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 s .
 - Resuelva los incisos (a) y (b) considerando que el globo asciende a 12 m/s .
- 8 - Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación
- $$x = -kt^3 + bt^2, \text{ con } k, b \text{ constantes } \geq 0.$$
- Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y gráfíquelas.
 - Halle el instante de tiempo, y la correspondiente posición, en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula.
 - Describa cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado.
- 9 - Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza hacia arriba una piedra con una velocidad de 15 m/s .
- ¿Con qué velocidad vuelve a pasar por el nivel de la terraza?
 - ¿Cuánto tiempo pasa hasta que llega al suelo?
 - ¿Cuándo y dónde se encuentra con otra piedra arrojada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 55 m/s , que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior? Represente gráficamente.
- 10 - Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un puesto caminero. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente de modo que alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 s . Halle:
- el tiempo que dura la persecución.
 - el punto en que el patrullero alcanza el automóvil.
 - la velocidad del patrullero en el punto de alcance.
- 11 – Un cuerpo se mueve en línea recta partiendo a $t_0 = 0$ de $x_0 = 0$ con velocidad v_0 . Encuentre $x(t)$ en los casos en que la aceleración del cuerpo está dada por la ecuación:
- $a = kt^2$, $k > 0$ (k constante).
 - $a = -kv^2$, $k > 0$ (k constante).
 - $a = kvx$, $k > 0$ (k constante).
- 12 – Un nadador puede nadar a $0,7 \text{ m/s}$ en aguas quietas. Quiere cruzar un río de 50 m de ancho. La corriente del agua es de $0,5 \text{ m/s}$.
- Para llegar al punto opuesto en la otra orilla, ¿en qué dirección debe nadar? ¿Cuánto tarda en cruzar?
 - Para cruzar en el menor tiempo posible, ¿en qué dirección debe nadar? ¿A qué punto llegará?
- 13 - Un avión vuela hacia un punto situado 200 km al este del punto de partida. El viento sopla en dirección $NO-SE$ (45° respecto del norte) a 30 km/h . El piloto debe llegar al cabo de 40 min .
- ¿Cuál debe ser la orientación del vuelo?
 - ¿Cuál debe ser la velocidad del avión respecto del aire?

- 14 - Un avión cuya velocidad media es de 300 km/h hace un viaje diario de ida y vuelta hasta un lugar que dista 400 km al norte. Encuentre el tiempo total de vuelo cuando:
- no sopla viento.
 - hay viento del este a 100 km/h
 - hay viento del sur a 100 km/h
 - hay viento del sudeste a 100 km/h .
- 15 – Desde una terraza ubicada a 50 m de altura, se arroja un proyectil con una velocidad inicial de 500 m/s formando un ángulo de 60° con la horizontal. Considere la aceleración de la gravedad como 10 m/s^2 .
- Elija el sistema de coordenadas que considere apropiado y escriba en él la posición, la velocidad y la aceleración del proyectil como función del tiempo.
 - Encuentre la ecuación de la trayectoria.
 - Encuentre la posición para la cual la altura alcanzada por el proyectil es máxima.
 - Calcule la posición y la velocidad del proyectil cuando llega a tierra.
- 16 – Un bombardero que vuela horizontalmente a una altura de 300 m y con una velocidad de 72 m/s , ataca a un barco que navega en su misma dirección con una velocidad de $2,4 \text{ m/s}$. Si se desprecia la resistencia del aire, ¿a qué distancia del barco debe lanzar la bomba?
- 17- Un helicóptero se encuentra suspendido en la posición $x = L$, $y = H$. En $t = 0$ el helicóptero comienza a descender con aceleración $a_y = -kt$ ($k > 0$). En el origen de coordenadas hay un cañón que forma un ángulo α con la horizontal y dispara proyectiles con velocidad de salida v_0 .
- Encuentre la trayectoria del proyectil. Grafique y vs x para el proyectil y para el helicóptero.
 - ¿Para qué valores de v_0 la trayectoria del proyectil y la del helicóptero se intersecan?
 - Si v_0 es alguno de los valores hallados en b) diga en qué instante debe efectuarse el disparo para que el proyectil haga impacto sobre el helicóptero.
- 18 – Una semilla es expulsada por un árbol, desde un punto ubicado a 60 m de suelo y justo encima del tronco, con una velocidad de 30 cm/s hacia abajo formando un ángulo de 30° con la vertical hacia el tronco, como se muestra en la figura. Si sopla viento como se indica en la figura con una velocidad de 40 km/h , calcule:
- a qué distancia del pie del árbol toca el suelo.
 - en qué tiempo lo hace.
 - con qué velocidad llega a tierra. ¿Respecto de quién mide esa velocidad?



- 19 - Sobre una rampa inclinada a 30° respecto de la horizontal, un móvil asciende con aceleración respecto de la rampa de 1 m/s^2 . Si la rampa se acelera a partir del reposo hacia la derecha a $0,5 \text{ m/seg}^2$:
- ¿cuál es la aceleración del móvil respecto de la tierra?
 - ¿qué velocidad adquiere el móvil al cabo de 1 s respecto de la rampa y de la tierra?
- 20 – a) Calcule la velocidad angular de las agujas del reloj horaria y minutero.
 b) Sabiendo que ambas agujas se superponen a las 0 h, calcule a qué horas del día vuelven a superponerse.
 c) ¿ Existe superposición de las tres agujas (horaria, minutero y segundero) en alguna hora?

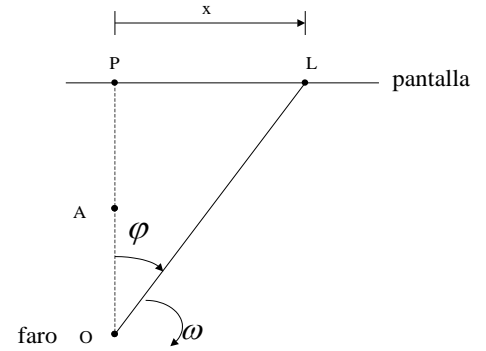
21 - Un faro que gira con velocidad angular constante ω , proyecta su luz sobre una pantalla ubicada a una distancia $d = \overline{OP}$.

a) Halle la velocidad lineal del punto luminoso sobre la pantalla en función de los datos y de x .

b) Calcule en función de los datos y de x la velocidad angular del punto luminoso para un observador situado a una distancia $D = \overline{AP}$ de la pantalla.

(Sugerencia: haga este cálculo usando trigonometría)

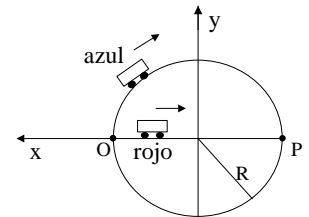
c) ¿Cómo debería ser la velocidad angular del faro para que el punto luminoso se mueva con velocidad constante?



22 - Un auto azul parte del reposo desde el punto O en el instante $t = 0$, y describe una trayectoria circular de radio $R = 90$ m con una aceleración angular $\Gamma_a = kt$ ($k = \frac{\pi}{6} s^{-3}$). Pasado un tiempo de 3 s desde la partida del auto azul, parte del reposo desde O un auto rojo que se mueve en línea recta hacia el punto P con una aceleración constante: $a_r = -a_0 \hat{x}$

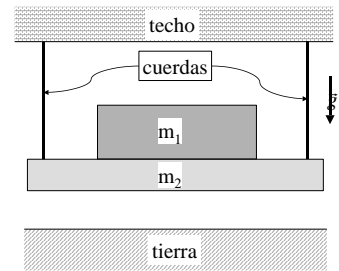
a) ¿Cuánto tiempo tarda el auto azul en llegar al punto P ?

b) ¿Cuál debe ser el valor de a_0 para que el auto rojo pueda alcanzar al azul en el punto P ?

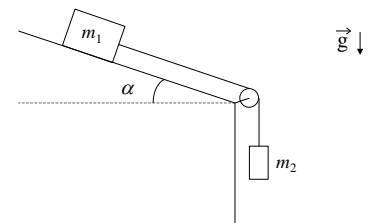


DINÁMICA

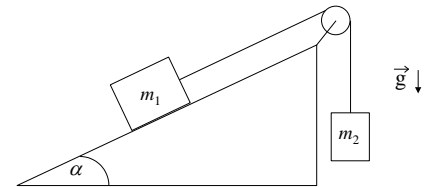
- 1 – a) En el sistema de la figura señale las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos e indique los pares de acción y reacción.
 Sugerencia: aísle cada cuerpo, dibuje las fuerzas que actúan sobre él, aclarando qué interacción las origina.
 b) En un dado instante se cortan ambas cuerdas. Repita el análisis hecho en el punto a), mientras los cuerpos 1 y 2 caen.
 c) Repita el análisis hecho en a) a partir del momento en que 1 y 2 están en reposo sobre la tierra



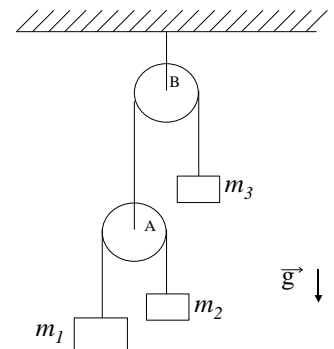
- 2 - Sea el sistema de la figura. No hay rozamiento; el hilo inextensible tiene masa despreciable y la polea también tiene masa despreciable y no hay en ella rozamiento.
 a) Diga cuáles son todas las fuerzas ejercidas sobre cada masa y sobre el hilo. Indique los pares de acción y reacción.
 b) ¿Cuál es la aceleración del sistema en función de m_1 , m_2 , α y g ?



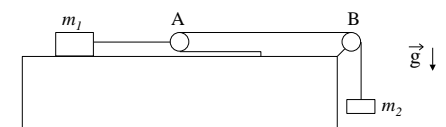
- 3 - El sistema de la figura, formado por dos partículas de masas m_1 y m_2 , parte del reposo y se mueve de tal forma que la masa m_1 sube recorriendo todo el plano inclinado en un tiempo T . Intercambiando las partículas, m_2 recorre todo el plano subiendo en un tiempo $T/4$ (no hay rozamiento). Sabiendo que $m_1/m_2 = 9$, hallar α .



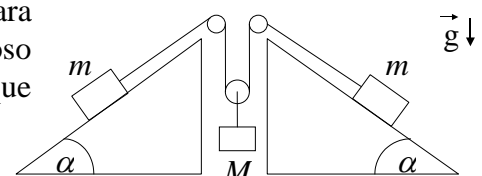
- 4 - El sistema de la figura se encuentra inicialmente en reposo. Las poleas y los hilos tienen masas despreciables, los hilos son inextensibles.
 a) Elija un sistema de coordenadas que considere apropiado y escriba en ese sistema las ecuaciones de Newton para cada masa. Escriba la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
 b) Halle la aceleración de cada cuerpo y las tensiones en los hilos en función de las masas y de g .
 c) Para $m_1 = 1,5 m_2$ y $m_3 = 5 m_2$; $g = 10 m/s^2$, calcule la aceleración de cada cuerpo. ¿El resultado es independiente del valor numérico de m_2 ?



- 5 - Como se muestra en la figura, un cuerpo de masa m_1 está ubicado sobre una mesa plana sin rozamiento. Considere que las sogas son inextensibles, y que tanto sogas como poleas tienen masas despreciables. El sistema se encuentra inicialmente en reposo y la polea A es móvil.
 a) Escriba las ecuaciones de Newton para ambas masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
 b) Cuando el sistema comienza a moverse, diga cuál es la relación que debe existir entre las distancias d_1 y d_2 recorridas por m_1 y m_2 (condición de vínculo).
 c) Encuentre la aceleración de cada masa y las tensiones en los hilos en función de m_1 , m_2 y g .



