



Laboratorio de  
física 1  
Verano 2024

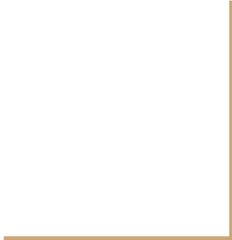


# cronograma

Fecha	Laboratorio	Tipo de evaluación	Fecha límite de entrega	Devolución
29/1	Clase Introdutoria			
31/1	Guia 1 – Estadística, mediciones directas	Reporte	5/2	7/2
5/2	Guia 2 – Mediciones Indirectas	Resultados	trabajo en clase	
7/2	Guia 3 – Cuadrados mínimos-péndulo			
12/2	FERIADO			
14/2	Guia 3 – Cuadrados mínimos-Péndulo	Reporte+	19/2	21/2
19/2	Guia 4 – Oscilador Simple y Amortiguado			
21/2	Guia 4 – Oscilador Simple y Amortiguado	INFORME	26/2	28/2
23/2	PRIMER PARCIAL			
26/2	Guia 5– Conservación de Impulso	INFORME	4/3	6/3
28/2	Recuperación			
4/3	Guia 6 – Velocidad Límite	Resultados	trabajo en clase	
6/3	Guia 7 – Optica Snell	Resultados	trabajo en clase	
11/3	Presentacion Oral/cierre Materia			
13/3	Recuperación			
15/3	SEGUNDO PARCIAL			



Mediciones  
indirectas



# Mediciones indirectas

- Quiero medir una magnitud  $Z$  pero no tengo un instrumento para medirla de forma directa

- Conozco la relación funcional  $Z = f(X, Y)$

- Puedo medir  $X$  e  $Y$  de forma directa  $X = \bar{X} \pm \Delta X$   $Y = \bar{Y} \pm \Delta Y$

→ Puedo determinar  $Z$  de forma indirecta  $\bar{Z} = f(\bar{X}, \bar{Y})$  **Pero, cómo estimar  $\Delta Z$ ?**

Ejemplos:                    **área**     $A = b \cdot h$                     **velocidad**     $v = \frac{d}{t}$

Valor más probable                     $\bar{A} = \bar{b} \cdot \bar{h}$                      $\bar{v} = \frac{\bar{d}}{\bar{t}}$

Una forma de acotar el intervalo:                     $A_{\max} = (\bar{b} + \Delta b)(\bar{h} + \Delta h)$                      $v_{\max} = \frac{\bar{d} + \Delta d}{\bar{t} - \Delta t}$                      $v_{\min} = \frac{\bar{d} - \Delta d}{\bar{t} + \Delta t}$

