departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

# Clase 01:
# Mediciones directas. Estadística.

Laboratorio de física 1 para químicxs

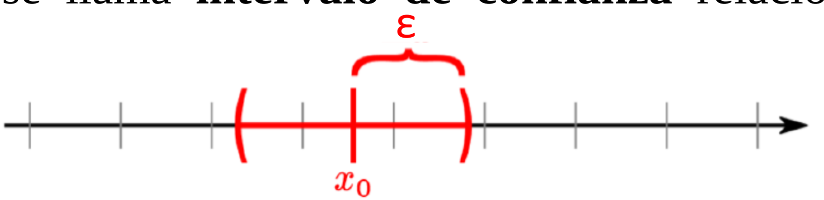
1er cuatrimestre 2024

## 1) Explicación teórica:
## Mediciones directas y error absoluto

➢Las mediciones **directas** son aquellas donde la magnitud física a medir se puede realizar de una forma directa, es decir, con algún instrumento y/o equipo que mida la magnitud a determinar. Ejemplo: una mesa se puede medir con un centímetro, un tiempo con un cronómetro, etc.

➢Se difieren de las mediciones **indirectas**, donde la magnitud a medir se deriva de algunas otras magnitudes que fueron obtenidas en forma directa y tienen una relación funcional con la magnitud buscada. Ejemplo: medición de volúmenes que se verá en la siguiente clase (guía 2).

➢Cuando se mide una magnitud en forma **directa**, se obtiene como resultado de la medición un conjunto de valores que se llama **intervalo de confianza** relacionados a la incerteza de la medición:




➢Si se mide en forma directa la magnitud x, dado $x = x_0 \pm \varepsilon$, donde: $x_0$ es el **valor medio** y ε es el **error absoluto**, se puede decir que un dado valor de la magnitud medida se encuentra en el intervalo ($x_0$ - ε y $x_0$ +ε) con cierta **probabilidad**, que depende de como hayamos calculado el error absoluto. Ejemplo: (123 ± 4)s, entonces la medida está entre 119 s y 127 s

➢Observación: en la bibliografía el error absoluto también se puede escribir como "Δ x".

➢Como se vio la clase pasada el error absoluto está dado por: $\varepsilon^2 = \varepsilon_{inst}^2 + \varepsilon_{est}^2$

(aquí se desestima el error sistemático) donde $\varepsilon_{inst}$ es la incerteza del instrumento, mientras que $\varepsilon_{est}$ es la incerteza estadística.

# 1) Explicación teórica:
# Incerteza estadística

➢Si se necesita medir muchas veces para determinar el valor de una magnitud (siempre que el experimento lo amerite), entonces, se tendrá una incerteza estadística. Estos errores se producen al azar por variaciones impredecibles en el experimento.

➢ ¿Cómo se define/mide la incerteza estadística?

Se denomina error o incerteza estadística a la **desviación estándar de la media de N mediciones:** $\varepsilon_{est} = \sigma_{\bar{X}_N}$

➢Antes de entender bien esta definición, se puede ver cómo se representan y analizan las "muchas mediciones" (*N*) de un experimento.

Ejemplo de una medida en la balanza[1]: se va a tener en cuenta el error instrumental y si se necesita, se harán varias medidas.


[1] Clase de laboratorio de física 1 para química 1er cuatri 2020, Cátedra Pickholz (http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/)

# 1) Explicación teórica: Histograma

➢Para un experimento donde se realizan *N* mediciones de una variable aleatoria (evento al azar) en condiciones de repetibilidad, la mejor forma de representar estos datos es utilizando un **histograma.**