- 6 - El sistema de la figura utiliza dos contrapesos de masa m para levantar un cuerpo de masa M , que se halla inicialmente en reposo sobre el piso. Considere que las sogas son inextensibles, y que tanto sogas como poleas tienen masas despreciables.
 a) Escriba las ecuaciones de Newton y las de vínculo.



- b) Calcule la aceleración de cada masa en función de m, M, α y g .
- c) Si el sistema comienza a accionar cuando se quitan los soportes que sostienen los contrapesos, indicar cuál es el mínimo valor de m para levantar el cuerpo a una altura H en un tiempo T .

7 - Un bloque de masa m_1 está colocado sobre un plano inclinado de masa m_2 como muestra la figura. El plano inclinado descansa sobre una superficie horizontal. Ambas superficies son sin fricción y ambas, el bloque y el plano, pueden moverse (ver figura).

- i) Si el plano inclinado está fijo, halle las componentes x e y de la aceleración del bloque.
- ii) Si el plano inclinado es libre de moverse, muestre:

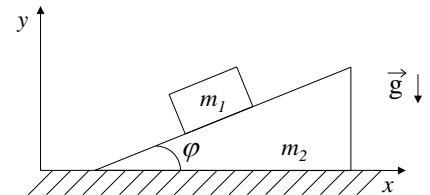
a) que la componente x de la aceleración del bloque (a_{1x}) es:

$$a_{1x} = -m_2 g \tan \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi)$$

b) que la componente x de la aceleración del plano inclinado (a_{2x} , su única componente) es:

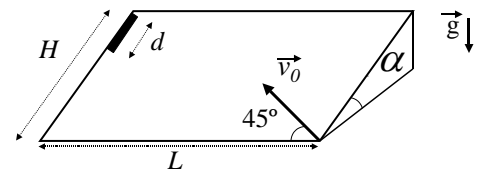
$$a_{2x} = m_1 g \tan \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi)$$

c) que a_{1y} es: $a_{1y} = -(m_1 + m_2) g \tan^2 \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi)$



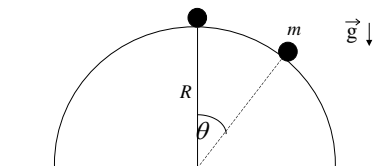
8 - Una varilla de longitud d se deja caer sobre un plano inclinado sin rozamiento como se ve en la figura, con H, L y α como datos. Un segundo después se dispara un proyectil sobre el plano con una velocidad inicial \vec{v}_0 formando un ángulo de 45° con respecto a la base del plano.

- a) Escriba las ecuaciones de Newton para el proyectil y la varilla utilizando un sistema de referencia fijo a la superficie del plano.
- b) Calcule las aceleraciones de ambos cuerpos. Diga para qué valores de v_0 el proyectil alcanza la varilla.



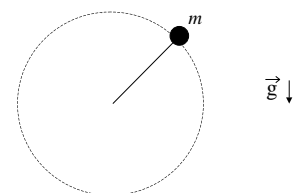
9 - Una masa se desliza sobre una semiesfera de radio R sin fricción.

- a) Calcular el ángulo θ para el cual se separa de la superficie esférica si inicialmente la masa m es apartada, en un ángulo muy pequeño, de $\theta = 0$ y su velocidad inicial es cero.
- b) Si la masa m se engarza en un riel semicircular sin fricción de radio R , hallar la velocidad con que llega al suelo. ¿Qué aceleración tangencial tiene m en ese instante?



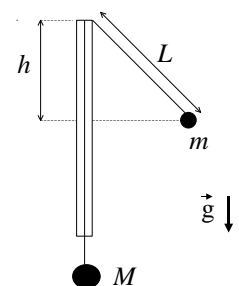
10 - Considere una partícula de masa m sujeta a una varilla rígida que le comunica un movimiento circular uniforme, en un plano vertical, con velocidad angular ω .

- a) Escriba la ecuación de Newton para la partícula y las condiciones de vínculo a las que está sujeto el movimiento.
- b) Calcule la fuerza ejercida por la barra en función del ángulo φ .



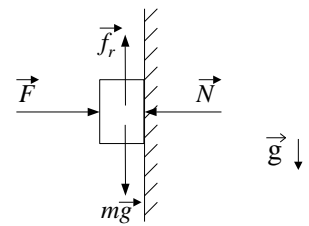
11 - Un hilo inextensible pasa a través de un tubo delgado de vidrio y dos cuerpos de masas M y m ($M > m$) penden de los extremos del hilo como se indica en la figura. El cuerpo de masa m realiza una trayectoria circular alrededor del tubo, en un plano horizontal, de tal forma que M permanece en reposo. El período del movimiento es T .

- a) Diga cuál es el ángulo entre el hilo y el tubo en función de m y M .
- b) Expresar el valor de L en función de T, m, M y g .
- c) Expresar T en función de g y h .



12 - Analice la falacia del siguiente razonamiento :

'Sobre un cuerpo apoyado sobre la pared se ejerce una fuerza F , normal a la misma. El cuerpo está en reposo porque su peso es equilibrado por la fuerza de rozamiento f_r , y la fuerza F por la normal que ejerce la pared N . Como f_r es proporcional a la normal, podemos conseguir que el cuerpo ascienda aumentando el valor de F .'

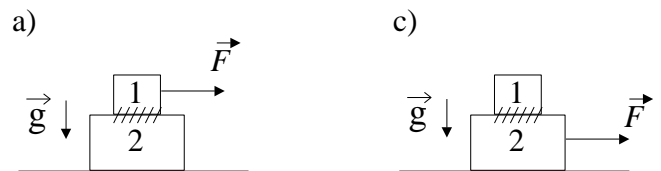


13 - Un cuerpo se apoya sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo y el plano es $\mu_e = 0,2$ y el dinámico, $\mu_d = 0,1$.

- ¿Cuánto debe valer α para que el cuerpo abandone su estado inicial de reposo?
- ¿Cuál es la aceleración del cuerpo para el ángulo calculado en (a)?
- Calcule, con el cuerpo en movimiento, cuál es el ángulo límite para que el cuerpo no esté acelerado.

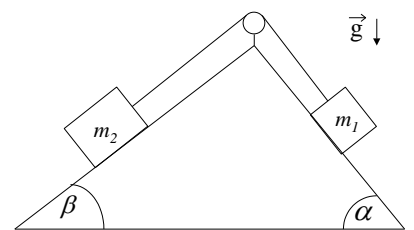
14 - Un cuerpo de masa m_1 se apoya sobre otro de masa m_2 como indica la figura. El coeficiente de rozamiento estático entre ambos es μ_E . No hay rozamiento entre la mesa y el cuerpo 2.

- ¿Cuál es la fuerza máxima aplicada sobre el cuerpo 1, que acelera a ambos cuerpos, sin que deslice uno respecto del otro?
- ¿Cuál es la aceleración del sistema?
- Ídem que a) y b) pero si se aplica la fuerza sobre el cuerpo 2.
- Se aplica ahora sobre la masa 2 una fuerza el doble de la calculada en a). ¿Cuál es la aceleración de m_1 y m_2 si el coeficiente de rozamiento dinámico es μ_D ?
- Si la dimensión del cuerpo 2 es L y la del cuerpo 1 es $l \ll L$, ¿cuánto tardará en caerse si inicialmente estaba apoyada m_1 en el centro de m_2 ?

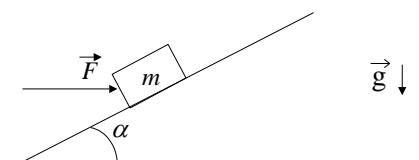


15 - Sea el sistema de la figura donde $\mu_D = 0,25$, $\mu_E = 0,3$.

- Inicialmente se lo traba de modo que esté en reposo. Cuando se lo destraba, diga qué relaciones se deben cumplir entre las masas y los ángulos para que quede en reposo.
- Si $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $\alpha = 60^\circ$ y $\beta = 30^\circ$, ¿se pondrá en movimiento el sistema?.
- Suponga ahora que inicialmente se le da al sistema cierta velocidad inicial y que los datos son los dados en (b). Encuentre la aceleración y describa cómo será el movimiento del sistema teniendo en cuenta los dos sentidos posibles de dicha velocidad.



16 - Se tiene un bloque de masa m sobre un plano inclinado. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano es μ_E . Se trata de mover el bloque ejerciendo una fuerza \vec{F} .

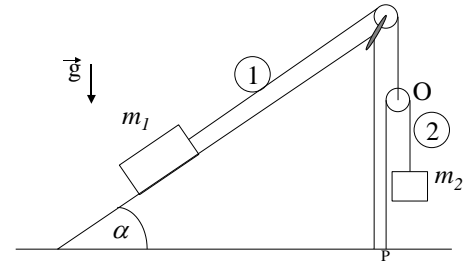


- Si se conoce m y μ_E y si $\vec{F} = 0$, ¿para qué valores de α estará el bloque en reposo?.
- Si α es alguno de los hallados en (a), ¿para qué valores de \vec{F} permanecerá el bloque en reposo?
- Si $m = 2$ kg y $\mu_E = \text{tg } \alpha = 0,3$, hallar la \vec{F} máxima que se puede ejercer de modo que el bloque no se mueva.

17 - Un automóvil recorre una autopista que en un tramo tiene un radio de curvatura R . El automóvil se mueve con velocidad constante v . La autopista es horizontal (sin peralte).

- ¿Cuál debe ser el mínimo coeficiente de rozamiento para que el automóvil no deslice? (¿Estático o dinámico? ¿Por qué?)
- ¿Con qué peralte le aconsejaría a un ingeniero que construya una autopista que en una zona tiene un radio de curvatura R ? Suponga que no hay rozamiento y que todos los autos tienen velocidad v .

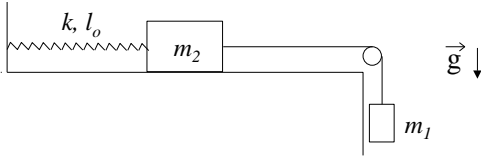
18 - Considere dos partículas de masas m_1 y m_2 y dos poleas de masa despreciable dispuestas como en la figura. La partícula m_1 está sobre un plano (fijo al piso) inclinado un ángulo α siendo respectivamente μ_e y μ_d los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre la partícula m_1 y el plano. Los hilos (1) y (2) son inextensibles y de masa despreciable, y el hilo (2) está atado al piso en el punto P.



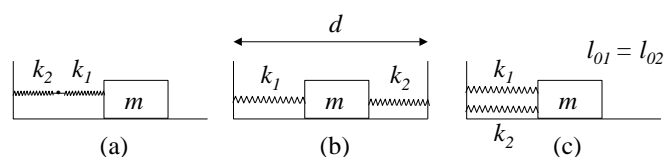
- Dibuje m_1 , m_2 y las poleas por separado e indique las fuerzas que actúan sobre cada uno. Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo.
- Halle la aceleración de m_1 en función de la aceleración de m_2 . ¿Influye en el resultado el hecho de que los hilos sean inextensibles?
- Si el sistema se halla en reposo, encuentre dentro de qué rango de valores debe estar m_2 .
- Si m_2 desciende con aceleración constante A :
 - calcule m_2 . Diga, justificando su respuesta, si la aceleración A puede ser tal que $A > g$.
 - expresé la posición de la polea O en función del tiempo y de los datos si en el instante inicial estaba a distancia h del piso con velocidad nula. ¿La polea se acerca o se aleja del piso?