Analicemos un caso con una sola variable:  $Y = f(X)$

Por ejemplo, área de un cuadrado:  $A = b^2$        $Y = X^2$

El intervalo

$$[f(\bar{X} - \Delta X), f(\bar{X} + \Delta X)]$$

no está centrado en  $\bar{Y} = f(\bar{X})$

$$f(\bar{X}) + f'(\bar{X})\Delta X \quad f(\bar{X} + \Delta X)$$

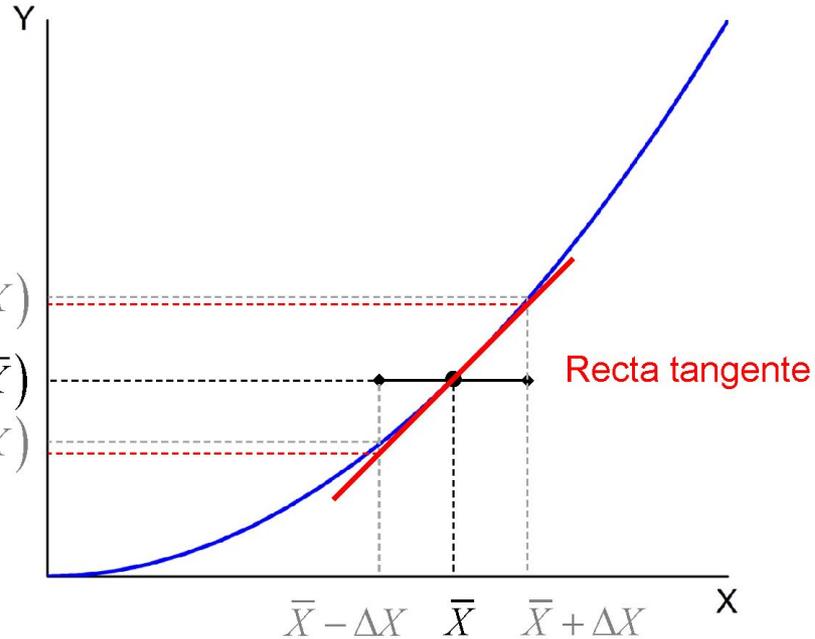
Taylor de primer orden  $f(\bar{X})$

$$f(\bar{X}) - f'(\bar{X})\Delta X \quad f(\bar{X} - \Delta X)$$



$$Y = f(\bar{X}) \pm f'(\bar{X})\Delta X$$

$$Y = \bar{Y} \pm \Delta Y$$



Para una variable:

$$Y = f(X) \longrightarrow \bar{Y} = f(\bar{X}) \quad \Delta Y = \left| \frac{df}{dX} \right|_{\bar{X}} \Delta X$$

Para N variables (ejemplo con 2):

$$Z = f(X, Y) \longrightarrow \bar{Z} = f(\bar{X}, \bar{Y})$$
$$\Delta Z = \sqrt{\left( \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X \right)^2 + \left( \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y \right)^2}$$

Fórmula de propagación de errores

Fórmula simplificada (aproximación)

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Sobreestima el error pero simplifica las cuentas



## Propagación de errores - Ejemplos

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Suma

$$Z = X + Y$$

Resta

$$Z = X - Y$$

## Propagación de errores - Ejemplos

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Suma

$$Z = X + Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |1| \Delta Y$$

Resta

$$Z = X - Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |-1| \Delta Y$$

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

## Propagación de errores - Ejemplos

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Suma

$$Z = X + Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |1| \Delta Y$$

Resta

$$Z = X - Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |-1| \Delta Y$$

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

Multiplicación

$$Z = XY$$

División

$$Z = \frac{X}{Y}$$

## Propagación de errores - Ejemplos

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Suma

$$Z = X + Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |1| \Delta Y$$

Resta

$$Z = X - Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |-1| \Delta Y$$

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

Multiplicación

$$Z = XY$$

$$\Delta Z = |\bar{Y}| \Delta X + |\bar{X}| \Delta Y$$

División

$$Z = \frac{X}{Y}$$

$$\Delta Z = \left| \frac{1}{\bar{Y}} \right| \Delta X + \left| -\frac{\bar{X}}{\bar{Y}^2} \right| \Delta Y$$

## Propagación de errores - Ejemplos

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Suma

$$Z = X + Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |1| \Delta Y$$

Resta

$$Z = X - Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |-1| \Delta Y$$

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

Multiplicación

$$Z = XY$$

$$\frac{\Delta Z}{\bar{Z}} = \frac{|\bar{Y}| \Delta X + |\bar{X}| \Delta Y}{\bar{X}\bar{Y}}$$

División

$$Z = \frac{X}{Y}$$

$$\frac{\Delta Z}{\bar{Z}} = \frac{\left| \frac{1}{\bar{Y}} \right| \Delta X + \left| -\frac{\bar{X}}{\bar{Y}^2} \right| \Delta Y}{\frac{\bar{X}}{\bar{Y}}}$$

## Propagación de errores - Ejemplos

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Suma

$$Z = X + Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |1| \Delta Y$$

Resta

$$Z = X - Y$$

$$\Delta Z = |1| \Delta X + |-1| \Delta Y$$

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

Multiplicación

$$Z = XY$$

$$\frac{\Delta Z}{\bar{Z}} = \frac{|\bar{Y}| \Delta X + |\bar{X}| \Delta Y}{\bar{X}\bar{Y}}$$

$$\frac{\Delta Z}{\bar{Z}} = \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y}}$$

División

$$Z = \frac{X}{Y}$$

$$\frac{\Delta Z}{\bar{Z}} = \frac{\left| \frac{1}{\bar{Y}} \right| \Delta X + \left| -\frac{\bar{X}}{\bar{Y}^2} \right| \Delta Y}{\frac{\bar{X}}{\bar{Y}}}$$

$$\varepsilon_Z = \varepsilon_X + \varepsilon_Y$$

$$\Delta Z = \left( \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right) \bar{Z}$$

