Clase 06:
2da parte: Movimiento oscilatorio armónico amortiguado

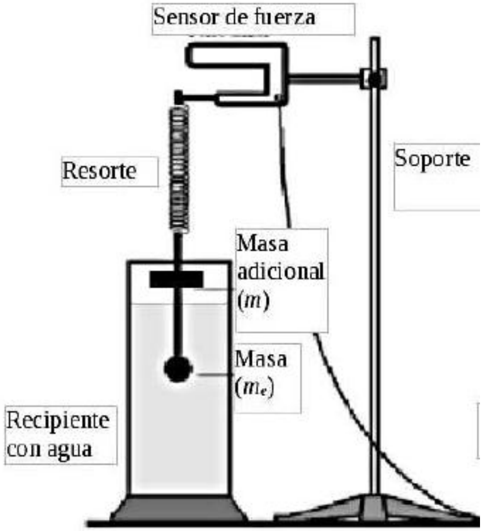
Laboratorio de física 1 para químicos

1er cuatrimestre 2022

1) Explicación teórica:
Movimiento oscilatorio armónico amortiguado

•Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es mayor que en el aire, se espera que haya un mayor efecto disipativo con respecto al experimento de la clase pasada.
•Por otra parte, el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápido que en el aire dependiendo de la forma funcional entre la fuerza disipativa y las variables del experimento.
•En el caso de un cuerpo que se mueve en un fluido viscoso, se sabe que la fuerza de rozamiento es **proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio y de sentido contrario**.
•Un movimiento oscilatorio amortiguado se puede clasificar en tres casos posibles: **subamortiguado**, **amortiguado crítico** y **sobreamortiguado**, según los valores que adquieran los parámetros del problema.
•En el experimento de la clase de hoy se estudiará el caso **subamortiguado**.

Esquema:



1) Explicación teórica:
Movimiento oscilatorio armónico amortiguado

- Volviendo a la ecuación de movimiento de la clase anterior:

$$m\ddot{x} = P - k(x - x_0)$$

- Ahora se le agrega un término de rozamiento:

$$m\ddot{x} = mg - kx + kx_0 - \gamma\dot{x}$$

Fuerza de rozamiento $\vec{F}_{roz} = -\gamma\vec{v}$

- Se divide ambos términos por *m* y se ordena la ecuación:

$$\ddot{x} + \frac{\gamma}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = g + \frac{k}{m}x_0$$

- Se busca la solución homogénea y se renombra los términos:

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Donde: $2b = \frac{\gamma}{m}$ y $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ con ***b*** = **coeficiente de amortiguamiento** y $\boldsymbol{\omega_0^2}$ = frecuencia angular para el caso sin amortiguamiento

- Cuando $\boldsymbol{b} < \boldsymbol{\omega_0}$ el amortiguamiento es pequeño y se está en el caso **subamortiguado**.
- La solución a la ecuación diferencial (posición de la masa en función del tiempo) es:

$$x(t) = ae^{-bt}\cos(\omega t + \varphi) + x_0$$

con $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ (1)

1) Explicación teórica:
Movimiento oscilatorio armónico amortiguado

• Recordar que la fuerza está dada por:

$$F(t) = -kx(t)$$

• Por lo que se puede reescribir la expresión de la fuerza como:

$$F\,(t) = Ae^{-bt}\cos(\omega t + \varphi) - D \qquad (2)$$

Donde la amplitud es $A' = Ae^{-bt}$ (3)

• De la expresión de la fuerza se puede ver que hay 5 parámetros (A, *b*, ω, φ y D) a determinar a través de un ajuste NO lineal.

•Es importante notar que el carácter oscilatorio de la expresión se mantiene.

•Pero la amplitud del movimiento ya NO se mantiene constante: es una exponencial negativa, por lo que denota que el amortiguamiento disminuye la amplitud de oscilación.

•Además la frecuencia de oscilación es distinta a la natural ($\boldsymbol{\omega_0}$) del resorte sin amortiguamiento (ver ecuación 1) pero NO cambia en el tiempo.

2) Experimento

• **Objetivos:**

-Estudiar el movimiento oscilatorio armónico amortiguado del sistema masa-resorte que se usó en la parte 1 cuando es sumergido en un fluido viscoso (agua).