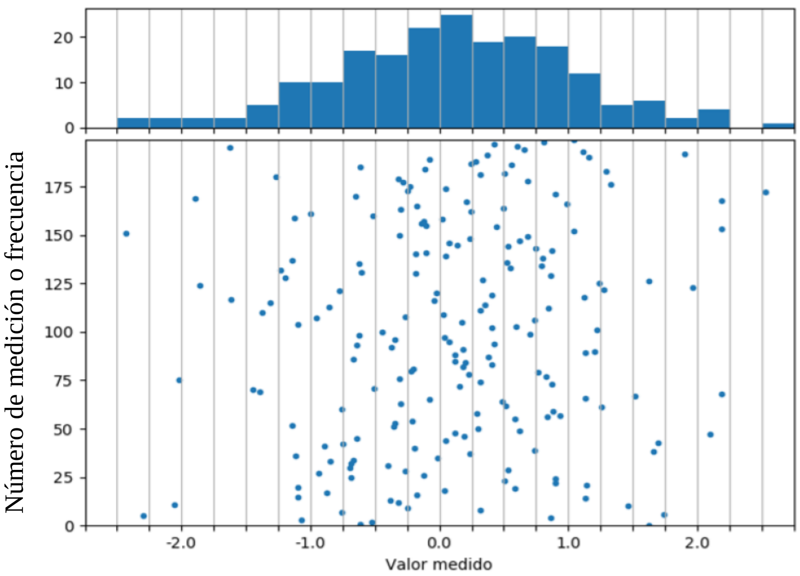
➢Un **histograma** es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde el tamaño de las barras en altura es proporcional a la frecuencia.

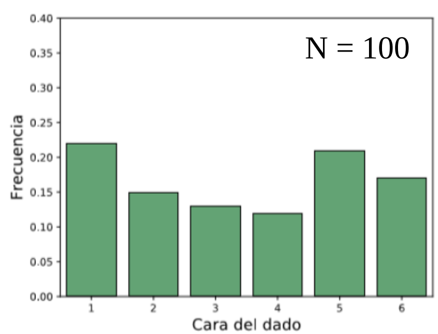
➢Características de un **histograma**:

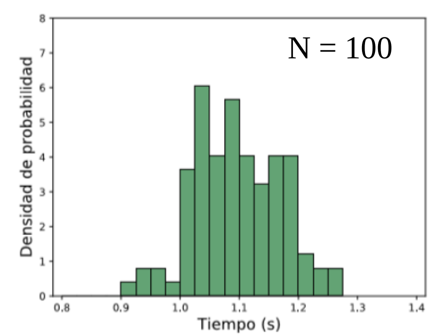
-Límites: $x_{min}$ y $x_{max}$

-Bin size ó ancho de la columna: $(x_{max}-x_{min})/$*nro columnas*

-Números de bin (Cuántas columnas tiene histograma)



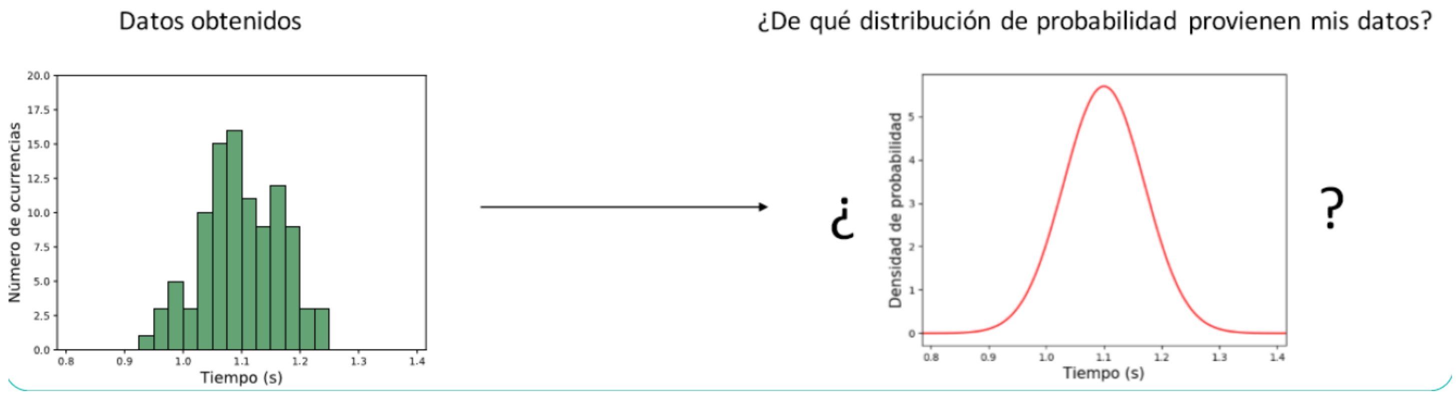




[1] Figuras de clase de laboratorio de física 1 para química 1er C 2020, Cátedra Pickholz (http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/)

# 1) Explicación teórica:
# Histograma y distribución de probabilidad

➢Por otra parte, el histograma permite visualizar la **distribución** de la variable a medir.




