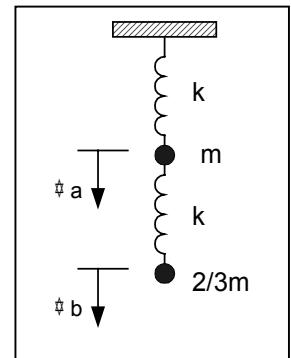
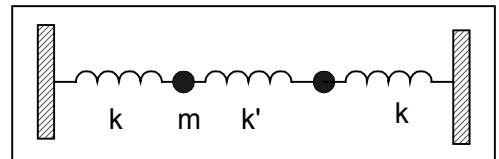


- 1.- a) Considere el sistema de la figura en ausencia de gravedad y obtenga sus frecuencias naturales de oscilación y los modos normales correspondientes. Escriba las ecuaciones de movimiento de cada masa.
- b) Sabiendo que en $t=0$ el sistema satisface las siguientes condiciones $\Psi_a(0)=1$ y $\Psi_b(0)=0$ y que se encuentra en reposo, encuentre el movimiento de cada partícula.
- c) Analice cómo se modifica el resultado por la presencia de la gravedad.



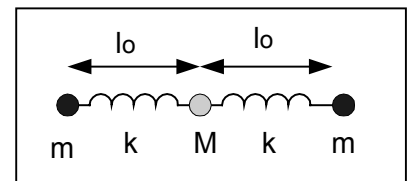
- 2.- Considere el sistema de la figura. Las masas están apoyadas en una mesa sin rozamiento, sujetas a las paredes por resortes de constante k y unidas por otro resorte de constante k' . Obtenga las frecuencias y los modos transversales del sistema.



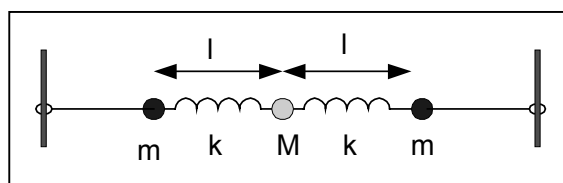
¿Bajo qué condiciones espera observar batidos? ¿Qué son batidos?.

- 3.- Considere el sistema simplificado de la figura que se basa en una molécula triatómica simétrica. En el equilibrio dos átomos de masa m están situados a ambos lados del átomo de masa $M=2m$ y vinculados por resortes de constante k y longitud natural l_0 . Como sólo estamos interesados en analizar los modos longitudinales

- a) Encuentre las ecuaciones de movimiento de cada masa.
- b) Halle las frecuencias de los modos normales.
- c) Dibuje las configuraciones de cada modo.
- d) Si el centro de masa de la molécula se mueve con $v_0=cte$, halle la solución para $\Psi_a(t)$, $\Psi_b(t)$ y $\Psi_c(t)$.
- e) Establezca cuáles deben ser las condiciones iniciales para excitar sólo el modo más alto (mayor frecuencia).
- f) Si se aplica a una de las masas una fuerza armónica, ¿a cuál conviene aplicarla para excitar más eficientemente el modo de mayor frecuencia?



- 4.- Se analizan las oscilaciones transversales del sistema de la figura.
- a) Encuentre las ecuaciones de movimiento de las masas.
- b) Halle las frecuencias de los modos normales.
- c) Dibuje la configuración correspondiente a cada modo normal.
- d) Si el centro de masa se encuentra en reposo, determine los desplazamientos de cada masa como función del tiempo.
- e) ¿Qué condiciones iniciales que permiten excitar sólo el segundo modo?
- f) Si se fuerza la masa del centro y se va variando la frecuencia, ¿qué modos se observan?
- g) ¿Cómo se modifican los resultados anteriores si el extremo de la derecha se fija a la pared?.



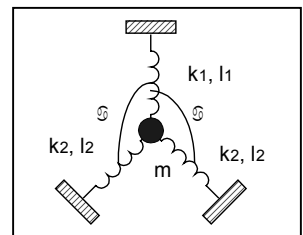
5) Escriba las ecuaciones de movimiento de las tres barras acopladas discutidas en la sección 2.4 en la base allí propuesta y demuestre que esas coordenadas quedan desacopladas.

6)- Considere un sistema similar al del caso de estudio 2.1.1, pero ahora con los extremos fijos a 20cm de cada barra.

- Discuta cualitativamente a priori como espera que sean los modos normales, y como serán sus frecuencias comparadas con las del sistema con extremos libres.
- Resuelva el problema analíticamente, suponiendo que hay pérdidas proporcionales a la velocidad de torsión que dominan los mecanismos de pérdidas. Discuta como se comparan las resonancias con el caso libre.
- Si se fuerza uno de los péndulos de modo que oscile con una amplitud fija a una frecuencia fija, ¿cómo será el movimiento del otro péndulo?

7)- Dado el sistema de la figura, supuesto en el equilibrio en las condiciones del dibujo, calcule sus frecuencias y modos normales,

- cuando todos los resortes son slinkies
- cuando las longitudes naturales de los resortes son menores que las graficadas.



8) Encuentre los modos normales de los osciladores acoplados en los dos casos discutidos de acoplamiento "débil" y "fuerte" y muestre solamente para el caso $|(\omega_1^2 - \omega_2^2)| \gg \omega_{ac}^2$ los modos se parecen a los de los osciladores desacoplados.

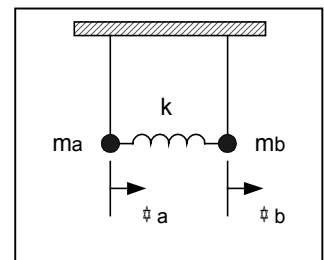
9) En el caso de las barras acopladas con el resorte de torsión de; caso 2.1.1 se desea asimetrizar el sistema agregándole una pesa a una de las barras. ¿Cuán grande debe ser esa pesa para que el sistema se lo pueda considerar esencialmente desacoplado.

10).- Considere el sistema de dos péndulos de igual longitud l pero de masas diferentes m_a y m_b , acoplados mediante un resorte de constante k

- Escriba las ecuaciones de movimiento de cada masa
- Obtenga las frecuencias naturales del sistema y sus modos normales de oscilación. Interprete el significado físico de estos modos normales.
- Suponiendo que el acoplamiento es débil y que las condiciones iniciales son

$\Psi_a(0)=0$ y $\Psi_b(0)=1$ y las velocidades iniciales son cero.

Obtenga el movimiento de cada masa y gráfiquelo en función del tiempo.



- Calcule los valores medios, en un ciclo rápido, de las siguientes magnitudes T_a , T_b , V_a y V_b , donde T indica energía cinética y V energía potencial gravitatoria. Demuestre que bajo la hipótesis de acoplamiento débil

$\langle T_a \rangle \sim \langle V_a \rangle$ ($\langle \rangle$ =valor medio) y $\langle T_b \rangle \sim \langle V_b \rangle$. Grafique $\langle E_a \rangle$ y $\langle E_b \rangle$, y analice las diferencias en el gráfico como función de las diferencias entre las masas

($m_a=m_b$ y m_a muy diferente de m_b). Calcule el valor medio de la energía de interacción entre las dos partículas.