Incerteza  
relativa

# Propagación de errores: ejemplos

$$Z = X^2 Y \quad \longrightarrow$$

$$W = \frac{kX^a Y^b}{Z^c} \quad \longrightarrow$$

$$Z = X^2 \ln Y \quad \longrightarrow$$

# Propagación de errores: ejemplos

$$Z = X^2Y \quad \longrightarrow \quad \Delta Z = \left( 2 \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right) \bar{Z}$$

$$W = \frac{kX^aY^b}{Z^c} \quad \longrightarrow$$

$$Z = X^2 \ln Y \quad \longrightarrow$$

# Propagación de errores: ejemplos

$$Z = X^2 Y \quad \longrightarrow \quad \Delta Z = \left( 2 \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right) \bar{Z}$$

$$W = \frac{kX^a Y^b}{Z^c} \quad \longrightarrow \quad \Delta W = \left( a \frac{\Delta X}{\bar{X}} + b \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} + c \frac{\Delta Z}{\bar{Z}} \right) \bar{W}$$

$$Z = X^2 \ln Y \quad \longrightarrow$$

# Propagación de errores: ejemplos

$$Z = X^2 Y \quad \longrightarrow \quad \Delta Z = \left( 2 \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} \right) \bar{Z}$$

$$W = \frac{kX^a Y^b}{Z^c} \quad \longrightarrow \quad \Delta W = \left( a \frac{\Delta X}{\bar{X}} + b \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} + c \frac{\Delta Z}{\bar{Z}} \right) \bar{W}$$

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial Z}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left| \frac{\partial Z}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

$$Z = X^2 \ln Y \quad \longrightarrow$$

$$\Delta Z = |2\bar{X} \ln \bar{Y}| \Delta X + \left| \frac{\bar{X}^2}{\bar{Y}} \right| \Delta Y$$

$$\Delta Z = \left( 2 \frac{\Delta X}{\bar{X}} + \frac{\Delta Y}{\bar{Y} \ln \bar{Y}} \right) \bar{Z}$$

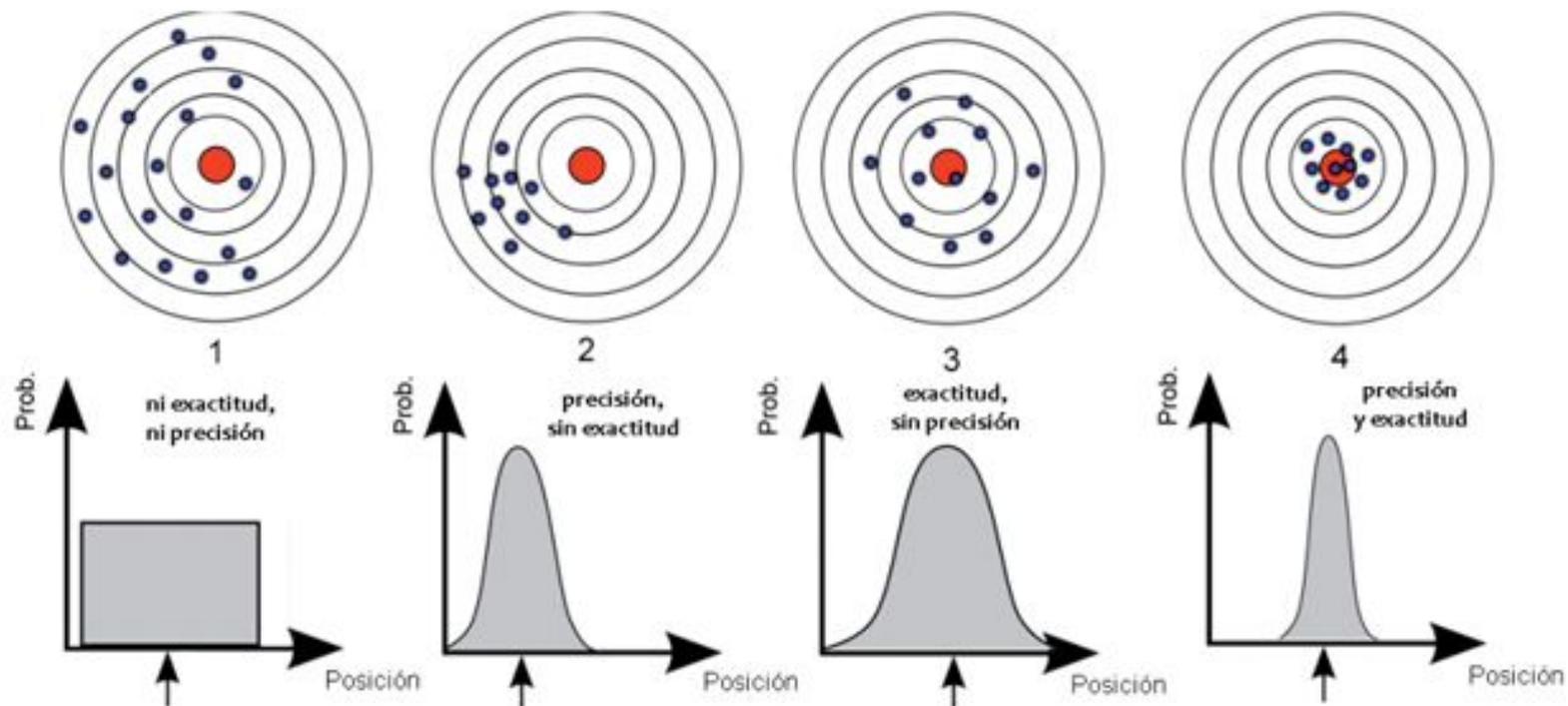
# ¿Precisión o exactitud?