➢La distribución de probabilidad de una variable aleatoria es la función que asigna a cada suceso definido sobre la variable, la probabilidad de que ese suceso ocurra.

➢Hay muchas distribución de probabilidad que dependerán de las condiciones del experimento. Ejemplos: Distribución de Poisson, binomial, Bernoulli, etc que se aplican a las variables aleatorias **discretas**. Distribución normal o gaussiana, de Cauchy, exponencial, etc que se aplican a variables aleatorias **continuas**.

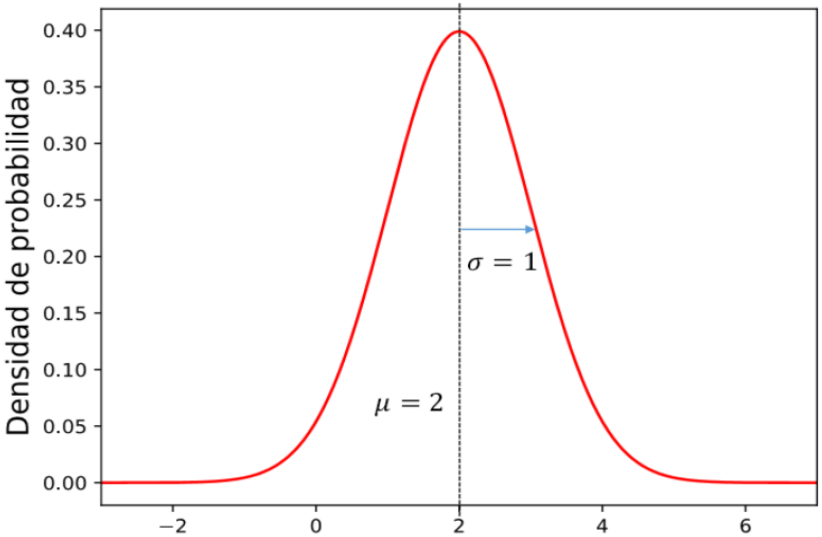
(Pregunta: En el experimento de la medición del periodo del Faro, ¿que distribución se usará?)

➢**Importante**: una distribución de probabilidad está definida por la **función distribución**.

[1] Figura de clase de laboratorio de física 1 para química 1er cuatri 2020, Cátedra Pickholz (http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/)

# 1) Explicación teórica: Distribución Gaussiana

➢La distribución de Gauss o normal (formas de campana) es la distribución más común y más usada en diversos campos de estudio.




La distribución de Gauss es una buena *aproximación* para muchísimos casos*

$$G_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

➢La "campana de Gauss" está centrada en μ (valor medio, $\bar{x}$) y su ancho o dispersión está determinado por la desviación estándar σ.

•Valor medio: $\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{N}$
(ó valor más probable)

•Desvío estándar (SD): $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^N (x_i - \bar{X})^2}{N}}$

•Varianza: $\sigma^2$

•Desvío estándar de la media: $\frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \varepsilon_{est}$
(SE o SE of mean)

Estimadores

[1] Figura de clase de laboratorio de física 1 para química 1er cuatri 2020, Cátedra Pickholz (http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/)