MOVIMIENTO OSCILATORIO

- 1 - Un objeto puntual realiza un movimiento circular uniforme de radio $R = 5 \text{ cm}$ y período $\tau = 1 \text{ s}$. Hallar:
- su frecuencia, su velocidad angular, su velocidad tangencial y su aceleración centrípeta.
 - las componentes cartesianas del movimiento, sabiendo que a $t = 0 \text{ s}$ el ángulo ϕ es 0° .
 - las componentes cartesianas de la velocidad y de la aceleración. Analice para qué posiciones obtiene sus valores máximo y mínimo.
 - ¿Qué tipo de fuerza produciría un movimiento unidimensional tal como el de la proyección del movimiento circular sobre uno de los ejes? ¿Qué significado tiene aquí la velocidad angular?
- 2 - Un objeto puntual realiza un movimiento oscilatorio armónico. En $t = 0 \text{ s}$ la elongación es $y = 0,37 \text{ cm}$ y su velocidad es 0 m/s . La frecuencia del movimiento es $\nu = 0,25 \text{ Hz}$.
- Determinar el período, la pulsación y la amplitud del movimiento.
 - Escribir la ecuación de movimiento, la velocidad y la aceleración como función del tiempo.
 - Determinar la aceleración máxima, $v(3\text{s})$ e $y(3\text{s})$.
- 3 - Considere una partícula de masa m suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0 . Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en $t = 0$ la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo, con velocidad nula.

- 4 - El sistema de la figura se compone de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante k y longitud natural l_0 . El sistema se encuentra en equilibrio y se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo. No hay rozamiento.
- 
- Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y para m_2 .
 - Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.

- 5 - Sean dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2 , y un cuerpo de masa m que desliza sin rozamiento, conectados como muestran las figuras a), b) y c).

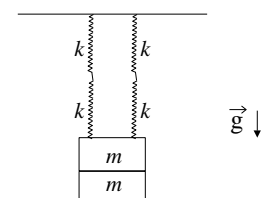


- Demostrar que la frecuencia de oscilación de m vale:

$$\text{en el caso a): } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} \quad ; \quad \text{y en los casos b) y c): } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

- Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales l_{01} y l_{02} .

- 6 - Cuatro resortes idénticos de constante elástica k desconocida y longitud natural l_0 se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa m cada una, como muestra la figura.
- Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia d del techo, encuentre el valor de k .
 - Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
 - Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.



ii) Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.

7 - Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud 80 cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo $\theta = \theta(t)$ el ángulo entre la vertical y el hilo.

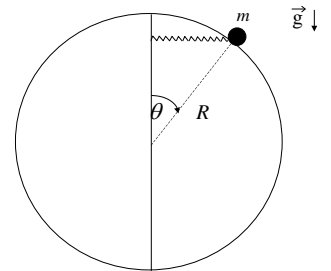
a) Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.

b) ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿Qué período tiene?

c) Si en $t = 0$ es $\theta = 0$ y $\dot{\theta} = 0,2\text{ s}^{-1}$, ¿se satisface la aproximación de b) $\forall t$?

d) Usando las ecuaciones planteadas en a), halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

8 - Una masa m está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio R y unida al extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal (ver figura).



a) Halle las ecuaciones de Newton para m .

b) Si inicialmente la masa se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo θ .

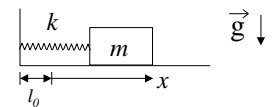
c) Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

9 - El sistema de la figura está sumergido en un medio que le ejerce una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad del cuerpo. La constante de proporcionalidad es r .

a) Escriba el vector fuerza de rozamiento.

b) Escriba la ecuación de movimiento.

c) Definiendo $\beta = r/2m$, $\omega_0^2 = k/m$, halle las soluciones $x(t)$ de la ecuación de movimiento y verifique que:



i) si $\beta^2 > \omega_0^2$, entonces:
$$x(t) = e^{-\beta t} \left(A_1 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + A_2 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right)$$

ii) Si $\beta^2 = \omega_0^2$, entonces:
$$x(t) = e^{-\beta t} (A_1 + A_2 t)$$

iii) Si $\beta^2 < \omega_0^2$, entonces:
$$x(t) = A e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi)$$

d) Grafique x versus t para los tres casos de c) y analice los gráficos.

TRABAJO Y ENERGÍA

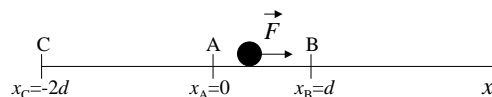
- 1 - a) ¿Qué trabajo realiza un levantador de pesas que levanta 100 kg a una altura de 2 m ? (note que la pesa tiene velocidades inicial y final nulas)
 b) Compare el resultado en i) con el trabajo realizado por una persona de 70 kg que sube cuatro pisos por escalera (distancia vertical: 12 m).

- 2 - a) Calcule la fuerza mínima necesaria para subir un cuerpo de masa 50 kg , con velocidad constante desde A hasta B ($h_{AB} = 5 \text{ m}$) si se utiliza un plano inclinado que forma un ángulo de 45° con la horizontal. No hay rozamiento.

Calcule el trabajo de la fuerza.

- b) Calcule la fuerza mínima necesaria para desplazarlo horizontalmente a velocidad constante y la fuerza mínima para izarlo verticalmente. Calcule en este caso el trabajo necesario para llevarlo desde A hasta B. ¿Qué conclusiones extrae de los resultados obtenidos?

- 3 - Una partícula de masa m se desplaza horizontalmente desde la posición $x_A = 0$ hasta la posición $x_B = d$, y luego desde x_B hasta la posición $x_C = -2d$ con $d > 0$ (ver figura), bajo la acción de una fuerza F . Para los siguientes valores de F :



- (i) $F = -kx$, (ii) $F = kx^2$, (iii) $F = -k|x|x$, ($k > 0$), calcule:

- a) el trabajo realizado por la fuerza F entre A y B, entre B y C y entre A y C.

- b) en el caso en que esto sea posible, la energía potencial asociada a la fuerza F . Grafíquela.

- 4 - Una partícula de masa m se mueve sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento es μ_d . Considere una trayectoria circular de radio R .

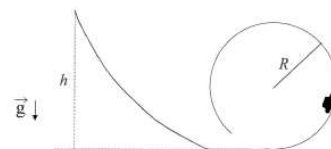
- a) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento cuando la partícula se mueve desde A hasta B, siendo A y B dos puntos diametralmente opuestos.

- b) Repita el cálculo anterior cuando la partícula se mueve sobre la recta AB.

- 5 - En la figura se muestra el esquema de un juguete que consiste en un auto sobre un riel que forma un círculo vertical de radio R .

- a) ¿Cuál es la velocidad mínima del autito en la parte superior del lazo para que no se caiga?

- b) Suponiendo que el rozamiento es despreciable, ¿cuál es la altura h desde la que se deberá dejar caer el auto?



- c) Después de haber usado este juguete varias veces, se observa que la altura h mínima requerida para que el auto dé la vuelta sin caerse, es 1,3 veces la calculada en b). ¿Cuál es el trabajo de las fuerzas disipativas?.

- 6 - Una partícula de masa m se mueve en una dimensión bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = -ax^3\hat{x}$.
- Demuestre que dicha fuerza es conservativa y calcule el potencial.
 - Grafique el potencial y analice los posibles movimientos de la partícula.

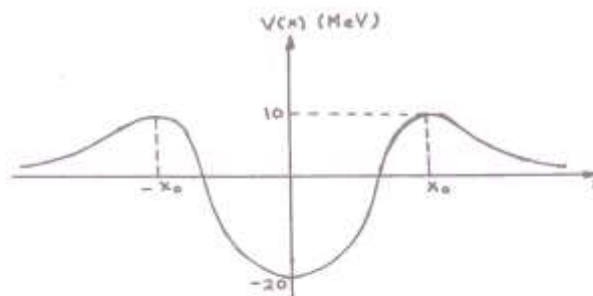
7 - El potencial nuclear para un protón es de la forma de la figura ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$).

a) Analizar qué le pasa a un protón que incide desde $x = \infty$ sobre el núcleo y a uno que está en la zona $-x_0 < x < x_0$.

b) ¿Qué significan valores negativos de energía potencial?

c) Sea un protón que está en el interior del núcleo con energía total nula. ¿Cuál es la máxima velocidad que puede tener el protón? ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$).

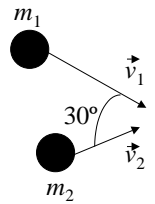
¿Qué energía mínima se le debe entregar para que pueda escapar del núcleo? ¿Qué velocidad tendrá entonces una vez alejado totalmente del núcleo?



CANTIDAD DE MOVIMIENTO E IMPULSO ANGULAR

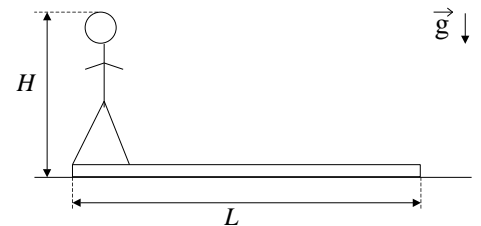
- 1 - Dos cuerpos que se mueven sobre una mesa libre de rozamiento se acercan con las direcciones indicadas en la figura, con velocidades v_1 y v_2 . Después del choque permanecen unidos. Calcular la velocidad final de ambos.

$$|\vec{v}_1| = 20 \text{ m/s}; \quad m_1 = 70 \text{ kg}; \quad |\vec{v}_2| = 40 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad m_2 = 100 \text{ kg}$$



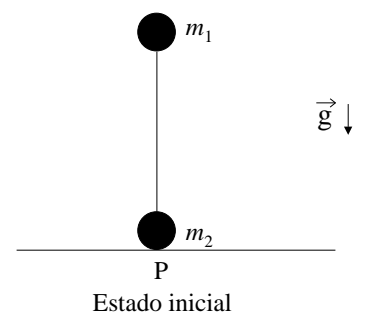
- 2 - Una bola de 1 kg que cae verticalmente choca contra el piso con una velocidad de 25 m/s y rebota con una velocidad inicial de 10 m/s. ¿Cuál es la variación de la cantidad de movimiento de la bola debida al choque? Si la bola está en contacto con el piso 0,02 s, ¿cuál es la fuerza media que ejerce sobre el piso?.
- 3 - El núcleo de uno de los isótopos de radio, Ra^{226} , tiene una masa de unos $3,8 \times 10^{-22}$ g. Este núcleo sufre una desintegración radioactiva, emitiendo una partícula α (núcleo de helio de $6,7 \times 10^{-24}$ g). El núcleo residual es de radón, con una masa de $3,7 \times 10^{-22}$ g. La velocidad de la partícula alfa es de 0,05 c (c: velocidad de la luz). ¿Cuál es la velocidad del núcleo residual? Desprecie la acción de la gravedad durante el proceso.
- 4 - En el espacio una explosión hace estallar una piedra de 30 kg en tres partes: una de 10 kg que sale con una velocidad de 6 m/s y otra de 8 kg que sale con una velocidad de 8 m/s y un ángulo de 70° con la dirección de la anterior. Desprecie la acción de la gravedad durante el proceso.
- a) Demostrar que el vector velocidad del tercer trozo está contenido en el plano definido por los otros 2.
b) Averiguar la velocidad y la dirección con que se desprende dicho trozo.
- 5 - Hallar la posición del centro de masa del sistema Tierra-Luna para un instante dado. La masa de la Tierra es unas 82 veces la de la Luna y la distancia entre los centros de la Tierra y de la Luna es de unos 60 radios terrestres. Expresar la respuesta en función de los radios terrestres.

- 6 - Según puede verse en la figura un hombre de masa M y altura H está de pie en un extremo de un tablón homogéneo de longitud L y masa m apoyado sobre una superficie sin rozamiento. Inicialmente el hombre y el tablón están en reposo y luego el hombre camina hacia el otro extremo del tablón.



- a) Si el hombre se supone homogéneo, hallar la ubicación del centro de masa del sistema.
b) Hallar la velocidad del centro de masa para todo instante.
c) ¿Qué distancia habrá recorrido el hombre respecto a la superficie cuando llega al otro extremo del tablón?