-Determinar el coeficiente de amortiguamiento, *b*, con tres análisis distintos pero de una misma medida/experimento (un solo método).

-Analizar las hipótesis planteadas para el experimento y reportar la magnitud, b, con su respectiva incerteza. Comparar los tres análisis y determinar cuál es más preciso.

•**Actividad 2 (día 2):** *Determinación de coeficiente de amortiguamiento*, *b*.

a) Utilizar el método dinámico de la actividad 1 con el sensor de fuerza, resorte y una masa. Adquirir los datos de la medida de F vs t con el programa MotionDAQ. Recordar habilitar el canal a usar y cargar la calibración por defecto incorporada en el programa (DUAL FORCE 10 N ó 50 N) y analizar que frecuencia de muestreo y tiempo es necesario. Medir el movimiento para una **única** masa por lo que hay que asegurarse que sea una «buena» medida.

b) Estudiar si la frecuencia angular del sistema varía respecto al sistema sin amortiguamiento. Según la teoría, ¿debería variar? Ver ecuación **(1)**. Obtener el valor de *b* (despajando de esta ecuación) y evaluar si es útil este análisis para obtenerlo.

c) Obtener los máximos de la función trigonométrica F vs t y realizar un **ajuste exponencial** de acuerdo a la ecuación **(3)** y obtener *b*. Luego, **linealizar** dicha ecuación y volver a obtener *b*.

d)Realizar un ajuste no lineal de la señal amortiguada de acuerdo a la ecuación **(2)** y determinar nuevamente *b*. Dar valores iniciales adecuados de los parámetros para realizar el ajuste.

e)Estudiar la precisión de los tres/cuatro análisis y analizar de qué otra forma se puede calcular *b*.

¡A medir!

3) Resultados y análisis

departamento de Física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

• Determinación de *b* a partir de la frecuencia angular ω

Despejando b de la ecuación (1) se obtiene que:

$$b = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (4)$$

•El valor de ω_0 se calcula de parámetros conocidos (m y k) y ω se obtiene a partir del período ($\omega=2\pi/T$) de la señal de F vs t. Observación: tanto ω_0 como ω se debe calcular con sus respectivas incertezas y de allí calcular el valor de *b* propagando la ecuación (4).

•Cancelación catastrófica: es probable que este valor obtenido de *b* tenga mucha incerteza ya que el cálculo se realiza con dos valores bastante parecidos por lo que se genera una incerteza «grande».

•En el análisis numérico , la **cancelación catastrófica** es el fenómeno de que restar buenas aproximaciones a dos números cercanos puede producir una muy mala aproximación a la diferencia de los números originales.

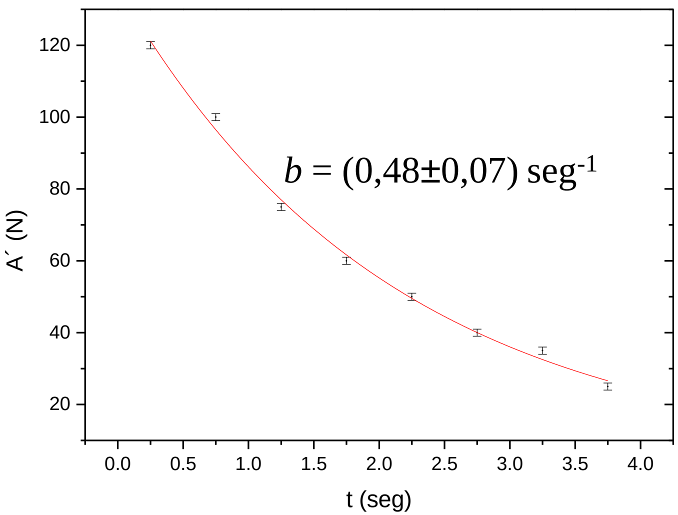
3) Resultados y análisis

<u>Determinación de *b* a partir de los máximos de la amplitud:</u>

•Utilizando la ecuación (3) se puede graficar y ajustar A´ vs t :