## 1) Explicación teórica: Media, mediana y moda

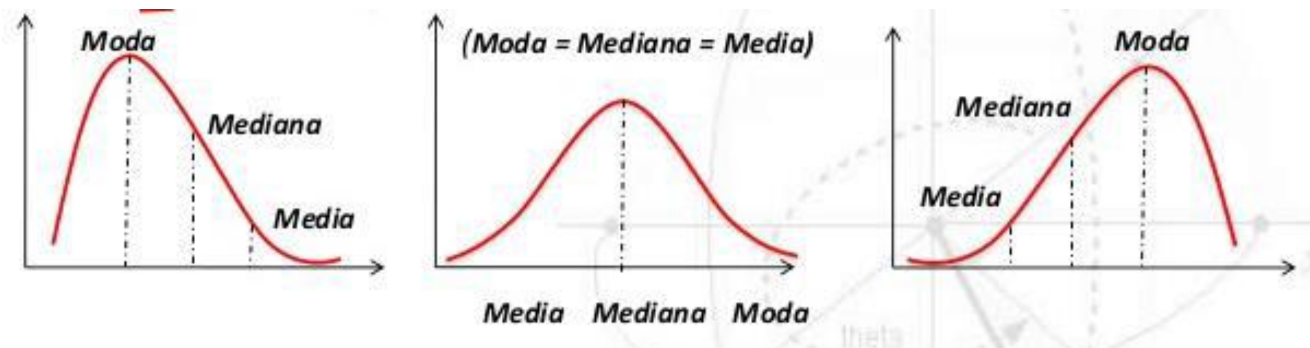
➢Por otra parte, los parámetros más usuales con los que puede caracterizarse la localización de una distribución asociada a un conjunto de *N* datos son:

-**Media**: ó promedio, es la suma de los datos dividido la cantidad de los mismos: $\overline{x} = \frac{\sum_i x_i}{N}$

-**Mediana**: Si colocamos todos los resultados en orden numérico y los dividimos a la mitad en dos partes iguales, el valor correspondiente a esta línea divisoria se llama mediana.

-**Moda**: Dato ó valor que más se repite. En un gráfico de distribución es el valor, sobre la escala horizontal, para el cual se produce el máximo (máxima frecuencia). Si una distribución tiene dos máximos la denominamos distribución bimodal, si tiene tres máximos trimodal y así sucesivamente.

Ejemplos [1] :




<u>Observación</u>: La media, moda y mediana no tienen, en general, porqué coincidir. Estos tres parámetros **sí son iguales** en el caso de distribuciones simétricas respecto del valor medio y unimodales (caso de una distribución gaussiana o normal). En el caso de una distribución asimétrica, las diferencias entre moda, media y mediana pueden ser sustanciales.

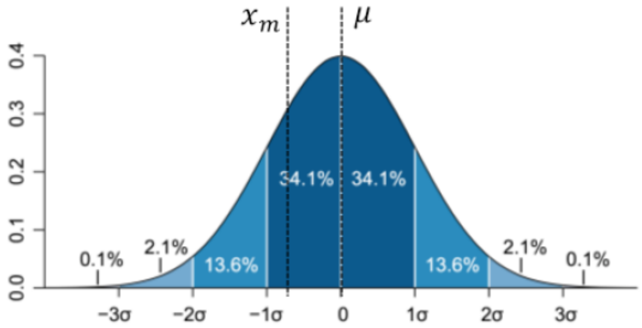
[1] Figura de clase de laboratorio de física 1 para química 1er cuatri 2020, Cátedra Pickholz (http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/)

# 1) Explicación teórica: Distribución Gaussiana

- Propiedades de la curva de Gauss:

*resultado = valor ± error*

ej: T = (1,10 ± 0,07) s




Dos interpretaciones:

$$Prob\,(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,6827 \longrightarrow$$

La probabilidad de que la *próxima medición* se encuentre entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ es del 68,3%

=

$$Prob\,(X - \sigma \leq \mu \leq X + \sigma) \approx 0,6827 \longrightarrow$$

La probabilidad de que el *valor real* $\mu$ se encuentre entre $x_m - \sigma$ y $x_m + \sigma$ es del 68,3%

- Los puntos de inflexión de la curva es en: x= μ-σ y x= μ+σ
- En el intervalo (μ-σ, μ+σ) se encuentra comprendida el 68,3% de la distribución.
- En el intervalo (μ-2σ, μ+2σ) se encuentra comprendida el 95,4% de la distribución.
- En el intervalo (μ-3σ, μ+3σ) se encuentra comprendida el 99,7% de la distribución.