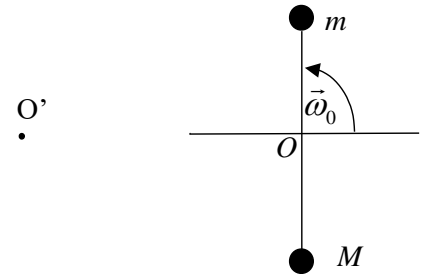
- 7 - Dos bolas de masas m_1 y m_2 están unidas por una barra de masa despreciable y longitud L . Inicialmente el sistema se halla en equilibrio inestable, estando la barra en posición vertical y m_2 en contacto con una superficie horizontal, libre de rozamiento (ver figura). Se aparta el sistema de la posición de equilibrio inclinando levemente la barra. El sistema evoluciona de modo que en el estado final las dos bolas están en contacto con la superficie.



- a) Hallar la posición del centro de masa en el estado inicial.
b) Hallar la componente horizontal de la velocidad del centro de masa.
c) ¿A qué distancia de P quedará cada bola en el estado final?.

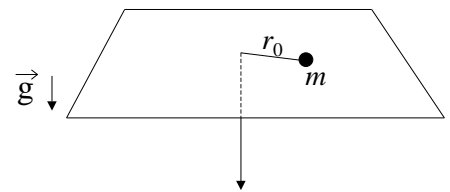
8 - Un hombre que pesa 100 kg se encuentra en reposo sobre un lago helado (considere rozamiento nulo). Para salir, arroja horizontalmente una piedra que pesa 1 kg con velocidad de 10 m/s en dirección contraria a la de costa más cercana, que está a 20 m de distancia. ¿Cuánto tarda el hombre en llegar a la costa?

9 - Considere el sistema de la figura formado por una barra de longitud L y masa despreciable, en cuyos extremos se hallan fijas sendas masas, de valores m y M . El sistema se halla apoyado sobre una superficie horizontal libre de rozamiento, y es libre de girar alrededor de un eje fijo O . El sistema se pone en movimiento en $t = 0$ dándole una velocidad angular ω_0 a la barra.



- Indique qué fuerzas actúan sobre cada partícula y diga si se conserva la cantidad de movimiento y el impulso angular del sistema respecto a O .
- Calcule el impulso angular con respecto a O y determine cómo varía la velocidad angular de las barras con el tiempo.
- Calcule la posición y velocidad del centro de masa del sistema como función del tiempo.
- Calcule el impulso angular con respecto al punto O' , situado a una distancia D del punto O .

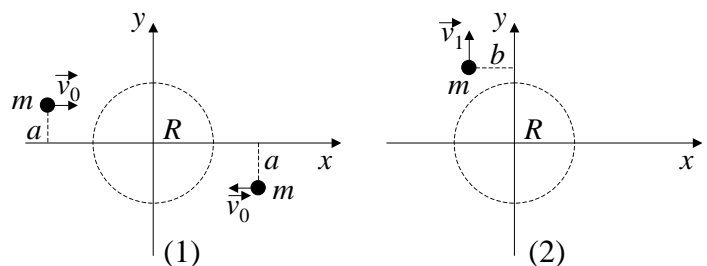
10 - Una partícula de masa m está atada al extremo de un hilo y se mueve en una trayectoria circular de radio r_0 sobre una superficie horizontal sin fricción. El hilo pasa por un agujero en la superficie. Inicialmente su otro extremo se mantiene fijo. Si se tira lentamente del hilo, de forma que el radio disminuya, halle cómo varía la velocidad angular ω en función de r , sabiendo que para $r = r_0$ la velocidad angular era ω_0 .



11 - Dos patinadores sobre hielo, de masa $m = 50\text{ kg}$ cada uno, se acercan mutuamente en trayectorias paralelas distantes 3 m entre sí. Ambos patinan (sin fricción) a 10 m/s . El primer patinador sostiene una varilla sin masa, de 3 m de largo, de la que se toma el segundo.

- Describir cuantitativamente el movimiento de los dos a partir de ese momento.
- Suponer ahora que uno de ellos tira de la varilla, acortando la distancia a 1 m . Describir el movimiento posterior.
- ¿Cómo y con qué velocidad se moverán los patinadores si repentinamente uno de ellos suelta la varilla? Resolver para los casos (a) y (b).

12 - Dos átomos de igual masa m que se mueven con velocidades iguales en módulo (v_0) y dirección, pero en sentido contrario, interactúan cuando están en una región R del espacio tal como lo muestra la figura (1). Después de la interacción, uno de los átomos se mueve con velocidad \vec{v}_1 como lo indica la figura (2).



- ¿Se conservan la cantidad de movimiento y el impulso angular del sistema?.
- Calcule la velocidad del centro de masa antes, durante y después de la interacción.
- Encuentre la posición del centro de masa antes, durante y después de la interacción.
- ¿Cuál es la velocidad del otro átomo después de la interacción?.
- Encuentre la trayectoria del otro átomo después de la interacción.
- Compare v_1 con v_0 para diferentes valores del parámetro de impacto a , es decir, en los casos $a > b$, $a = b$ y $a < b$.

13 - En el sistema de la figura, dos barras rígidas de masa despreciable están soldadas en el punto O y forman un ángulo α . Una de las barras tiene longitud l , su punto medio es O y en sus extremos se fijan dos pequeñas esferas de masa M . La otra barra está sostenida mediante dos bujes y es el eje de rotación del conjunto que gira con velocidad angular $\vec{\omega}$ constante.

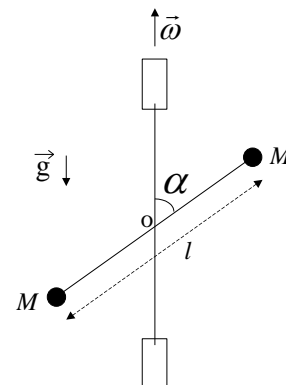
a) Exprese el vector impulso angular del sistema en función del tiempo, respecto de O.

b) Calcule el momento de las fuerzas efectuando la derivada temporal del impulso angular.

c) Indique en un esquema los resultados obtenidos en (a) y en (b) para un instante determinado (preste especial atención a la dirección y sentido de los vectores).

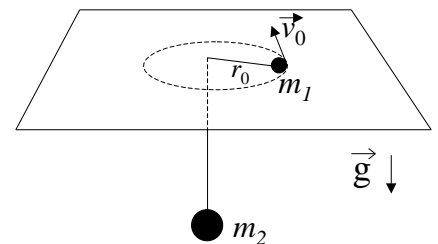
d) Identifique cuáles son las fuerzas que producen el momento hallado en (b).

e) ¿Influye en los resultados obtenidos la existencia o no de la gravedad, o su dirección?



TEOREMAS DE CONSERVACIÓN

- 1 - Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y velocidades \vec{v}_1 y \vec{v}_2 , que se mueven sobre una misma recta, chocan elásticamente. Luego del choque, ambos cuerpos continúan moviéndose sobre la misma recta.
- Halle sus velocidades después del choque.
 - Calcule la variación de energía cinética de cada uno.
 - Resuelva (a) y (b) para el caso $|\vec{v}_2| = 0$.
 - Especialice los resultados obtenidos en (c) para los casos $m_1 = m_2$, $m_1 \gg m_2$ y $m_1 \ll m_2$.
- 2 - El carrito B ($m_B = 2$ kg) está en reposo sobre una superficie horizontal a 10 m de la pared rígida C. El carro A ($m_A = 10$ kg, $|\vec{v}_A| = 10$ m/s) choca con B y luego B choca con C. Considerar todos los choques perfectamente elásticos.
- ¿Dónde chocan A y B por segunda vez?.
 - ¿Cuál es la velocidad de B después de chocar la segunda vez con A?.
 - ¿Se conserva el impulso lineal? Discutir.
 - ¿Cuál es la energía cinética transferida por A a B como resultado de cada uno de los choques? Discuta.
- Sugerencia: Aplique los resultados del problema 1.
- 3 - Una masa m_1 se halla atada al extremo de una cuerda inextensible de longitud L y masa despreciable. Cuando la cuerda forma un ángulo α con la vertical se suelta la masa m_1 con velocidad nula. Al pasar por el punto más bajo de la trayectoria la masa m_1 choca elásticamente con una masa m_2 que cuelga de una cuerda igual a la anterior y que se halla inicialmente en reposo.
- Calcular la velocidad de ambas masas un instante después del choque.
 - Calcular la altura máxima alcanzada por ambas masas después del choque.
 - Discutir los resultados anteriores para los casos: $m_1 \gg m_2$, $m_1 = m_2$ y $m_1 \ll m_2$.
- 4 - Un cuerpo de masa m se halla sujeto a un resorte, de constante elástica k y longitud libre l_0 , cuyo otro extremo está fijo a un eje. El sistema se encuentra sobre una superficie horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial el resorte tiene una longitud $2 l_0$ y la masa m tiene una velocidad \vec{v}_0 formando un ángulo α con la dirección del resorte.
- Diga qué magnitudes se conservan, justificando su respuesta.
 - Calcule la velocidad angular y la velocidad radial de m cuando la longitud del resorte es $l = (3/2) l_0$.
- 5 - El sistema de la figura consiste de dos masas (m_1 y m_2) unidas por un hilo inextensible que pasa por un orificio practicado en una mesa horizontal sin rozamiento. En cierto instante, la masa m_2 está en reposo y la masa m_1 se mueve con velocidad \vec{v}_0 a una distancia r_0 del orificio. La masa m_2 puede, o no, continuar en reposo dependiendo de cierta relación matemática entre m_1 , m_2 , $|\vec{v}_0|$, r_0 y g .
- Determinar esa relación usando las ecuaciones de Newton.
 - Independientemente de que m_2 se mueva o no, diga qué magnitudes se conservan. Justifique su respuesta.
 - Calcular las velocidades \vec{v}_1 y \vec{v}_2 de ambas partículas y el ángulo que forma \vec{v}_1 con el hilo, en el instante en que m_2 ha bajado una distancia d .
 - Grafique el potencial efectivo en función de la distancia de m_1 al orificio. Expresé en función de la energía la condición para que m_2 permanezca en reposo y compare con el resultado obtenido en a).

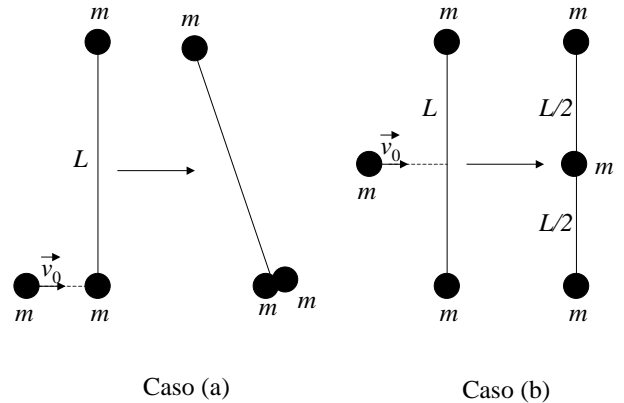


6 - Dos cuerpos de masa m que están unidos por un resorte de longitud libre l_0 y constante elástica k , se encuentran sobre una superficie horizontal plana y carente de fricción. El sistema se pone en movimiento estirando el resorte hasta una longitud $2 l_0$ y dándole una velocidad \vec{v} a cada una de las partículas, perpendicular al segmento que las une y en sentidos opuestos.

- ¿Cuál es la velocidad angular del sistema cuando la longitud del resorte es $(3/2) l_0$?
- Calcule el vector velocidad de cada masa en esa posición.

7 - Dos partículas de masa m están sujetas a los extremos de una barra de longitud L y masa despreciable en reposo sobre una superficie horizontal exenta de rozamiento.