**Exactitud:** Distancia entre el valor medido y el valor “Real”. Cuando tenemos un conjunto de mediciones de la misma cantidad física, la Exactitud es la distancia entre la media y el valor “Real”.

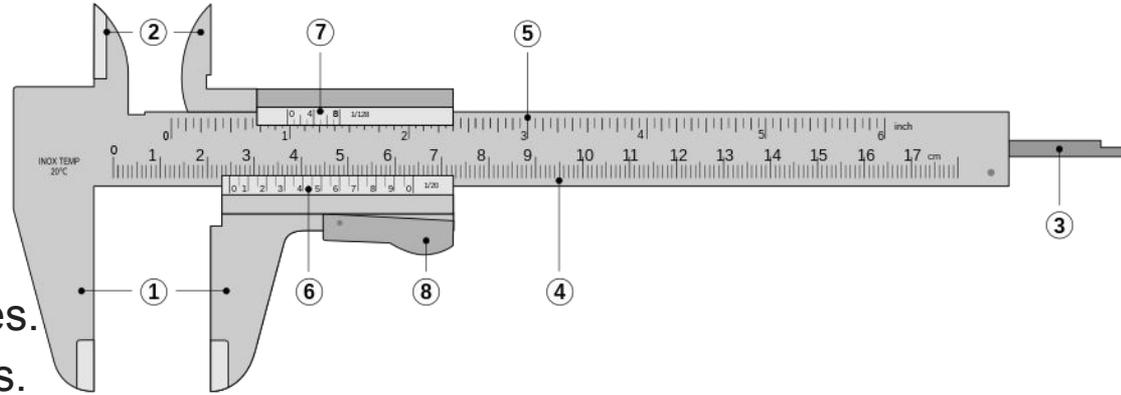
**Precisión:** Cercanía de los datos entre sí, independientemente de la exactitud.

$$\text{Error Relativo} = Er(x) = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

Error Porcentual es simplemente  $100 \cdot Er(x)$



# Medición de longitud: calibre



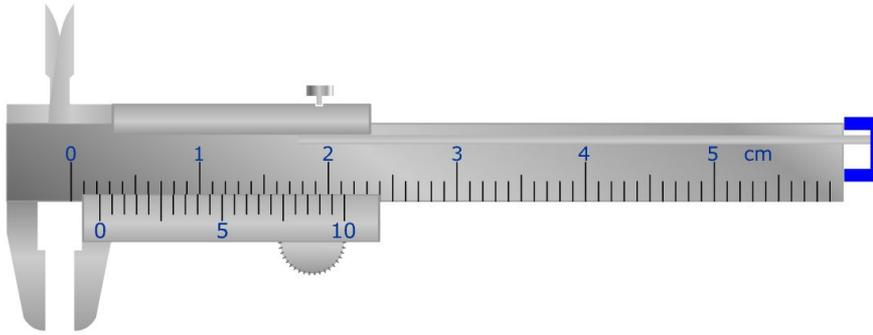
1. Mordazas para medidas exteriores.
2. Mordazas para medidas interiores.
3. Sonda para medida de profundidades.
4. Escala con divisiones en centímetros y milímetros.
5. Escala con divisiones en pulgadas y fracciones de pulgada.
6. Nonio para la lectura de las fracciones de milímetros en que esté dividido.
7. Nonio para la lectura de las fracciones de pulgada en que esté dividido.
8. Botón de deslizamiento y freno.