[1] Clase de laboratorio de física 1 para química 1er cuatri 2020, Cátedra Pickholz (http://materias.df.uba.ar/f1qa2020c1/laboratorios/)

# 2) Experimento

- Objetivos:

-Medir de forma directa el período de un faro (luz o sonido) y aprender las ventajas (y desventajas) de realizar la medición de manera seriada.

-Adquirir conocimientos básicos de estadística.

-Analizar y comprender los datos medidos de forma adecuada.

- Actividades:

1) **Observación y registro**

a) Medir el período temporal de la **luz** de un faro con un **cronómetro 20** veces (mantener el mismo/a observador/a). Graficar en un histograma con algún programa esta serie de mediciones (ver tutoriales en la página de la materia).

b) Volver a medir haciendo una nueva serie de **40** mediciones e incorporar los datos a la serie anterior (hacer en una planilla de datos nueva). Graficar. ¿Qué cambios se observa? Modificar el bin size de acuerdo a los datos (que NO sea automático).

c) Volver a medir una serie de **40** mediciones y sumarlas a las 60 anteriores (en una planilla nueva). Analizar los datos. ¿Cambió el bin size? (bin size: $a$ = ($t_{max}$-$t_{min}$)/nro de columnas)

2) **Importancia de las variables del problema**

a)Realizar una serie de datos de **100** mediciones de la **luz** del faro pero cambiando de observador/a. Luego realizar otras **100** mediciones del **sonido** del periodo del faro manteniendo el /la observador/a. Graficar ambas series y comparar con ítem anterior, manteniendo el mismo bin size. ¿Hay diferencias en cada serie de medidas? ¿Por qué?

**CUIDADO**! MANTENER OBERVADOR/A DEPENDIENDO QUÉ SE QUIERE COMPARAR

# 2) Experimento

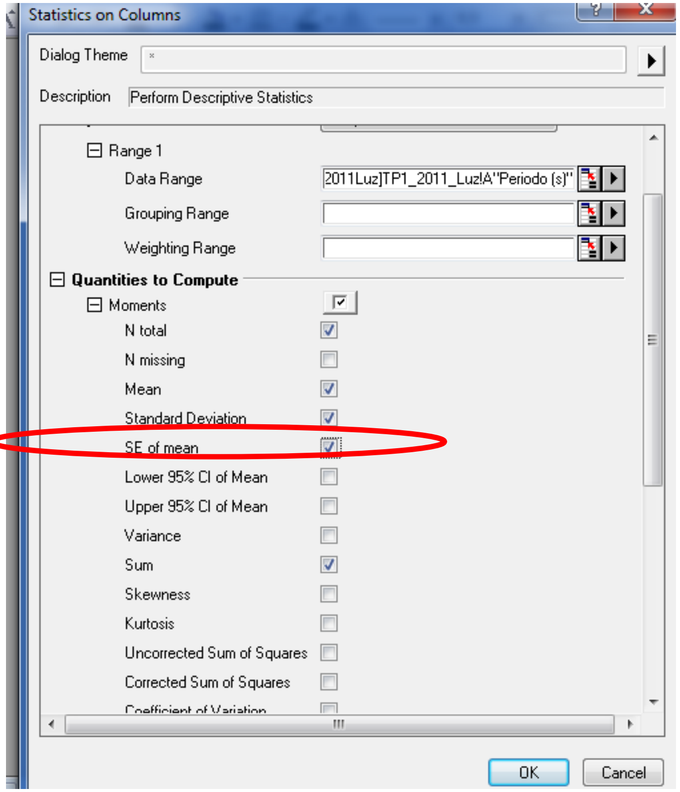
- Actividades:

3) **Análisis estadístico**

a)Una vez definido el bin size adecuado para las 3 series determinar la **Moda**, **Mediana** y **Media** de cada serie y ajustar por una distribución gaussiana (ver tutorial). Observar si los parámetros obtenidos del ajuste son coherentes con el análisis del experimento.

b)Reportar el valor del período del faro de cada serie con su **incerteza absoluta**. ¿Cuántas mediciones son necesarias para disminuir el error?