Otra partícula, también de masa m , se mueve a lo largo de una recta perpendicular a la barra con velocidad \vec{v}_0 y choca quedándose adherida según se indica en las figuras. Describa cuantitativamente el movimiento después del choque, en particular, calcule la variación de energía cinética del sistema debida al choque plástico.



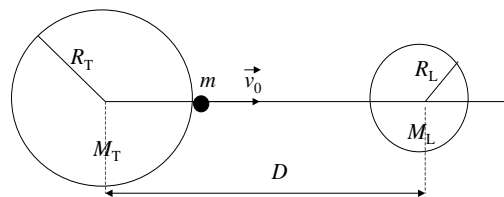
GRAVITACION

1 - Considere dos partículas de masas M_1 y M_2 fijas y separadas por una distancia D . Una tercera partícula de masa m se mueve bajo la atracción gravitatoria de las otras dos. Suponga que m se mueve sobre la recta que une a M_1 y M_2 , considerando que puede hallarse entre ambas o bien a la izquierda o a la derecha de ellas.

- Escriba la fuerza neta sobre m , en función de la posición.
- Calcule y grafique el potencial.
- Describa cualitativamente el movimiento de m , para distintos valores de su energía mecánica.

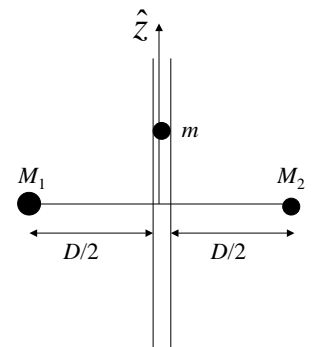
2 - Aplique el problema anterior considerando que $M_1=M_T$ (masa de la Tierra), $M_2=M_L$ (masa de la Luna), D es la distancia Tierra-Luna, y la partícula de masa m es un cohete que se dispara desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con una velocidad \vec{v}_0 . Tenga en cuenta que en este problema M_1 y M_2 no son partículas puntuales, sino que tienen radios R_T (radio de la Tierra) y R_L (radio de la Luna), respectivamente.

- Calcule y grafique el potencial gravitatorio del cohete en función de su distancia a la Tierra, medida desde la superficie terrestre.
- ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna el cohete tiene aceleración nula?
- Calcule la velocidad inicial mínima del cohete necesaria para llegar a este punto y caer en la Luna por la acción de la atracción gravitatoria lunar.



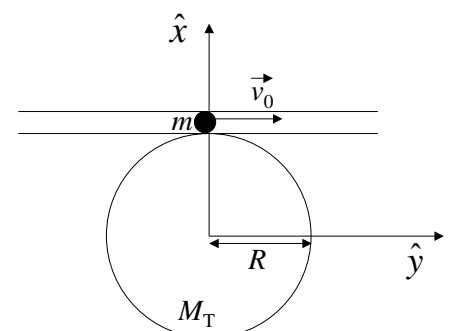
3 - Considere dos partículas de masas M_1 y M_2 , fijas y separadas entre sí por una distancia D . Una tercera partícula de masa m es libre de moverse por un tubo carente de rozamiento, que se halla sobre la mediatriz del segmento determinado por ambas masas.

- Calcule la energía potencial gravitatoria en función de la coordenada z que determina la posición. Grafique cualitativamente el potencial.
- Determine la posición de equilibrio indicando si corresponde a un equilibrio estable o inestable.
- Encuentre la frecuencia angular de oscilación para pequeños apartamientos de la masa m de su posición de equilibrio.
- Calcule la fuerza que ejerce el tubo sobre la masa en función de la posición.

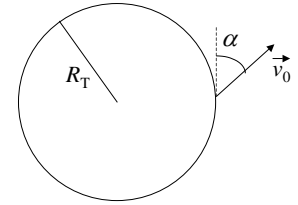


4 - Una partícula de masa m es dejada en el punto A de un túnel sin fricción imprimiéndole una velocidad \vec{v}_0 (ver figura). La partícula se halla bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra.

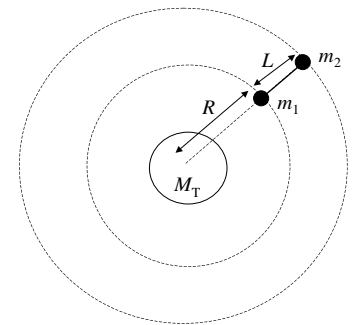
- Grafique la energía potencial de la partícula en función de la coordenada y . Diga cuál es la máxima velocidad v_0 que puede tener la partícula en A para que su movimiento sea ligado.
- Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula. Diga bajo qué condiciones el movimiento será armónico simple y escriba la ecuación de movimiento en ese caso.



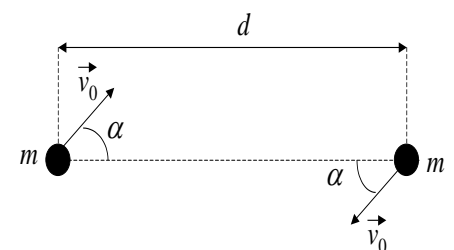
- c) Para el caso armónico simple, halle la frecuencia de oscilación y determine la posición de la partícula en función del tiempo.
- 5 - Una nave espacial de masa m es lanzada desde la superficie terrestre con una velocidad que forma un ángulo con dicha superficie (ver figura). Suponga que la Tierra, de masa M_T y radio R_T , permanece en reposo, y que toda su masa se halla concentrada en su centro.
- a) Diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total de la nave.
- b) Halle la expresión de la energía mecánica total en función de la distancia r al centro de la Tierra y de los datos del problema. Escriba el potencial efectivo que gobierna el movimiento radial de la nave y gráfíquelos en función de r .
- c) Diga para qué valores de la energía mecánica total el movimiento de la nave es ligado. Calcule la velocidad de escape, es decir el mínimo valor de v_0 necesario para que la nave pueda escapar de la atracción gravitatoria terrestre.



- 6 - Un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra, a una distancia R de su centro, está compuesto por dos masas m_1 y m_2 , unidas entre sí por una barra de longitud L y masa despreciable. Durante todo el movimiento, la barra del satélite se halla orientada en la dirección radial, tal como se muestra en la figura. Considere que la Tierra permanece fija y desprecie la atracción gravitatoria entre las masas que forman el satélite.



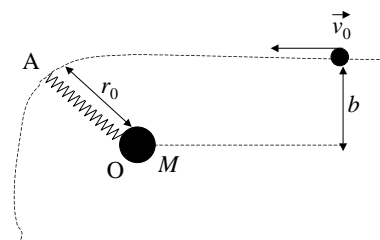
- a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas. Plantee las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo que rigen su movimiento.
- b) Calcule la velocidad angular del movimiento de rotación del satélite y el valor de la tensión ejercida por la barra sobre cada una de las masas.
- c) En un dado instante se corta la barra que une ambas partes del satélite. A partir de ese momento, utilizando las magnitudes que se conservan, determine cualitativamente la trayectoria de la masa m_1 . Justifique su respuesta.
- 7 - Considere dos partículas de masa m que interactúan gravitatoriamente entre sí. Las partículas pueden moverse sobre una mesa horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial ($t = 0$) las partículas se hallan separadas una distancia d y se les da a cada una de ellas una velocidad \vec{v}_0 de módulo v_0 y dirección indicada en la figura.



- a) Indique en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula. Para el sistema formado por las dos partículas diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total.
- b) Halle la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial. Diga qué tipo de movimiento describe el centro de masa para $t > 0$.
- c) Para cada una de las partículas, calcule el vector velocidad (componentes paralela y perpendicular al segmento que las une) cuando las partículas se hallan separadas una distancia $d/2$.
- 8 - Una partícula de masa m se acerca desde el infinito con velocidad y parámetro de impacto b a un cuerpo de masa M , que se halla fijo en el punto O. Debido a la atracción gravitatoria ejercida por M , la partícula describe una trayectoria hiperbólica, y al pasar por el punto de máximo acercamiento (punto A) se

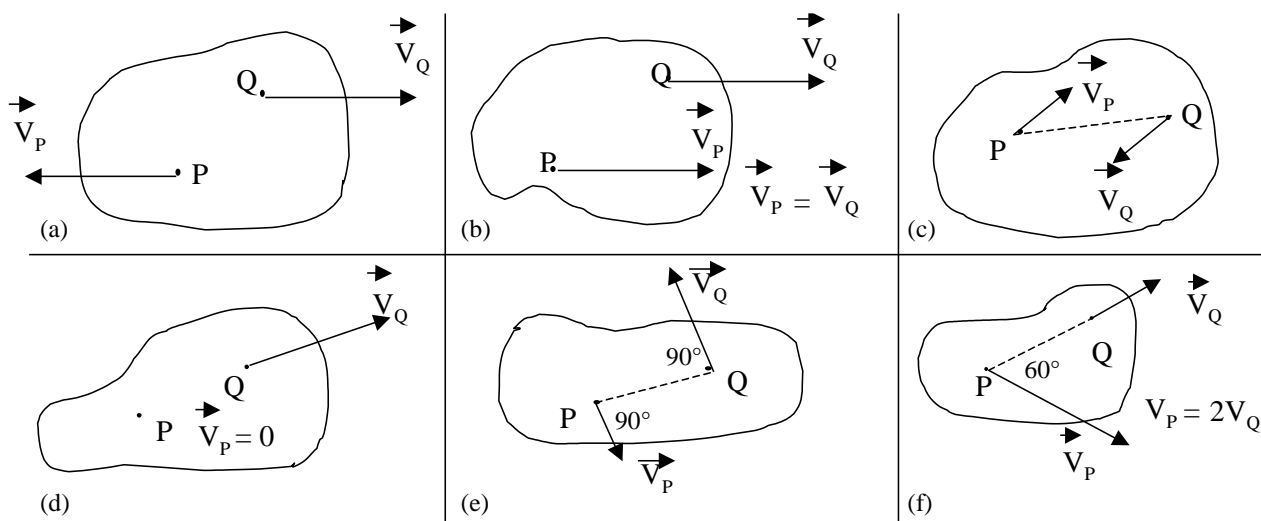
engancha con un resorte de masa despreciable, constante elástica k y longitud natural $l_0 = r_0$. El otro extremo del resorte está sujeto a un eje que pasa por O. Considere que la energía potencial gravitatoria en el infinito es nula (es decir, $V_G = 0$ cuando la partícula se halla suficientemente alejada del cuerpo).

- Diga qué magnitudes se conservan para la partícula de masa m antes y después de alcanzar el punto A. Calcule la velocidad de la partícula en el punto A y la distancia r_0 de máximo acercamiento.
- Después de engancharse con el resorte, encuentre la velocidad de la partícula (componentes radial y tangencial) cuando ésta se halla a una distancia $d = 2 r_0$ del punto O. Exprese el resultado en términos de r_0 y de los datos del problema.



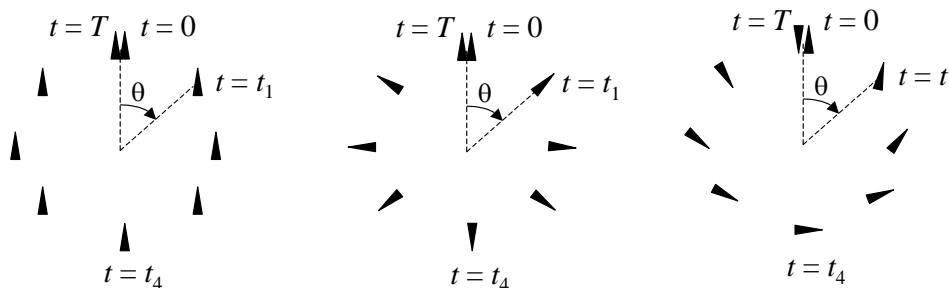
CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - Algunos de los cuerpos de la figura no son rígidos. Encuéntrelos. (No debe hacer cálculos, solamente debe observar las figuras).