# Uso de calibre, paso a paso

- 1) Ajustan el calibre usando alguna de las tres opciones de medición (medida exterior, interior o profundidad).
- 2) Fijan con el botón de deslizamiento o freno
- 3) Se fijan cuál es la Rayita de la Regla Previa al "0" del Vernier o Nonio.
- 4) Vernier/Nonio: nos habilita a medir fracciones de la mínima unidad de la regla (en general, 1 mm), según la cantidad de subdivisiones o "rayitas".
- 5) Cuentan la cantidad de Rayitas del Vernier/Nonio hasta la primera alineada con la regla. Esto lo multiplican por la mínima unidad del Vernier/Nonio.

El **resultado** lo obtienen de **sumar** lo que obtuvieron en el **paso 3** con el resultado obtenido en el **paso 5**. ¡¡Presten atención a las unidades!!

# calibre: algunos ejemplos



(paso 4) divisiones del Vernier/Nonio:  
 $20 \Rightarrow 1/20 = 0,05 \Rightarrow$  cada rayita 0,05mm

medida total:

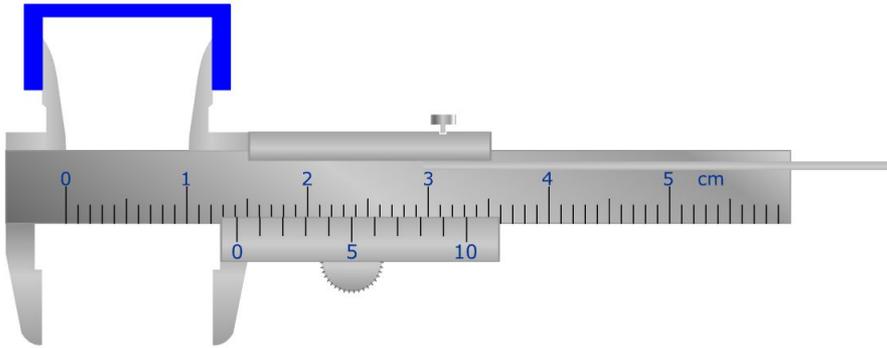
(paso 3): 2 mm

(paso 5): coincide en quinta rayita:  
 $0.05\text{mm} * 5 = 0,25\text{mm}$

Resultado:  $(2,25 \pm 0,05)\text{mm}$

Para usar interactivo: <https://www.educaplan.org/game/calibre>

# calibre: algunos ejemplos



(paso 4) divisiones del Vernier/Nonio:  
 $10 \Rightarrow 1/10 = 0,1 \Rightarrow$  cada rayita 0,1 mm

medida total:

(paso 3): 14 mm = 1,4 cm

(paso 5): coincide en segunda rayita:  
 $0,1 \text{ mm} * 2 = 0,2 \text{ mm}$

Para usar interactivo:

<https://www.stefanelli.eng.br/es/calibre-virtual-simulador-milimetro-02/>

Resultado:  $(14,2 \pm 0,1) \text{ mm}$

<https://www.educapulus.org/game/calibre>

# Objetivo de la clase de hoy

- Determinar el volumen de un cuerpo por tres métodos distintos

1) usando el volumen desplazado en una probeta

2) Midiendo con un calibre sus lados

3) Usar la relación entre masa, volumen y densidad

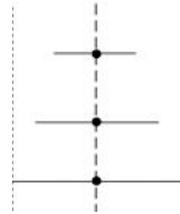
Antes de empezar:

- Pensar para cada método si es medición directa o indirecta y por qué
- Pensar qué hipótesis se utilizan para cada una de las mediciones