**Observación**: para obtener los estimadores de los datos (media, moda, mediana, SD y SE) se debe usar el menú de Origin: “Statistics > Descriptive Statistics > Statistics on Columns” y tildar en “Quantities to compute” el SE. También chequear que los demás estimadores estén seleccionados.



## 2) Experimento

<u>En resumen, qué se mide</u>:

-Una serie de 100 datos en varias tandas del período de la **luz** del faro con observador/a 1

-Una serie de 100 datos en una sola tanda del período de la **luz** del faro con observador/a 2

-Una serie de 100 datos en una sola tanda del período del **sonido** del faro con observador/a 2

período de un faro N = 100 veces


| Medición # | Tiempo (s) |
|---|---|
| 1 | 1,02 |
| 2 | 0,98 |
| 3 | 1,07 |
| … | … |
| 99 | 1,22 |
| 100 | 1,10 |

**En resumen:**

**¿Cuál es el periodo del faro? ¿Qué valor reportarían? ¿Cuál forma de medir recomiendan?**

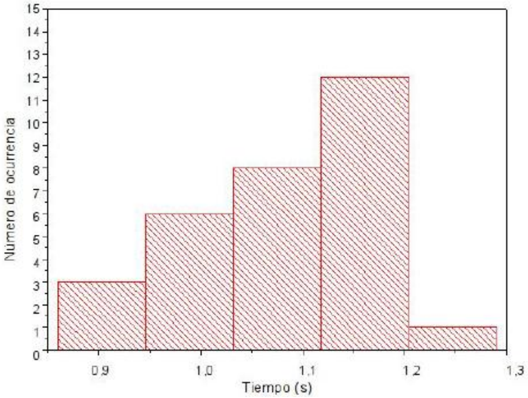
**CUIDADO**! MANTENER OBERVADOR/A DEPENDIENDO QUÉ SE QUIERE COMPARAR

# ¡A medir!

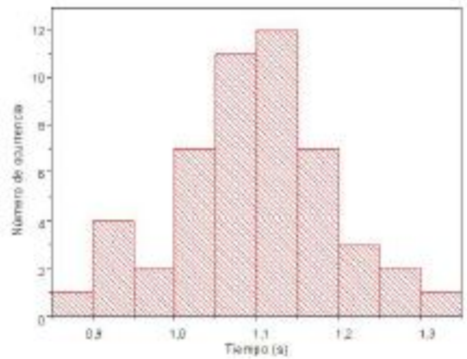
# 3) Resultados y análisis

departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

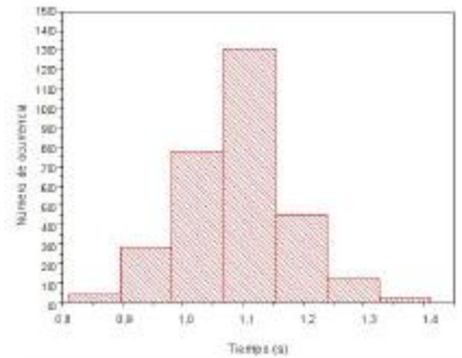
## Histogramas:




Histograma de 30 mediciones



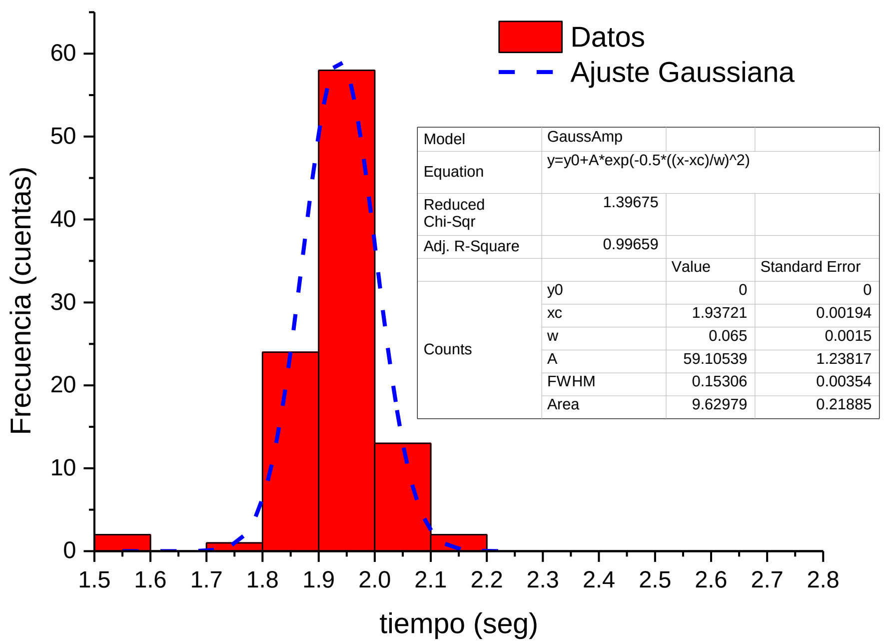

Histograma de 50 mediciones.




Histograma de 300 mediciones.

Tendiendo a gaussiana

Ajuste por gaussiana:




| | | | |
|---|---|---|---|
| Model | GaussAmp | | |
| Equation | y=y0+A*exp(-0.5*((x-xc)/w)^2) | | |
| Reduced Chi-Sqr | 1.39675 | | |
| Adj. R-Square | 0.99659 | | |
| | | Value | Standard Error |
| Counts | y0 | 0 | 0 |
| | xc | 1.93721 | 0.00194 |
| | w | 0.065 | 0.0015 |
| | A | 59.10539 | 1.23817 |
| | FWHM | 0.15306 | 0.00354 |
| | Area | 9.62979 | 0.21885 |

# 3) Resultados y análisis

Tabla de datos:

| N Total | Media (s) | Desviación estándar (s) | Desviación estándar de la media (s) |
|---|---|---|---|
| 300 | 1,12 | 0,098 | 0,0056 |
| 200 | 1,12 | 0,099 | 0,0070 |
| 100 | 1,11 | 0,097 | 0,097 |
| 50 | 1,12 | 0,10 | 0,015 |
| 30 | 1,10 | 0,11 | 0,020 |

*Tendencia a disminuir SE (error estadístico) a medida que aumenta la cantidad de mediciones
*SD se mantiene constante a partir de 100 mediciones ¿Por qué?
*Si es mejor hacer muchas mediciones, entonces ¿hasta cuánto mido?

$$\varepsilon_{est} \ll \varepsilon_{inst}$$

No va a tener sentido hacer más mediciones si puedo despreciar el error estadístico frente al error instrumental

# 3) Resultados y análisis

Algunas conclusiones:

*El error estadístico disminuye a medida que se realizan más mediciones con dependencia $\propto \frac{1}{\sqrt{N}}$

*El error instrumental NO depende de la cantidad de mediciones realizadas.

*Para el caso del faro se considera el error instrumental (precisión del instrumento) y error estadístico (variabilidad en la medición por parte de observador/a).

*Hay errores sistemáticos, como puede ser el error por el tiempo de reacción de observador/a que se podría cuantizar pero quizás no hace falta (lleva tiempo de experimento y luego es despreciable frente al error instrumental).

*El bin size de alguna forma me da una noción de la incerteza de las mediciones dado por el tamaño de la columnas del histograma y de esta forma, determina dónde se ubica cada medición.

*Por último, ¿se podrá graficar las 3 series juntas?¿Tiene sentido?

Repaso de términos estadísticos más relevante:

-SD (desviación estándar de una muestra): predice la probabilidad de hallar valores al medir

-SE (desvío estándar de la media ó error estándar): incerteza del valor medio

- $\bar{x}$ ó μ: estimación del valor real que se trata medir.