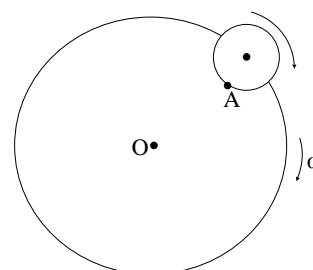


2 - ¿Qué dirección debe tener el vector $\mathbf{v}_{PQ} = \mathbf{v}_P - \mathbf{v}_Q$ para que no cambie la distancia entre P y Q? La expresión $\mathbf{v}_P - \mathbf{v}_Q = \vec{\Omega} \times \vec{r}_{QP}$ ¿satisface esa condición?.

3 - Indique la velocidad de rotación del triángulo respecto a su centro de masa, en los siguientes tres casos y compárela con $\dot{\Theta}$:



4 - El centro de una esfera describe un movimiento circular uniforme de velocidad angular ω alrededor de un punto O. Simultáneamente la esfera gira sobre sí misma según un eje perpendicular al plano de rotación, de tal forma que un punto A de su superficie demora un tiempo τ en volverse a enfrentarse con el punto O (ver figura).



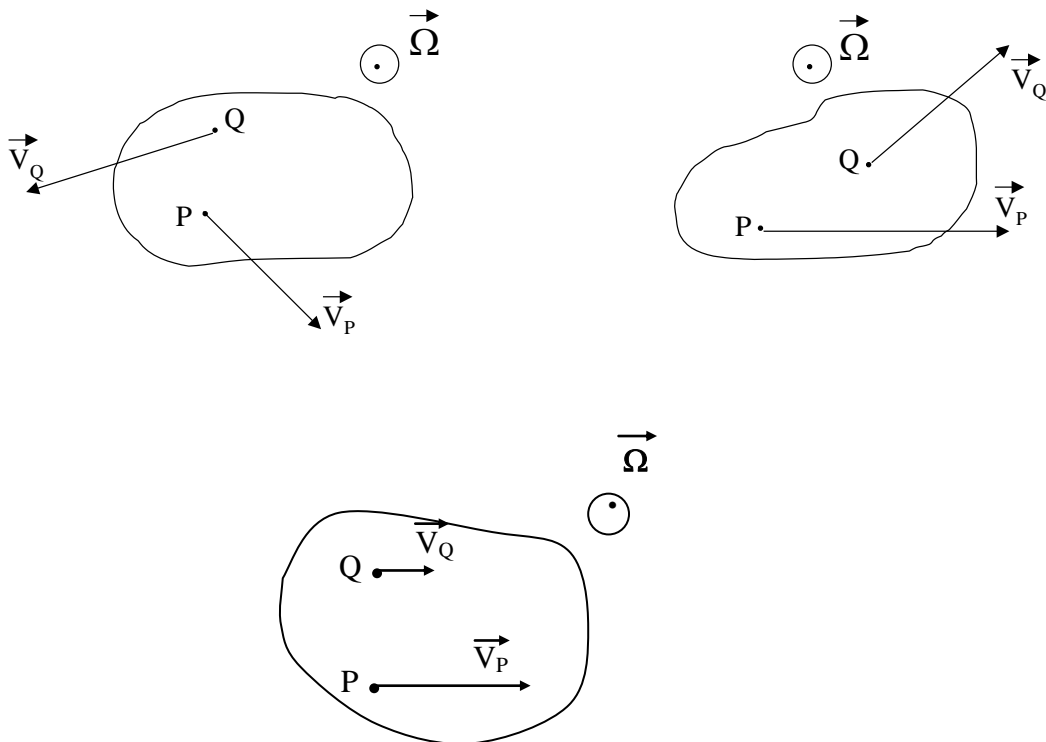
- i) Encuentre la velocidad de rotación de la esfera.
- ii) ¿Cuánto tiempo transcurre entre dos pasajes sucesivos del punto A por el extremo inferior de la esfera?
- iii) Si el eje de la Tierra fuera perpendicular a la eclíptica, ¿cuál sería el valor de Ω para la Tierra?.

5 - El eje instantáneo de rotación es el conjunto de puntos que tienen velocidad nula en un dado instante.

- Demuestre que, si existe, es una recta paralela a $\vec{\Omega}$.
- Demuestre que si hay un punto P del cuerpo tal que $\vec{v}_P \cdot \vec{\Omega} \neq 0$, entonces no hay eje instantáneo de rotación.
- Demuestre que si un punto O pertenece al eje instantáneo de rotación, entonces \vec{v}_P es perpendicular a \vec{r}_{OP} .

6 - Teniendo en cuenta el resultado del problema 5-iii:

- Encuentre un método gráfico que le permita determinar la posición del eje instantáneo de rotación, en los siguientes casos:

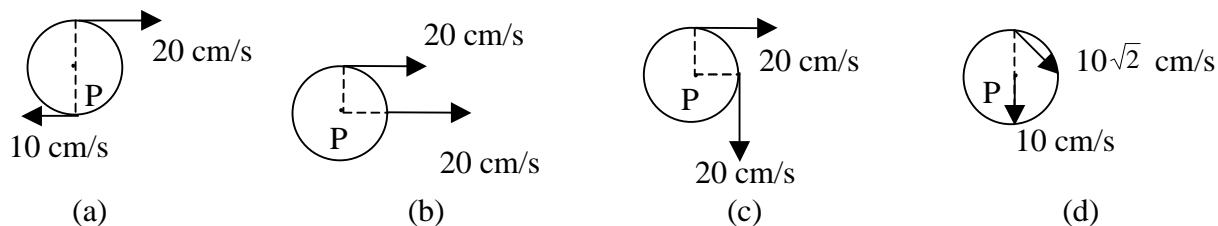


- Dibuje el campo de velocidades de un cilindro que rueda sin deslizar sobre un plano horizontal.

7 - La velocidad angular de un cuerpo rígido sometido a un movimiento rototraslatorio es $(0,0,\omega)$ y la velocidad de uno de sus puntos P es (v_x, v_y, v_z) .

- Si $v_z = 0$, determinar si existe un eje instantáneo de rotación utilizando consideraciones de cálculo vectorial.
- Idem si $v_z \neq 0$.

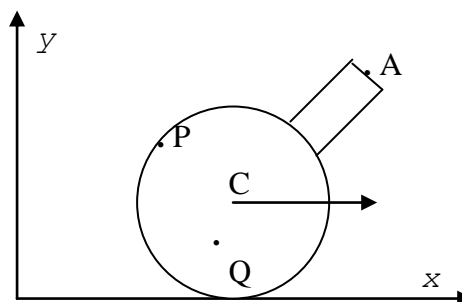
8 - Los discos de la figura ($R = 10$ cm) tienen movimiento plano. Halle:



- i) La posición del eje instantáneo de rotación.
- ii) El vector $\vec{\Omega}$.
- iii) La velocidad del punto P.

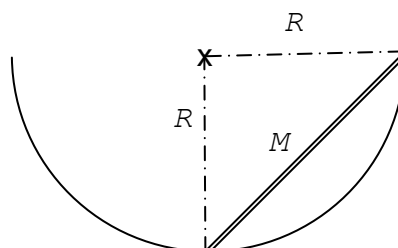
9 - Un cilindro de radio $R = 10$ cm rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Su centro se desplaza con velocidad $v_C = 10$ cm/s. Para los puntos P (periférico), Q (a distancia $R/2$ del centro) y A (sobre una manivela de longitud $2R$ fija al cilindro):

- i. hallar el vector velocidad en función del tiempo.
- ii. dibujar la hodógrafa correspondiente (v_y vs v_x).
- iii. graficar el módulo de la velocidad en función del tiempo.
- iv. graficar las componentes v_x y v_y en función del tiempo.



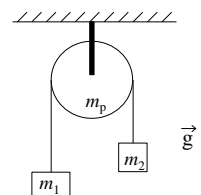
10 - Una varilla homogénea de masa M y longitud L es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio R , sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical.

Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.

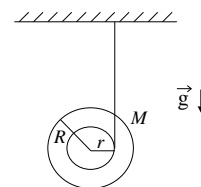


DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa m_p , que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.

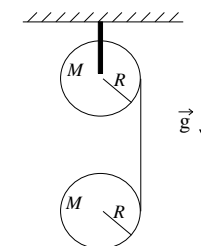


2 - Considere un yo-yo con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r . El momento de inercia I_0 del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por $I_0 = (1/2)MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.



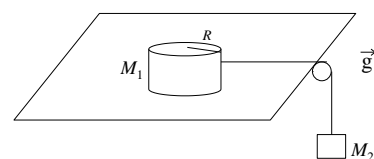
- Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. ¿Cómo es comparada con g ?
- Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. ¿Cómo es comparada con Mg ?

3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio R y masa M . El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.



- ¿Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?
- Calcule la tensión de la cuerda.
- Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior cuando ha caído una distancia $10R$.

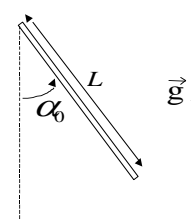
4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio R y masa M_1 es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa M_2 , como se indica en la figura. Determine:



- la aceleración del centro del disco.
- la aceleración angular del disco.
- la aceleración del cuerpo de masa M_2 .
- la tensión en la cuerda.
- la velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
- la velocidad de la masa colgante en ese instante.

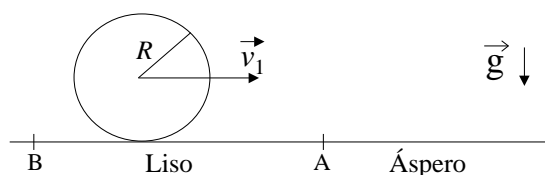
5 - Una barra homogénea delgada de masa M y longitud L puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo α_0 con la vertical. Hallar:

- la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
- la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.
- Resuelva nuevamente por energía el punto a).



6 – En el problema 10 de la guía anterior (“Cinemática del cuerpo rígido”), calcule utilizando argumentos energéticos la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.

7 - Un cilindro homogéneo de masa M y radio R se traslada sin rodar con velocidad \vec{v}_1 en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal. Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A los coeficientes de rozamiento

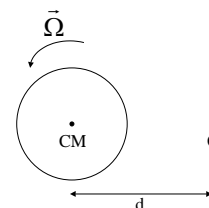


son μ_e y μ_d . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

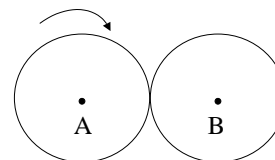
- Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
- Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
- Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.

8 - El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:

$$\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2) \vec{\Omega}.$$



9 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.



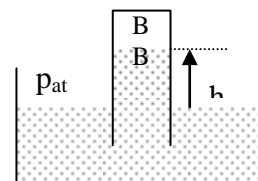
- Muestre que $\vec{L}_{total} = 0$ cualquiera sea la velocidad angular de rotación $\Omega(t)$, es decir que \vec{L}_{total} se conserva en cualquier circunstancia.
- Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve \vec{L}_{total} ?

10 – Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo. Demuestre que la esfera llega en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro cualesquiera sean sus masas y sus radios. Observe que el orden de llegada depende del valor de cierta relación matemática entre I , M y R , donde I es el momento de inercia correspondiente al eje de giro, M es la masa, y R es la distancia ente el eje de giro y el punto de rodadura.

En base a esta observación, diseñe un objeto que demore un tiempo muy grande y otro que demore un tiempo apenas mayor que el correspondiente a una partícula que resbala por la superficie, para recorrer el plano inclinado.