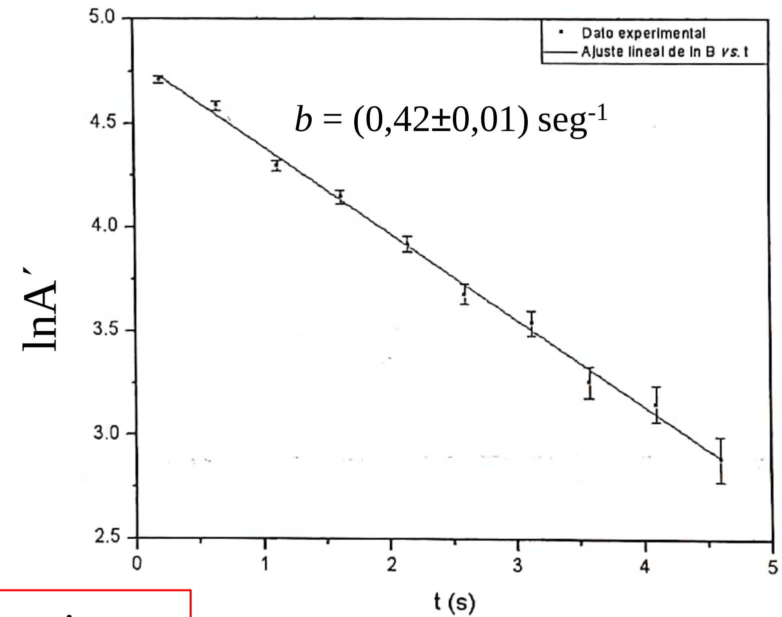
$$A' = Ae^{-bt} \quad (3)$$

Se puede usar la función «ExpDeC1» con la expresión:
y=A1*exp(-x/t1)+yo
Por lo que se debe identificar cada variable del problema!



•Si linealizo la ecuación (3):

$$A' = Ae^{-bt} \quad (3)$$
$$lnA' = lnA + ln(e^{-bt})$$
$$lnA' = lnA - b.t$$

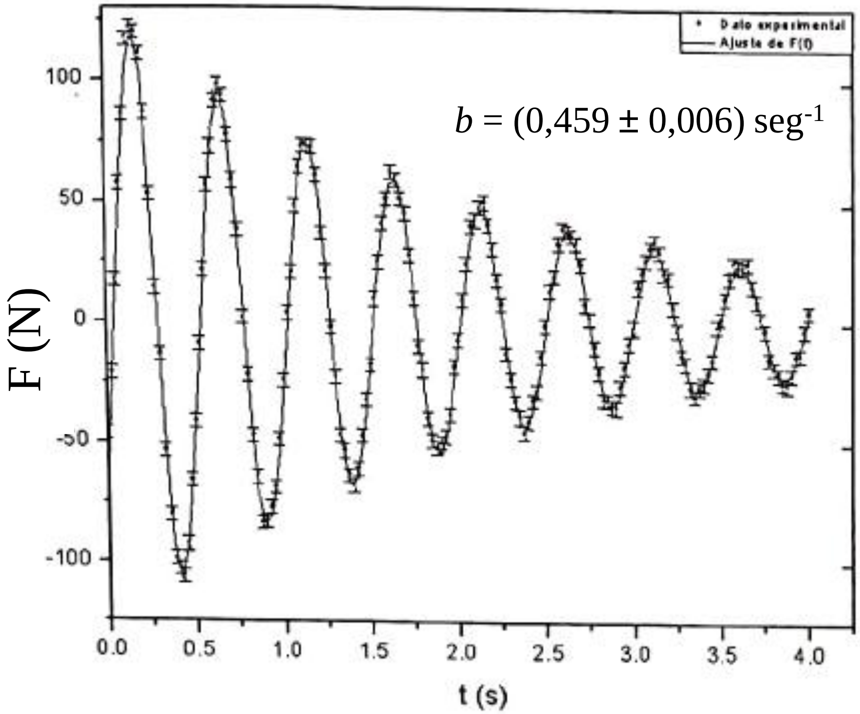


Ejemplo en aceite

3) Resultados y análisis

• Determinación de *b* a de ajustar toda la señal F vs t

Utilizando la ecuación (2) se puede ajustar F vs t :



Ejemplo en aceite

$$F\ (t) = Ae^{-bt}\cos(\omega t + \varphi) - D$$

Se puede usar la función «sin dAmp» con la expresión:
y=y0+Aexp(-x/t0)sin (pi (x-xc)/w)

Por lo que se debe identificar cada variable del problema!