# Clase de hoy

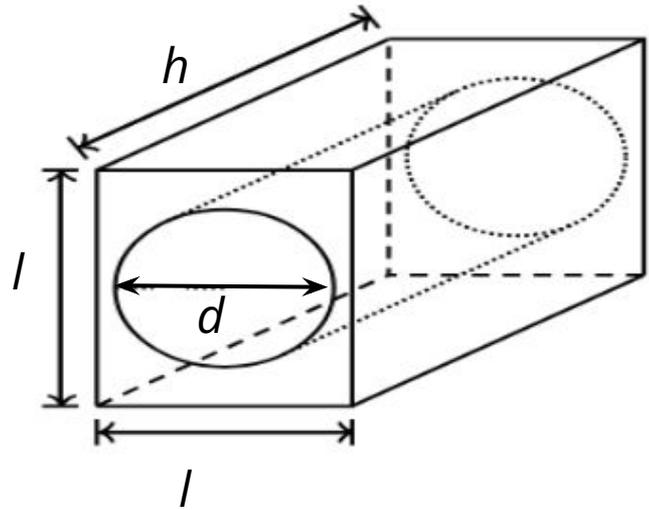
Al finalizar:

- Anotar los resultados en una tabla comparativa
- Graficar cada valor con su intervalo de confianza y ver si se solapan. Por ejemplo:



- Comparar los tres resultados, estudiando precisión y exactitud de cada método

# Cuerpo a determinar el volumen



# Por desplazamiento de volumen

mínima división de la probeta= 1 ml

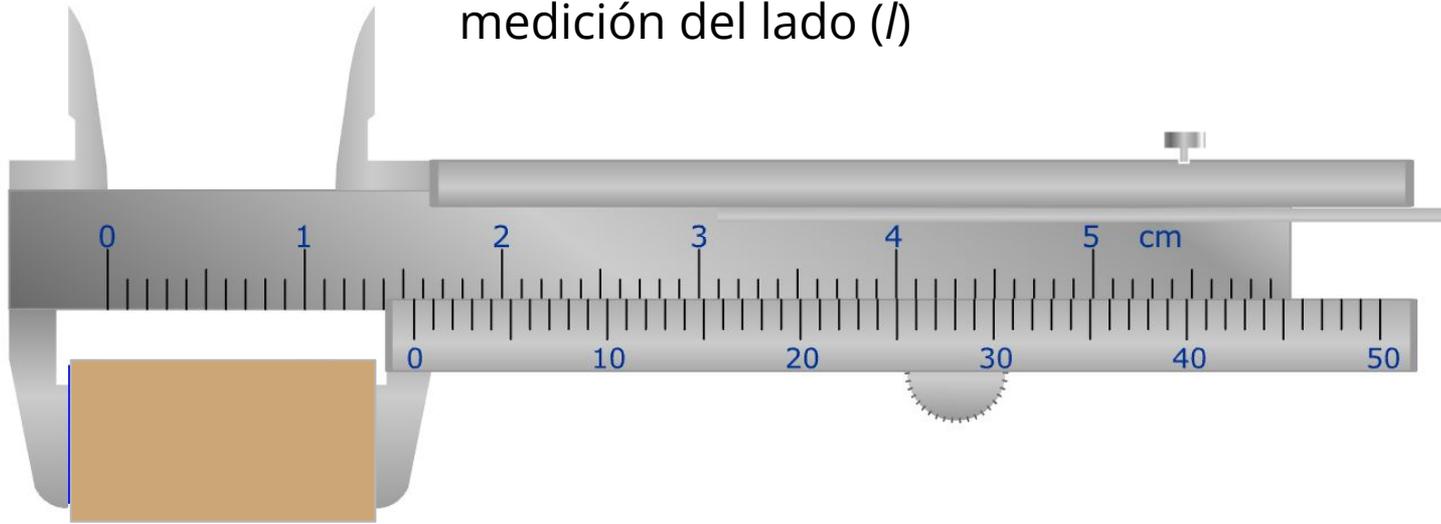
Volumen inicial= 70 ml

Volumen final= 81 ml

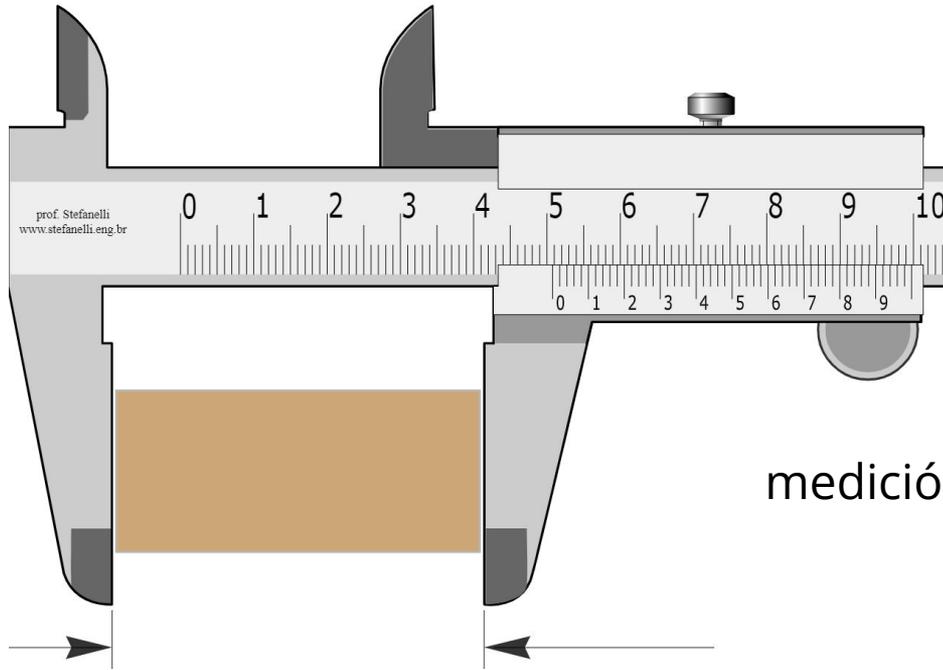
- 1) Expresen correctamente los valores de volumen
- 2) Calculen el volumen del cuerpo

# Medición con calibre

medición del lado ( $l$ )

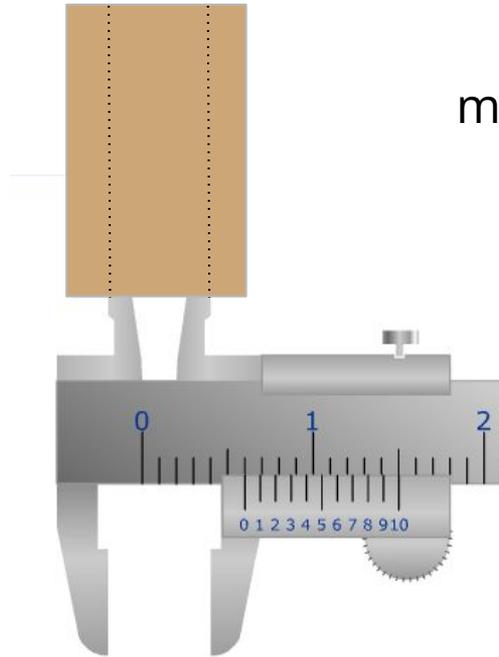


# Medición con calibre



medición de altura ( $h$ )

# Medición con calibre



medición de diámetro ( $d$ )

# medición con calibre

	valor (mm)	incerteza (mm)
largo ( $h$ )		
lado ( $l$ )		
diametro interior ( $d$ )		

# Medición con balanza

Balanza electronica Incerteza 0,01 g

$m = 31,24$  g

información sobre el material: aluminio

Discuta:

- Pureza del material → ¿Qué consideraciones toma en cuenta?

# Resultados finales

	volumen	Incerteza	Incerteza relativa
Probeta			
Calibre			
Balanza			

# visualización/comparación de resultados

[https://colab.research.google.com/drive/1JmBJnm7EKQ34CHMkq9J\\_InWxJbMxm5kN?usp=sharing](https://colab.research.google.com/drive/1JmBJnm7EKQ34CHMkq9J_InWxJbMxm5kN?usp=sharing)

# Preguntas disparadoras de análisis de resultados

¿Qué hipótesis usaron en cada caso?

¿Cuanto verificaron las hipótesis?

¿Qué método es más preciso?

¿Qué método es más exacto?

¿Qué método es más confiable?

¿Cuál es el mejor método?