HIDROSTÁTICA

1 – El esquema corresponde a un sistema en equilibrio. La cuba externa está abierta a la atmósfera. Deducir la expresión que permita conocer la presión en B en función de la presión atmosférica, de la altura h y del peso específico del líquido.



2 - Estimar la máxima diferencia de la presión sanguínea hidrostática en una persona de 1,83 m de altura ($\gamma_{\text{sangre}} = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$).

3 - La presión de agua a la entrada de una casa a nivel del suelo es de $1,1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. ¿Hasta qué altura llega el líquido sin ser bombeado?

4 - Un tubo en U, abierto en ambas ramas, contiene un líquido A hasta una altura H . Por una de las ramas se introduce otro líquido B no miscible con A hasta alcanzar una altura de 10 cm respecto de la superficie de separación de ambos líquidos. Sabiendo que la densidades de los líquidos respecto al agua valen $\gamma_A = 2$ y $\gamma_B = 3$. Deducir la relación entre h_A , h_B , γ_A y γ_B . Calcular el valor de h_A .

5 - Un tubo en U contiene mercurio. Se echan 13.6 cm de agua destilada en la rama derecha, ¿cuánto se eleva el mercurio en la rama izquierda respecto de su nivel original?

6 - Un trozo de vidrio pesa 0,25 N en el aire, 0,14 N en el agua y 0,17 N en alcohol. Calcular el peso específico del vidrio y del alcohol.

7 - Un densímetro tiene 60 cm de longitud y 1 cm^2 de sección. Colocado en agua pura se sumerge 54 cm y en el ácido sulfúrico sólo 30 cm. Calcular el peso específico del ácido sulfúrico.

8 – Se tiene una prensa hidráulica de secciones $S = 1 \text{ cm}^2$ y $S' = 100 \text{ cm}^2$. Se aplica sobre S una fuerza F_1 de 400 N formando un ángulo de 60° con su normal. S se desplaza 100 cm. Calcular:

- a) la presión sobre S y la presión sobre S'.
- b) la fuerza F_2 que actuando sobre S' equilibra al sistema (dar dirección y sentido)
- c) el trabajo de las fuerzas F_1 y F_2 . Compárelos

9 – Un cuerpo de hierro ($\gamma = 7,8 \text{ g/cm}^3$) se usa para lograr que un tablón de roble cuyo peso es 10 N y cuya densidad es $0,6 \text{ g/cm}^3$ quede flotando con la cara superior rasante en la superficie del agua. Calcular el peso del bloque en las siguientes situaciones:

- a) se lo coloca encima del tablón.
- b) se lo amarra por debajo del tablón.

10 – Un bloque de madera flota en el agua con las $2/3$ partes de su volumen sumergido, mientras que en aceite tiene sumergido 90% de su volumen. Hallar la densidad de la madera y del aceite.

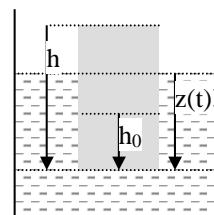
11 - Calcular el área mínima de un bloque de hielo ($\gamma = 0,93 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) de 0,3m de espesor que flota en el agua para que sea capaz de sostener un automóvil que pesa 11.125 N.

- 12 – a) Se suspende un cuerpo de un dinamómetro (resorte). Indicar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los pares de interacción correspondientes.
- b) Se toma una balanza, sobre uno de sus platillos se coloca un recipiente lleno de agua y sobre el otro la cantidad de pesas necesaria para equilibrar la balanza. Si se sumerge el cuerpo del ítem anterior (sostenido por el dinamómetro) totalmente en el agua, analice si se desequilibra la balanza y si cambia la lectura del dinamómetro (Sugerencia: replantee nuevamente las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los correspondientes pares de interacción)
- c) Se agregan pesas hasta equilibrar nuevamente la balanza. ¿Qué indica el valor de las pesas agregadas?

13 – Un cilindro de altura h , sección A y densidad ρ , flota en un líquido de densidad γ_0 , con una altura h_0 sumergida. Se hunde cierto volumen y luego se lo deja en libertad, a partir del reposo.

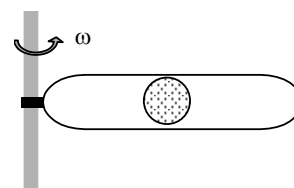
- a) Hallar la ecuación diferencial para $z(t)$.
- b) Demostrar que el movimiento será oscilatorio de período:

$$T = 2\pi [h \gamma / g \gamma_0]^{1/2}.$$



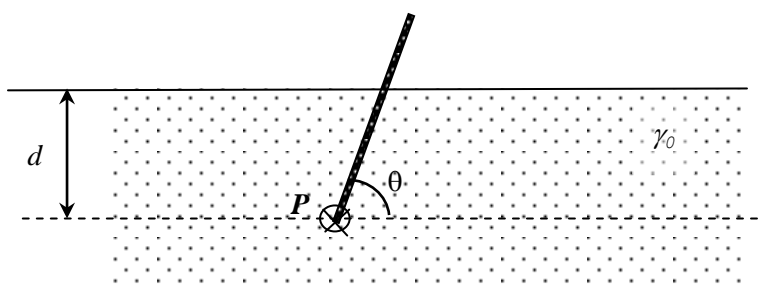
14 – Un niño sostiene un globo lleno de helio en el interior del auto. Cuando el auto acelera, ¿en qué dirección se mueve el globo visto desde el auto? ¿Por qué?

15 - Se tiene una pelota de ping-pong dentro de un tubo lleno de agua, como se muestra en la figura. Si el tubo rota alrededor del eje con velocidad angular ω , ¿qué posición ocupa la pelota? ¿Y si la pelota fuese de aluminio? Justifique su respuesta.



16 – Una barra recta uniforme de longitud L , sección A y densidad ρ puede girar libremente alrededor de un eje horizontal P , situado una distancia d debajo de la superficie libre del agua.

- i) Hallar el momento ejercido por el empuje en función de θ .
- ii) Encontrar las posiciones de equilibrio de la barra y decir si son estables o inestables.
- iii) Discutir los casos: $[\gamma_0/\gamma = 2, d = L]$, $[\gamma_0/\gamma = 2, d = L/2]$, $[\gamma_0/\gamma = 1/2, d = L]$ y $[\gamma_0/\gamma = 1/2, d = L/2]$.



HIDRODINÁMICA

1 – En el interior de un tubo horizontal que tiene 3 secciones diferentes (S_1 , S_2 y S_3) circula un líquido no viscoso e incompresible en régimen estacionario. Sabiendo que $v_1 > v_2$ (v es la velocidad) y que $p_3 < p_1$ (p es la presión hidrostática) indicar, justificando cada respuesta:

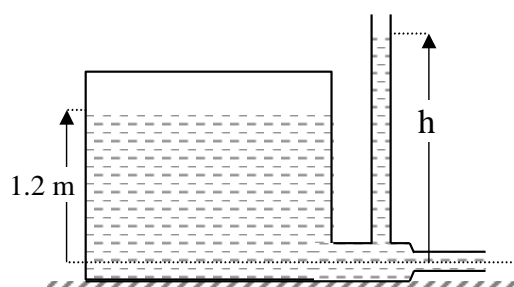
- a) cómo es S_1 respecto de S_2 .
- b) cómo es v_1 respecto de v_3 .
- c) cómo es S_1 respecto de S_3 .

Dibujar el esquema del tubo.

2 – Una manguera de jardín tiene un diámetro interno de 20 mm y se conecta con un aspersor (regador) que es una caja con 24 agujeros de 2 mm de diámetro c/u. Si el agua (incompresible y no viscosa) en la manguera tiene una velocidad de 1 m/s (régimen estacionario), ¿con qué velocidad sale de los agujeros del regador?

3 – Dos botes de remo que se mueven paralelamente uno al otro con igual velocidad en un lago en reposo, experimentan una fuerza de atracción entre sí. Explique cualitativamente las causas de tal atracción en base a la ecuación de Bernoulli.

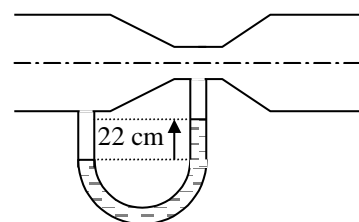
4 – En un depósito de gran sección como el de la figura, el agua alcanza una altura de 1,2 m. El depósito se presuriza a 2 atm. El tubo de desagüe tiene secciones transversales de 18 cm^2 y 9 cm^2 .



- a) ¿Cuál es el caudal de salida del agua?
- b) ¿Hasta qué altura h llega el agua en el tubo abierto?
- c) ¿Se modifica el caudal de salida en instantes posteriores? ¿Por qué? Si se modifica, ¿qué habría que hacer para mantenerlo constante?
- d) Si se practica una perforación en la parte superior del tanque, ¿cuál es la altura h ?

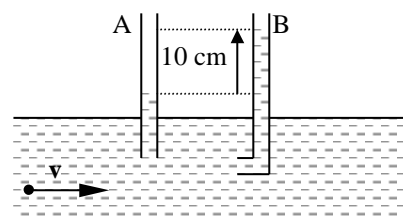
5 – Un medidor de Venturi que tiene un diámetro de tubo de 20 cm y un diámetro de garganta de 10 cm, está equipado con un manómetro diferencial como el de la figura. La diferencia de alturas en el manómetro es 22 cm y $\gamma_{\text{Hg}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$. Calcular

- a) el caudal de agua.
- b) la diferencia de presiones entre el tubo y la garganta.
- c) las velocidades del agua en la parte ancha y en la garganta.



6 – Por un tubo horizontal como el de la figura circula un líquido. La diferencia de altura del líquido entre el tubo A y el acodado B (tubo de Pitot) es de 10 cm. Los diámetros de los tubos son iguales.

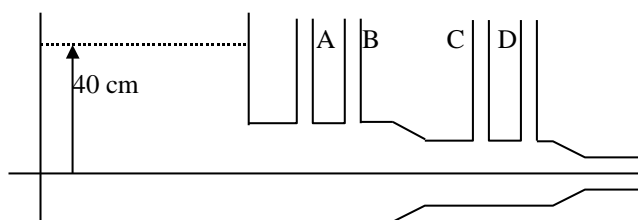
- Explique la diferencia de altura del líquido entre ambos tubos.
- Halle la velocidad de la corriente en el tubo horizontal.



7 – a) El depósito de la figura está abierto a la atmósfera y es de gran sección. Contiene agua hasta 40 cm de altura. Las secciones de los tubos horizontales inferiores son: 1 cm^2 , 0.5 cm^2 y 0.2 cm^2 . Despreciando la viscosidad del agua, calcular:

- el caudal.
- la velocidad del agua en cada sección.
- la altura que alcanza el agua en cada tubo vertical.

b) Considere ahora que el agua es un fluido real de viscosidad $\eta = 0,0114$ poise, que la altura en el tanque es tal que se mantiene el caudal calculado en a) y que la distancia entre tubos es de 20 cm. Calcule la diferencia de alturas entre los tubos A y B y la diferencia de alturas entre los tubos C y D. ¿Cuál es la velocidad del agua en las paredes y en el eje de las secciones de los tubos horizontales?



8 – a) Calcular la velocidad límite de una burbuja de aire ($\gamma = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$) de 1 mm de diámetro en un líquido cuyo coeficiente de viscosidad es $1,5 \cdot 10^{-2}$ poise y densidad $0,9 \text{ g/cm}^3$. ¿Cuál sería la velocidad límite de la misma burbuja en agua ($\eta = 10^{-2}$ poise)?

b) ¿Con qué velocidad cae una bola de hierro de 1mm de radio en un depósito de glicerina en el instante en que su aceleración es $g/2$? ¿Cuál es la velocidad límite de la bola? (Datos: $\gamma_{\text{Fe}} = 7,6 \text{ g/cm}^3$, $\gamma_{\text{gl}} = 1,26 \text{ g/cm}^3$, $\eta_{\text{gl}} = 23,3$ poise).

ÓPTICA GEOMÉTRICA

1 - a) Un rayo parte del punto $A = (0,1,0)$, se refleja en un espejo plano $E = (x,0,z)$ y pasa por $B = (4,3,0)$. Aplicando el principio de Fermat averigüe en qué punto del plano del espejo se refleja y calcule los ángulos de incidencia y reflexión.

b) Un rayo directo entre A y B recorre un menor camino óptico que el hallado en a).
¿Contradice este hecho al cálculo efectuado en a)?

2 - A partir del principio de Fermat deducir la ley de Snell para la refracción de la luz entre dos medios de índices n_1 y n_2 separados por una superficie plana.

3 - a) Demuestre que un rayo que incide sobre una lámina de caras paralelas, inmersa en un medio único, no se desvía al atravesarla. Si el medio exterior es único, ¿existe algún ángulo de incidencia tal que se produzca reflexión total en la cara inferior?

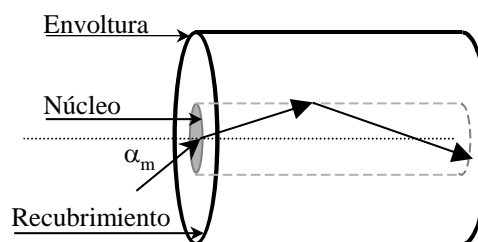
b) Si los medios externos a la lámina de caras paralelas son diferentes entre sí, ¿el rayo emergente es paralelo al incidente? ¿Puede haber reflexión total en la cara inferior?

4 - Un rayo incide con ángulo ϕ sobre la superficie horizontal de un cubo de material transparente de índice n , inmerso en aire.

a) ¿Para qué valores de ϕ hay reflexión total en la cara vertical?

b) Si $\phi = 60^\circ$, ¿cuál es el máximo n para que NO haya reflexión total en la cara vertical? ¿Se puede reflejar totalmente en la cara superior?

5 - Una fibra óptica se puede esquematizar por un coaxial como el que se muestra en la figura. El índice del núcleo (n_1) es mayor que el del recubrimiento (n_2) de modo de retener la luz dentro del núcleo por reflexión total en la interfase con el recubrimiento. Se llama “ángulo del cono de aceptación” al máximo ángulo α_m del haz incidente para el cual existe reflexión total en la interfase núcleo-recubrimiento.



Demostrar que:
$$\text{sen } \alpha = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$
, con n_0 : índice externo.

6 - Los índices de refracción de cierta clase de vidrio valen 1,51 para el rojo y 1,53 para el violeta. Halle los ángulos límites de reflexión total para rayos que incidan en la superficie de separación vidrio-aire. ¿Qué ocurre si un rayo de luz blanca incide formando un ángulo de 41° sobre dicha superficie?

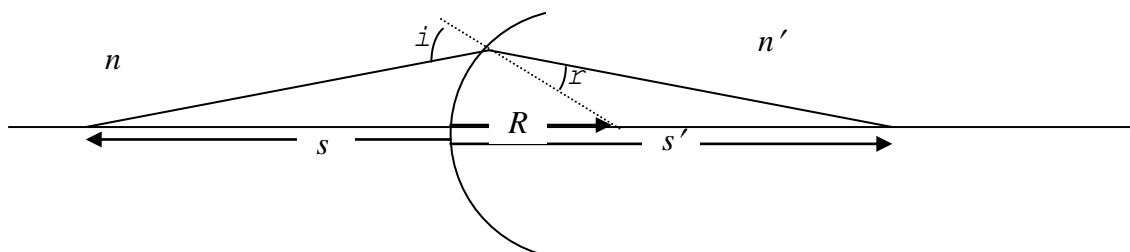
7 - Demuestre que la imagen dada por un espejo plano de una fuente puntual es, sin ninguna aproximación, otra fuente puntual, ubicada simétricamente respecto del plano del espejo.

8 - ¿Cuál es la mínima longitud de un espejo plano vertical para que un hombre de 1,8m se vea entero? ¿Es importante conocer la distancia hombre-espejo?

9 - Dada la dioptra esférica de la figura y haciendo uso de la ley de Snell y de la aproximación paraxial, probar que la formación de imágenes de la dioptra esférica se rige por la siguiente ecuación:

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi, \text{ donde}$$

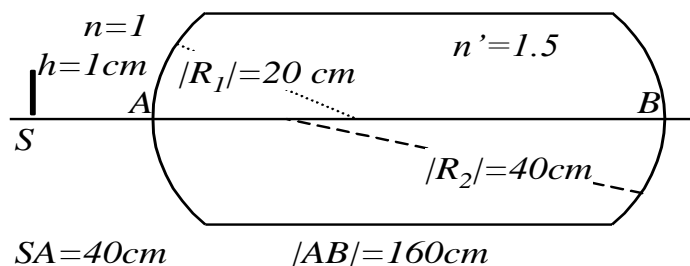
	Descripción	En la fig.		Descripción	En la fig.
s	posición del objeto	$s > 0$	f, f'	Distancias focal objeto e imagen	No graficada
s'	posición de la imagen	$s' > 0$	n, n'	Índices de refracción	
R	Radio de curvatura de la dioptra	$R > 0$	Φ	Potencia de la dioptra	$\Phi > 0 \text{ conv.}$



- b) Analice el significado físico de f y de f' y establezca si pueden ser iguales.
- c) Para dioptras esféricas convergente y divergente haga los gráficos de s' vs s y analice, para las diferentes ubicaciones de los objetos, las características de las imágenes (reales o virtuales, directas o invertidas, aumentadas o disminuidas).
- d) Haga en cada caso analizado en c) el trazado de rayos correspondiente.
- e) Calcule el aumento lateral y el aumento angular de la dioptra.
- f) Obtenga la ecuación para la formación de imágenes en una dioptra plana, en la aproximación paraxial, a partir de la expresión para la dioptra esférica.

10 - Una moneda se encuentra en el fondo de un vaso que contiene agua hasta una altura de 5cm ($n_{\text{agua}} = 1,33$). Un observador la mira desde arriba. ¿A qué profundidad la ve?.

11 - Una barra de material plástico transparente ($n = 1,5$) de la forma y dimensiones de la figura, es iluminada por una rendija. Calcular la posición y el tamaño de la imagen formada por cada una de las dioptras y especificar si son reales o virtuales. Hacer un trazado de rayos a escala.

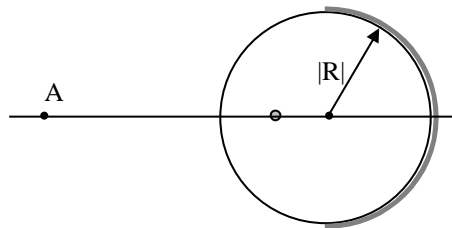


12 - A partir de la ecuación de las dioptras obtenga la ecuación de los espejos esféricos. ¿Cómo se modifica la distancia focal de un espejo esférico si se lo sumerge en agua?.

13 - Un espejo esférico cóncavo produce una imagen cuyo tamaño es el doble del tamaño del objeto, siendo la distancia objeto-imagen de 15cm. Calcule la distancia focal del espejo.

14 - Una esfera maciza de vidrio de índice de refracción 1,5 y radio 4 cm se encuentra en aire y tiene una burbuja interior de 2mm de diámetro a 1 cm de su superficie. La mitad opuesta a la burbuja se encuentra espejada. Un observador mira a la esfera desde el punto A.

- Diga cuántas burbujas ve, de qué tamaño y en qué posiciones.
- Si se quitase el espejado de la cara posterior, ¿cuántas burbujas vería desde A y en qué posición y de qué tamaño las vería?



15 - a) A partir de la ecuación de la dioptra, considerando dos dioptras esféricas tal que la separación entre ellas sea mucho menor que las restantes longitudes involucradas, deduzca la ecuación para las lentes delgadas.

- Analice de qué depende la convergencia o divergencia de una lente.
- Grafique s' vs s para lentes convergentes y divergentes y analice las características de la imagen en función de la posición de los objetos y del tipo de objeto (real o virtual)
- ¿Pueden ser iguales (en módulo) los focos de una lente?

16 - Se coloca un objeto a 18cm de una pantalla. ¿En qué puntos entre la pantalla y el objeto se puede colocar una lente delgada convergente de distancia focal 4cm para que la imagen del objeto esté sobre la pantalla? ¿Qué diferencia hay entre ubicarla en una u otra posición?

17 - Halle la distancia focal de una lente sumergida en agua, sabiendo que su distancia focal en el aire es de 20cm. El índice de refracción del vidrio de la lente es 1,6.

18 - Determine el radio de curvatura de una lupa equiconvexa ($n = 1.5$) para que su aumento sea 10X. ¿Dónde se encuentra la imagen? ¿Y el objeto? Calcule el aumento de la lupa cuando la imagen se encuentra a la distancia de visión nítida.

19 - Describa un microscopio compuesto, enumerando cada uno de los elementos que lo componen y la función que cumple cada uno de ellos. Indique también si en la práctica cada uno de estos elementos es un elemento simple o no. ¿Cómo se considera, a los efectos de resolución de esta guía, un microscopio compuesto?

20 - Un ocular de Huygens está compuesto por dos lentes convergentes tales que: $f_1 = f_2 = f$ y $d = f$ (distancia entre lentes). Discuta por qué dicho ocular no puede ser usado como lupa.

21 - Un microscopio consta de un objetivo de 4mm de distancia focal y de un ocular de 30mm de distancia focal. La distancia entre el foco imagen del objetivo y el foco objeto del ocular es $g = 18$ cm. Calcule:

- el aumento normal del microscopio.
- la distancia objeto-objetivo.

- c) Sabiendo que el diámetro del objetivo es de 3mm, calcular su imagen a través del ocular
- d) Calcular el mínimo diámetro del ocular para que sea el objetivo quien limite el cono de luz que atraviesa el sistema

22 - Un microscopio cuenta con tres objetivos diferentes cuyos aumentos laterales son: 4X, 10X y 40X, y un ocular cuyo aumento eficaz es 8X. La distancia platina-plano imagen primaria se mantiene constante y vale 18cm (suponga $n=1$).

a) Para los tres objetivos calcule:

- i) el aumento eficaz del microscopio.
- ii) la distancia platina-objetivo.
- iii) la distancia focal del objetivo.
- iv) el largo del tubo óptico (g) y el largo del tubo.

b) Si el microscopio se encuentra enfocado utilizando el objetivo 4X, calcule cuánto y en qué sentido debe modificarse la distancia platina-objetivo, si se coloca el de 10X. ¿Qué ocurre con la distancia platina-ocular?.

23 - Enumere los elementos básicos que componen un telescopio astronómico y los que componen un antejo de Galileo, indique qué función cumple cada uno de ellos. Establezca las ventajas y desventajas comparativas de estos dos instrumentos, como así también sus aplicaciones más inmediatas. Haga un trazado de rayos para un objeto en infinito.

24 - Una cámara fotográfica estándar tiene como objetivo una lente convergente de 50mm (f') y usa película de cuyo cuadro es de 36x24mm.

- a) ¿A qué distancia del objetivo debe estar un hombre de 1.8 m de altura para ser registrado completo? ¿Cuál es la distancia objetivo película?
- b) Si se quiere fotografiar objetos que disten del objetivo entre 1m e infinito, ¿qué longitud debe tener la rosca que lo mueve?.
- c) La película se encuentra a la distancia focal de la lente. Si el diámetro de la lente es de cm, ¿qué tamaño tiene sobre la película la mancha producida por un objeto puntual que está a 1 m de la lente? ¿Y si el diámetro fuese de 5mm?